2D-2

囲い込み的手法による巡回セールスマン問題の解法

本田敏文，横井利彰，松山　実，山田新一

武蔵工業大学

1．はじめに

最適化問題解法の一つとしてHopfield回路によるものがある[1]．Hopfield氏とTank氏はこれを組合せ問題の一つである巡回セールスマン問題に適用し，良好な結果を得ている．本論文ではHopfield回路の考え方をさらに押し進め，図形的な性質に注目した手法により巡回セールスマン問題を解くアルゴリズムを提案する．これは初期状態として都市群を囲むように配置した包囲曲線を時間とともにその位置，形を変化させ，最終的に最短経路を表す状態で安定させるというものである．この性質をディジタルシミュレーションにより調査し，得られた結果を示す．

2．囲い込み的手法の概要

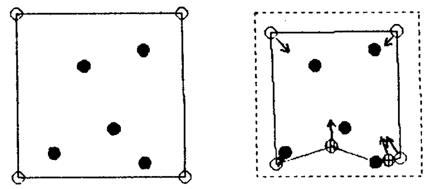
初期状態としていくつかのドットを想定する．ドットの位置はドット間を結ぶ包囲曲線が全都市を結ぶように定める（図１－ａ）．ドットはそのエネルギー関数を小さくするように自律的に移動する．このエネルギー関数を定める要素として次の３つのものに定めた．

(1)経路の長さ

(2)まだ訪れられていない都市との距離の２乗の総和

(3)経路が囲む面積

これは主として経路が短く，かつその経路が囲む面積の最も小さいものを最短経路として求める，という考え方によるものである．各々の都市に対応する部分に近接した経路はその場所に固定されたドットを生成する．よって，経路はこの都市よりも内側には入り込むことができない．固定ドットを生成する際，収束を早めるために，固定点とドットの間に新しくドットを生成させる（図１－ｂ）．



（ａ）初期状態図　（ｂ）処理過程図

○　：ドット
●　：都市
◍　：新しく生成されたドット
実線：現在の経路状態
破線：経路の初期状態

図１　本研究を用いたときの経路，及び都市の配置図

本研究ではHopfield回路を組み合わせ問題に使用するとき一般に用いられる手法とは異なり，それぞれのドットに対応する出力はｘ座標とｙ座標を表わす値を数値としてもつ．この数値は，エネルギー関数を極小値にするように連続的に変動する．このとき，条件(1)と(3)に示した条件をどのように満足させるかが問題となる．Hopfield回路では２次を越える項が存在した場合，原理的に解くことはできないが，(1)と(3)の条件を数式にした場合，√の項が出てくるためである．この問題を本論文では次のようにして解決した．ここでは(1)について述べる．

(1)のエネルギー関数Ｅ1は次式によって表わすことができる．

$$E1_i = \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}$$
$$E1 = \Sigma E1_i \qquad \cdots\cdots(a)$$

ただし，x_i，y_iはドットiのｘ座標，ｙ座標．

Solving Traveling-Salesman Problem using Surrounding Strategy

Toshifumi HONDA, Toshiaki YOKOI, Minoru MATSUYAMA, Shinichi YAMADA

MUSASHI INSTITUTE OF TECHNOLOGY

(a)式を微分すると

$$\frac{\partial E1i}{\partial x_i} = \frac{x_i + x_{i+1}}{\sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}}$$

$$\frac{\partial E1i}{\partial y_i} = \frac{y_i - y_{i+1}}{\sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}} \qquad \cdots\cdots(b)$$

これより次の式を導くことができる.

$\frac{\partial E1i}{\partial x_i} = dx_i$, $\frac{\partial E1i}{\partial y_i} = dy_i$ とおくと

$$dx^2 + dy^2 = 1$$
$$(y_i - y_{i+1})dx_i = (x_i - x_{i+1})dy_i \qquad \cdots\cdots(c)$$

(c)式はＲＬ回路，および電圧－周波数変換回路によって容易に解ける．このことからＥ1が回路により，ｘi，ｙiによって偏微分できることがわかる．また(3)の条件も同様にして解くことが可能である．従って，(1),(3)の条件式もHopfield回路およびＲＬ回路によって実現が可能であると考えられる．

以上に示したようなエネルギー関数の考慮点のみでは対称的な都市配置の問題において誤った解を出力する可能性を含んでいる．これを解決するためには固定ドットを生成する度に一時的に(3)の条件をゆるめる処理を施せば良いことがわかっている．

３．シミュレーション結果

本手法を１０都市問題に適用した場合のシミュレーション結果を図２に示す．ちなみに，これをHopfield回路のシミュレーションからも同じ結果が得られた．対称的な都市配置の問題ではエネルギー関数の係数を操作しない場合，図３－ａのような経路をとなった．しかし，この操作を施すことによって図３－ｂのように最短な経路を導き出すことができる．

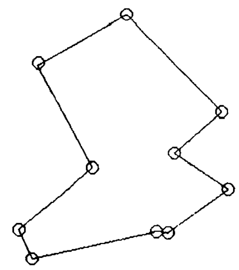
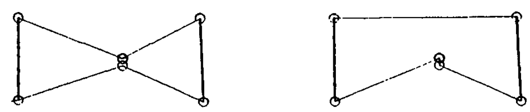


図２　Hopfieldおよび本研究の手法によって得られた最短経路



（ａ）係数を考慮しない場合　（ｂ）係数を調節した場合

図３　対称的な図形における経路

４．まとめ

本研究では最短経路問題を図形的な性質をもとに処理する一手法を提案し，基本的な例題において，安定な解を得ることに成功した．この手法は，Hopfield回路のそれぞれの細胞に相当するところの出力をアナログ的に変化させるという特徴を持っている．ここで，アナログ的に表現する場合に問題となる距離計算，面積計算などを回路によって解く手法を考案した．この手法は従来のHopfield回路に比べ，神経細胞に対応する回路が少なくて済むため，今後，様々な用途への応用が考えられる．

［参考文献］

[1]J.J. Hopfield and D.W.Tank :"Newral Computation of Decision in Optimization Problems" ,Biol.Cybern.52,pp.141-152