パターンの意味を保つ同値変換

5P-10

鈴木昇一
（文教大学湘南キャンパス情報学部）

1.まえがき

以前パターン認識プログラムFERTを提案し[1]，そのシミュレーション結果も報告している[2]。本小文では，このFERTの働きに留意し，パターンの意味（パターンの帰属するカテゴリ）が保たれる変換について図的表示をし，その変換構造を明らかにする。（本小文では，文献(1)における構造化写像Φを一般化して，収縮写像Tとしている。詳細は文献(3)を見よ。）

2. 認識プログラムFERT

第$j\in J$番目のカテゴリC_jの代表パターンを$\omega_j\in\Phi$とする。カテゴリ集合$C=\{C_j \mid j\in J\}$内のいずれか一つのカテゴリに帰属するかを決定したい処理対象入力パターンを $\varphi\in\Phi$ とする。

$\Psi^0\equiv cons(\varphi^0$, 空リスト), ここに, $\varphi^0\equiv T\varphi$

$\Gamma^0\equiv cons(\gamma^0$, 空リスト), ここに,

$\gamma^0\equiv SORT([1,2,\cdots$,最大カテゴリ番号$],\varphi^0)$

として，認識プログラムFERTに二つのリストΨ^0,Γ^0の対リスト$[\Psi^0,\Gamma^0]$を入力して得られる対リストの系列を

$[\Psi^0,\Gamma^0],[\Psi^1,\Gamma^1],\cdots,[\Psi^t,\Gamma^t],\cdots$

とする。ここで，

$\varphi^t\equiv TA(\gamma^{t-1})T\varphi^{t-1}$ …第t認識段階で構造受精されたパターン

$\gamma^t\equiv tail1(SORT(\gamma^{t-1},\varphi^t))$ …φ^tが帰属する候補カテゴリの番号のリスト

とおけば，Ψ^t,Γ^tは

$\Psi^t=cons(\varphi^t,\Psi^{t-1})$

$\Gamma^t=cons(\gamma^t,\Gamma^{t-1})$

と表わされる。その実，Ψ^t,Γ^tは

$\Psi^t=[\varphi^t,\varphi^{t-1},\cdots,\varphi^1,\varphi^0]$

$\Gamma^t=[\gamma^t,\gamma^{t-1},\cdots,\gamma^1,\gamma^0]$

である[1],[2],[3]。ここに，

(i) $[z_1,z_2,\cdots,z_n]$はn個の要素$z_1,z_2,\cdots,z_n$から成るリスト

(ii) $head(K)$はリストKの最初の要素

(iii) $tail(K)$はリストKから$head(K)$を取り除いて得られるリスト

(iv) $tail1(K)=\begin{cases}K & \cdots\ tail(K)\text{が空リストの場合}\\ tail(K) & \cdots\ \text{その他の場合}\end{cases}$

(v) $cons$は任意のリストKに対し，$cons(head(K),tail(K))=K$を満たす関数

(vi) Tは$T\cdot T=T$なる巾等性などを満たす収縮写像で，$T\varphi\in\Phi$は$\varphi\in\Phi$のモデル．

(vii) $(0\leqq)SM(\varphi,\omega_j)(\leqq 1)$は二つのパターン$\varphi,\omega_j$間の類似度

(viii) SGNは，カテゴリC_jをパターンφが帰属カテゴリ候補に持つ場合は$SGN(\varphi,j)=1$となり，そうでないカテゴリC_kの場合$SGN(\varphi,k)=0$となる大分類関数

(ix) 構造受精作用素と呼ばれる$A(K)$は

$A(K)\varphi=$ if $K=$空リスト then φ
else
 if $\sum_{k\in K}SGN(\varphi,k)=0$ then $\sum_{k\in K}SM(\varphi,\omega_k)T\omega_k\|T\omega_k\|^{-1}$
 else $\sum_{k\in K}SM(\varphi,\omega_k)\cdot SGN(\varphi,k)\cdot T\omega_k\|T\omega_k\|^{-1}$
 fi
fi

(x) すべての$j_k\in\gamma$について，$SM(\eta,\omega_{j_k})\leqq SM(\eta,\omega_{j_{k+1}})$, $k=1,2,3,\cdots$ であれば，$SORT(\gamma,\eta)=[j_1,j_2,j_3,\cdots]$.

3. 不動点構造受精変換と同値関係

これ迄のごとく，処理対象としてのパターンφの集合をΦとする。

<u>定義3.1</u> $\varphi\in\Phi$から$\psi\in\Phi$への不動点構造受精変換 $\varphi\to\psi$ とは次のi, iiの

A Equivalent Transformation that preserves the meaning of patterns Shoichi SUZUKI
BUNKYO UNIVERSITY

いずれかが成り立つことである：

(i) $\mathcal{T}\varphi=\mathcal{T}\psi$

(ii) $[\psi^0,\Gamma^0]$が入力されたプログラムFERTが動作し得られる長さn（≧1）以上の列

$\cdots,[\psi^m,\Gamma^m],[\psi^{m+1},\Gamma^{m+1}],\cdots,[\psi^{m+n},\Gamma^{m+n}],\cdots$

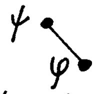
が存在し，$\mathcal{T}\varphi=head(\psi^m)$，$\mathcal{T}\psi=head(\psi^{m+n})$．

定義3.2　二つのパターン$\varphi,\psi\in\Phi$が認識同値であるとは，次のi，iiのいずれか一方が成立することであり，これを$\varphi\sim\eta$と書く：(i) $\varphi\rightarrow\psi$

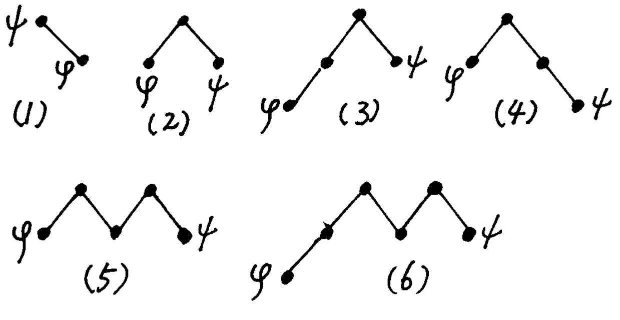
(ii) $\exists\eta\in\Phi,\ \varphi\sim\eta\wedge\psi\sim\eta$．

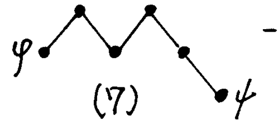
［定理3.3（認識限界定理）］　2元関係～は不動点構造受精変換→を含む最小の同値関係である。

4．同値関係$\varphi\sim\psi$の図的表示

$\varphi\rightarrow\psi$を次の様に図示する：

このとき，$\varphi\sim\psi$の図示は次の如く無限グラフになる。





(1) $\varphi\rightarrow\psi$

(2) $\exists\eta,\ \varphi\rightarrow\eta\wedge\psi\rightarrow\eta$

(3) $\exists\eta$,「$\varphi\rightarrow\eta$」∧「$\exists\eta_1,\ \psi\rightarrow\eta_1\wedge\eta\rightarrow\eta_1$」

(4) $\exists\eta$,「$\exists\eta_1,\ \varphi\rightarrow\eta_1\wedge\eta\rightarrow\eta_1$」∧「$\psi\rightarrow\eta$」

(5) $\exists\eta$,「$\exists\eta_1,\ \varphi\rightarrow\eta_1\wedge\eta\rightarrow\eta_1$」∧「$\exists\eta_2,\ \psi\rightarrow\eta_2\wedge\eta\rightarrow\eta_2$」

5．同値変換

定義5.1「$\varphi\sim\psi$ならば，$\varphi\sim B\psi$」を満たす写像$B:\Phi\rightarrow\Phi$は同値関係～を保存する変換であり，パターンφの意味を保つ同値変換と呼ばれる。

［定理5.2］　$B:\Phi\rightarrow\Phi$が同値関係～を保存する変換ならば，「$\varphi\sim\psi\ \Rightarrow\ \varphi\sim B\psi\wedge B\varphi\sim\psi\wedge B\varphi\sim B\psi$」。□

次の補題5.3は4章の「$\varphi\sim\psi$の図的表示」から容易に証明される。

［補題5.3］「$\varphi\rightarrow\psi$であれば，$\varphi\rightarrow B\psi\wedge B\psi\rightarrow\psi$」が任意の$\varphi,\psi\in\Phi$に対し成立すれば，写像$B:\Phi\rightarrow\Phi$はパターンの意味を保つ同値変換である。□

上の補題5.3を適用すれば，次の定理5.4を得る。

［定理5.4］　写像$S:\Phi\rightarrow\Phi$は，不変性「$\forall\varphi\in\Phi,\ \mathcal{T}S\varphi=\mathcal{T}\varphi$」を満たせば，パターンの意味を保つ同値変換である。

6．例

実は，収縮写像と呼ばれる写像$\mathcal{T}:\Phi\rightarrow\Phi$は次のaxiom1を満たさなければならぬが，この$\mathcal{T}$の代表的な例として，次の定理6.1の構造モデル化写像$\mathfrak{D}$がある[3]。

Axiom 1　(i) $\exists 0\in\Phi,\ \mathcal{T}0=0$　(ii) $\forall\varphi\in\Phi$, $\forall a$(=定数)>0, $\mathcal{T}a\varphi=\mathcal{T}\varphi$　(iii) $\forall\varphi\in\Phi,\ \mathcal{T}\mathcal{T}\varphi=\mathcal{T}\varphi$　(iv) $\exists\varphi\in\Phi,\ \mathcal{T}\varphi\neq 0$．□

［定理6.1］　収縮写像$\mathcal{T}$として，$\mathfrak{D}(\cdot)=\sum_{\ell\in L}\chi_\ell(\cdot)\cdot\theta_\ell(H)\xi\|\xi\|^{-1}$を採用した場合[1][2]，$aU$，$\sum_{\ell\in L}w_\ell\cdot\theta_\ell(H)\cdot\mathfrak{D}(\cdot)$は共にパターンの意味を保つ同値変換である。ここに，aは非零複素定数，Uは特徴抽出作用素Hと可換なユニタリ作用素，w_ℓは$0<\mu_\ell$，$0\leqq t_\ell\leqq\mu_\ell^{-1}\cdot\log_e[e_\ell/\varepsilon_\ell(\xi\|\xi\|^{-1})]$なる$\mu_\ell,t_\ell$を用い，$w_\ell=\exp[-2^{-1}\cdot\mu_\ell\cdot t_\ell]$．□

7．むすび

同一カテゴリに認識される可能性のあるパターンの集合を図示し，この図的表示を等価な図に書き直せる同値変換が2定理3.3，5.2の形で明らかにされた。

［文献］(1)鈴木昇一：不動点形構造受精認識の再帰プログラムFERT，情報処理学会第27回全大講論(II)，5H-6，1983-10

(2)鈴木：平均類似度を用いた構造受精法による日本語単独母音の認識，電子通信学会技報［パターン認識と学習］，PRL82-4，1982-05

(3)鈴木：パターン認識の数学的理論（第V部認識停止と認識同値），電子通信学会技報［パターン認識・理解］，PRU86-7，1986-05