

多重二値論理の非単調論理への応用

6L-5

朝日 宣雄, 志村 正道  
(東京工業大学 工学部)

1. まえがき

現実世界を論理で表現する場合、増加する情報(公理)により知識ベース中に矛盾が含まれないよう管理することが重要となる。このように、増加する公理に対してその公理系の無矛盾性を保持していく論理は非単調論理と呼ばれる。一般に非単調論理は二値論理をベースにしているため、全ての矛盾命題はその肯定か否定かを公理系から消去される。しかし、人間の信念系を表現する際には、矛盾を許しても良いと考えられる場合もあり、二値論理をベースにした非単調論理では不十分であることが少なくない。

本論文では、非単調論理における以上の欠点を解消するために、一つのアプローチとして新しい多重二値論理を用い、解消すべき矛盾とそうでない矛盾の存在と、その解釈について考察した結果を述べる。

2. 多重二値論理

多重二値論理[1]とはブール代数に基づく新しい論理で、二値論理を多重に組み合わせた論理系である。真理値は二重二値の場合、TとF、T\*とF\*の二対四値となり、これらにブール代数公理を適用すると下図のような真理値表が得られる。

p	~p	∨	F	F*	T*	T	·	F	F*	T*	T	→	F	F*	T*	T	
F	T	F	F	F*	T*	T	F	F	F	F	F	F	F	T	T	T	T
F*	T*	F*	F*	F*	T	T	F*	F	F*	F	F*	F*	T*	T	T*	T	T
T*	F*	T*	T*	T	T*	T	T*	F	F	T*	T*	T*	F*	F*	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T	T	F	F*	T*	T	T	F	F*	T*	T	T

図1 多重二値論理の真理値表

多重二値論理の導出は、ブール代数公理を満たしているため、Robinsonの導出原理が適用可能である。Pは\*無しのリテラル、X, Y, Zは\*付き、\*無し両方のリテラルを表わすとすると、導出原理は次のように表現できる。

$$(X \vee Y) \cdot (\sim Y \vee Z) \rightarrow X \vee Z$$

$$(X \vee \sim P) \cdot (P^* \vee Z) \rightarrow X \vee Z \vee F^*$$

この導出原理により、Fが導出されることを充足不能、F\*が導出されることを準充足不能と呼び、証明された定理は、充足不能なとき「真である」と言い、また、準充足不能なとき「準真である」と言う。

### 3. 様相演算子\*の意味と矛盾解釈

多重二値論理は見かけ上TとF、T\*とF\*という2つの真偽対が組み合わさった形をしており、2つの対を異なる系と見なすことが可能である。この特長を利用して、本研究では\*付きの命題を「システム内で信じられている」命題、また、\*無しの命題を「システム外での事実を表わす」命題とする。

このような意味付けをすることにより、従来の二値論理で矛盾と解釈されるものは、多重二値論理によると下表のように4とおりに分類されることが分る。

すなわち、命題の肯定か否定のいずれかが真で、もう一方が準真の場合は、内的信念より外的事実が正しいと見なし、命題の真偽は外的事実に従うと解釈する。一方、肯定と否定がいずれも準真の場合は、内的信念において矛盾が生じていると解釈し、内的矛盾と呼び、また、肯定と否定がいずれも真の場合は、外的事実において矛盾が生じていると解釈し、外的矛盾と呼ぶ。

p	~p	解 釈
T	T*	pは真
T*	T	pは偽
T*	T*	pは内部矛盾
T	T	pは外部矛盾

図2 矛盾解釈

この外的矛盾と内的矛盾のうち、前者は事実関係の矛盾であることから、TMSのような積極的な矛盾解消が必要なのに対し、後者は矛盾の存在を認め、公理以外の情報により動的に真偽を決めていくという柔軟な対応が可能となる。

### 4. 非単調推論の例

これらの解釈により、以下のような非単調推論が可能となる。

- (a1) noon  $\rightarrow$  sun-shining\*.
- (a2) noon.
- (a3) eclipse  $\rightarrow$   $\sim$ sun-shining.
- (a4) eclipse.

上の4つの論理式において、(a2)から(a4)は外的事実だが、(a1)は内的信念を含んでいる。このとき、前提(a1), (a2), (a3)からは、命題sun-shiningは準真と結論でき、「今、太陽が照っていると考えられる」ことを表わす。ここに、(a4)を前提に付け加えると、sun-shiningは変わらず準真であるが、 $\sim$ sun-shiningが真と導出されるので、上の矛盾解釈から命題sun-shiningは偽と結論できる。一方、命題sun-shining\*は真と結論されるが、これは外的事実としては「太陽が照っていない」が、内的にそれを知らない以上「太陽が照っている」という信念を保持していることを表わしている。

### 5. あとがき

多重二値論理により、多様な矛盾解釈が可能となり、人間の信念系を意識した非単調論理が構成できることを示した。

### 参考文献

- [1] M. Shimura, "Resolution in a New Modal Logic",  
IJCAI-6, pp.809-814 (1979)