5U-5

固定ルーティングネットワークにおける無故障な経由ルート数の評価

渡辺敏正　中村昭　江村秀之
(広島大学工学部)

1. まえがき

通信路の信頼性を高めるために耐故障性のあるネットワークを得ることは重要である。ネットワーク上に固定ルーティングを定め、2点間の通信はこの固定されたルートを経由する場合を考え、本論文ではネットワーク上に故障が発生した場合に任意の2点間の通信に必要な経由ルート数の上限を評価する。

2. ルーティング

ネットワークはグラフにモデル化される。グラフ $G=(V,E)$ において固定ルーティング ρ はG上の2点間の固定された点独立なパスにより定義される。あるルートが故障を含むときそのルートは故障しているという。G上に固定ルーティング ρ が定義され、故障 $F \subseteq V \cup E$ が存在するときSRグラフ(surviving route graph) $R(G,\rho)/F=(V',E')$ を定める。ここで、

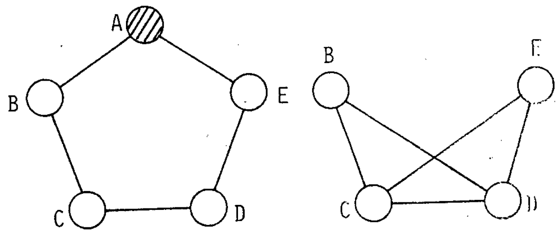
$V'=\{v \in V \mid v \notin F\}$,

$E'=\{(u,v) \mid u,v \in V,$ u, v間のルートは故障していない$\}$

とする。図1にルーティングを任意の2点間の最短パス、故障を $F=\{A\}$ とした場合のSRグラフを示す。

G上の2点 u, v 間の(最短)距離を $dis_G(u,v)$ で表し、任意の2点間の距離の最大値をGの直径と呼び $DIAM(G)$ で表す。

G上に固定ルーティング ρ が定義され、故障Fが存在するとき2点間の通信に必要な経由ルート数の最大値はSRグラフの直径としてモデル化できる。以下の議論ではGを(t+1)点連結、故障F ($|F| \leq t$)を節点および辺の集合とする。



(a) グラフG　(b) SRグラフ

図1　SRグラフの例

Lemma 1.[1]

$G=(V,E)$ を(t+1)点連結グラフとする。このとき以下のことが成り立つ。

(1) 分離集合 $M \subseteq V$ ($|M|=t$) が存在する。ただし、Mの点およびそれらに隣接する辺をGから取り除いたときに、Gは空でない部分グラフ $G_1, G_2, \ldots, G_k$ ($k \geq 2$) に分割される。

(2) 任意の点 $x \in G_i$ ($i=1,2,\ldots,k$) に対して、Gにおいて x からMへt+1本の点独立なパスが存在する。このとき、ある $m \in M$ に対して $(x,m) \in E$ ならば xm を x から m へのパスにする。■

Lemma 1. の結果を用いてGにおける部分ルーティング ρ を以下のように定める。

ルーティング ρ[1]

(1)　$(u,v) \in E \Rightarrow \rho(u,v)=uv$,

(2)　$x \notin M,\ m \in M \Rightarrow \rho(u,v)$ は Lemma 1. (2)のパス。

An estimation of the number of fault free relayed routes on fixed routing networks
Toshimasa WATANABE, Akira NAKAMURA, Hideyuki EMURA
HIROSHIMA Univ.

Mによって分割されたGの空でない部分グラフを $G_1=(V_1, E_1)$, $G_2=(V_2, E_2)$ とし $F_{iv}=\{v\in V_i \mid v\in F\}$ $(i=1,2)$, $F_v=F_{1v}\cup F_{2v}$, $F_i=F_{iv}\cup\{(u,v)\in E \mid u \text{ or } v\in F_{iv}\}$ $(i=1,2)$ とする。F_1 と F_2 で要素数が大きくない方の添字を a とし、他方の添字を a' とする。また $H=R(G,\rho)/F$ とする。

3. SRグラフの直径

Lemma 2.

$G=(V,E)$ を $(t+1)$ 点連結、故障集合Fを辺のみの集合とする。$|F|\leqq k$ ならば

(1) 任意の点 $x, y\in V_1\cup V_2$ に対して

$$dis_H(x,y)\leqq 4$$

が成り立つ。

(2) 任意の点 $m\in M$ に対して以下のいずれかの条件を満たす点 $v\in V_1\cup V_2$ が存在する。

(a) $dis_H(v,m)\leqq 2,\ v\in V_a$,

(b) $dis_H(v,m)=1,\ v\in V_{a'}$。■

Theorem 1.

$G=(V,E)$ を $(t+1)$ 点連結、故障集合Fを辺のみの集合とする。$|F|\leqq k$ ならば

$$DIAM(R(G,\rho)/F\leqq 6$$

が成り立つ。■

図2に Theorem 1. の上限値を持つようなグラフの例を示す。図2のグラフGは6点連結 $(t=5)$ であり分離集合をM、ルーティングを ρ、故障を図中の×印の辺とすると、SRグラフはGから故障辺を取り除いたものに等しい。このとき $dis_H(x,y)=6$ である。

Lemma 3.

$G=(V,E)$ を $(t+1)$ 点連結、故障集合Fを節点および辺の集合とする。$|F|\leqq k$ および G1, G2 とも故障していない点が存在するならば任意の点 $x, y\notin F$ に対して

(1) $dis_H(x,y)\leqq 4$ $(x,y\in(V_1\cup V_2)-(F_{1v}\cup F_{2v}))$,

(2) $dis_H(x,y)\leqq\lfloor |F_v|/2\rfloor+2$

$(x\in M,\ y\in(V_1\cup V_2)-(F_{1v}\cup F_{2v}))$,

(3) $dis_H(x,y)\leqq\lfloor |F_v|/2\rfloor+6$ $(x,y\in M)$

が成り立つ。■

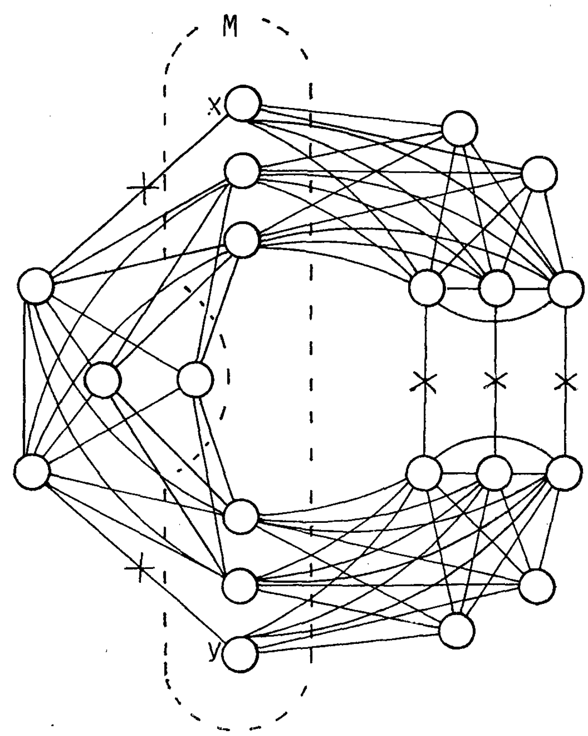


図2　6点連結グラフ

Theorem 2.

$G=(V,E)$ を $(t+1)$ 点連結、故障集合Fを節点および辺の集合とする。$|F|\leqq k$ および G1, G2 とも故障していない点が存在するならば

$$DIAM(R(G,\rho)/F\leqq\lfloor |F_v|/2\rfloor+6$$

が成り立つ。■

4. まとめ

$(t+1)$ 点連結グラフに固定ルーティングが定義され、辺および節点に故障が生じた場合のSRグラフの直径を評価した。今後の課題としては Theorem 2. をより一般化することが考えられる。

参考文献

(1) D. Dolve, J. Hapern, B. Simon, R. Strong "A new look at fault tolerant network routing" Proc. of ACM 15th STOC, pp. 526-535 (1984)