パターンの良さ判断に関する変換群構造説

小西敏雄[†1]　岡野大[†2]　緒方秀教[†2]
芝田安裕[†2,☆]　天野要[†2]　福士顯士[†3]
濱田治良[†4]　今井四郎[†5]

パターン認知の変換構造説によれば，人（認知系）は提示されたパターンに対していくつかの変換（認知的変換）を施し，そこで示される相互変換可能性や不変性によってその構造（変換構造）を認知し，この変換構造に基づいて類似性判断や良さ判断のような認知判断を行うとされている．この論文では，認知的変換として変換群を用いて，線形2値パターン，すなわち，白黒の楕円を横に並べた1次元楕円パターンの良さ判断に関する変換群構造説を構成し，その妥当性を実験的に検証する．具体的には，恒等変換群，鏡映変換群，位相変換群，反転変換群という4種の認知的変換群に対する不変性によってパターンの変換群構造を定義し，拡張された順序整合性の仮説と順序保存の仮説でパターンの良さの順序関係を予測する．実験と検定の結果はこの予測を支持している．

Transformational Group Structure Theory on Goodness Judgments of Patterns

Toshio Konishi,[†1] Dai Okano,[†2] Hidenori Ogata,[†2]
Yasuhiro Shibata,[†2,☆] Kaname Amano,[†2] Kohji Fukushi,[†3]
Jiro Hamada[†4] and Shiro Imai[†5]

The transformational structure theory explains how different types of cognitive judgments of patterns such as similarity and goodness are performed, and predicts their ordinal relations by the concepts of cognitive tranformations and transformational structures. In this paper we propose a model of goodness judgments of linear binary patterns using the transformation groups. In the model, we define the transformational group structures of patterns by the four cognitive transformation groups, i.e., the identity, the mirror-image, the phase and the value-reversal transformation groups, and then predict their orders of goodness by the structures. Typical experiments and tests show the validity of the model.

1. はじめに

「パターン」という概念に明確な定義を与えることは必ずしも容易ではない．パターンの「類似性」や「良さ」についても同様である．しかし，具体的にパターン[☆☆]を提示して，どの程度似ている（似ていない）パターンであるか，どの程度良い（良くない）パターンであるかを問うと，再現性の高い応えが得られる．このことはパターンに関する認知判断が人に共通な情報処理の結果であることを示唆している．

今井の変換構造説[18),19)]は類似性判断（パターン対の相対的な関係に関する認知判断）や良さ判断（パターンの個別的な性質に関する認知判断）のような

†1 松山東雲女子大学人文学部国際文化学科
Department of Communication and Culture, Faculty of Humanities, Matsuyama Shinonome College
†2 愛媛大学工学部情報工学科
Department of Computer Science, Faculty of Engineering, Ehime University
†3 文部科学省初等中等教育局
Elementary and Secondary Education Bureau, Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology
†4 徳島大学総合科学部人間社会学科
Department of Human and Social Sciences, Faculty of Integrated Arts and Sciences, University of Tokushima
†5 北海道大学名誉教授
Professor Emeritus, Hokkaido University
☆ 現在，松下電器情報システム広島研究所
Presently with Matsushita Information Systems, Research Laboratory Hiroshima Co., Ltd.

☆☆ 厳密には提示される物理的刺激（configuration）と認知されるパターン（pattern）を区別すべきであるが，ここでは両者をパターンと呼ぶことにする．

パターンに関する異質な認知判断を統一的に説明しようとする心理学説である．変換構造説によれば，人（認知系）は提示されたパターンに対していくつかの変換（認知的変換）を施し，そこで示される相互変換可能性や不変性によってその構造（変換構造）を認知し，この変換構造に基づいて認知判断を行うとされている．今日まで，多くの実験がこの学説を支持している[7),14)~17),21)~25)]．

天野・今井ら[1)~3),20)]は，線形2値パターン，すなわち白黒の楕円を横に並べた1次元楕円パターンと，正方2値行列パターン，典型的には白黒の小円を仮想的な正方形の枠内に配置した2次元ドットパターンを対象に，数学的な視点から変換構造説の再定式化を試みた．具体的には，認知的変換として変換群を用いて，提示されたパターンと認知的変換群の関係を明らかにし，それまでと同様な形式でパターンの変換群構造を定義して，類似度と良さの順序が予測できることを示した[1),2)]．さらに，恒等変換群を含む4種の変換群が存在する場合に，パターンを変換群構造に類別し，順序整合性の仮説を拡張して，類似度と良さの順序が予測できることを示した[3),20)]．また，その順序関係をハッセ図で表現した．このように変換群を用いて再定式化された変換構造説を変換群構造説と呼ぶ．

その後，1次元楕円パターンの類似性判断に関する変換群構造説は再構成され，その妥当性も実験的に検証されている[4)]．この論文の目的は，1次元楕円パターンの良さ判断に関する変換群構造説を再構成して，その妥当性を実験的に検証することである．具体的には，恒等変換群，鏡映変換群，位相変換群，反転変換群という4種の認知的変換群に対する不変性によってパターンの変換群構造を定義し，拡張された順序整合性の仮説と順序保存の仮説でパターンの良さの順序関係を予測する．さらに，変換群構造を可能な限り網羅した実験を行って，この予測の妥当性を検証する．

なお，変換構造説に関係の深い先駆的な研究にGarnerらの情報理論的研究[5),6)]がある．また，近年，濱田・石原[8)~12)]は，亀甲模様の枠内に配置された2次元ドットパターン等を対象に，パターンの良さと複雑さ判断における対称変換群の重要性を検証している．

2. 良さ判断の変換群構造説

2.1 認知的変換群と変換群構造

まず，**表1**のような n 個の白黒の要素からなる1次元楕円パターンの良さ判断に関係する4種の認知的変換群を定義する．

- 恒等変換群 $I=\{e\}$：e は恒等変換であり，パターンを構成する要素の順序と色を変えない．たとえば，$n=4$ として，これを $e:$ ○○●○ → ○○●○ と記す．
- 鏡映変換群 $M=\{e,m\}$：m は要素の順序を逆転する．たとえば，$m:$ ○○●○ → ○●○○ である．
- 位相変換群 $P=\{e,p_1,p_2,\ldots,p_{n-1}\}$：$p_i$ は要素の順序を i だけ右に平行移動し，右端にはみ出した要素を左端に順次組込む．たとえば，$p_1:$ ○○●○ → ○○○● である．
- 反転変換群 $R=\{e,r\}$：r はすべての要素の白黒の色を反転する．たとえば，$r:$ ○○●○ → ●●○● である．

これらの変換群 M，P，R は互いに可換で，積もまた変換群である．

次に，上記の認知的変換群に対する不変性によってパターンの変換群構造を定義する[☆]．具体的には，パターンがある変換群に対して不変であるとは e 以外のいずれかの変換要素に対して不変性を示すことであると定義する．たとえば，鏡映変換群 M に対して，上記のパターン ○○●○ は不変ではないが，パターン ○●●○ は $m:$ ○●●○ → ○●●○ ゆえに不変である．すると，変換群 M，P，R の可換性と，変換群の再生性（たとえば，$M^2=M$）により，1次元楕円パターンの全体を以下で定義される19個の変換群構造に類別することができる．

- 単一変換群構造 M，P，R：それぞれ変換群 M，P，R に対して不変なパターンの構造．
- 積変換群構造 MP，PR，RM，MPR：それぞれ積変換群 MP，PR，RM，MPR に対してはじめ

表1　典型的なパターンの変換群構造と良さの評定値[21)]
Table 1　Typical patterns and their transformational group structures with the rated goodness[21)].

Pattern Type	Transformational Group Structure	Goodness
○●●○○●●○	M∧P	5.7
○○●●●●○○	M∧PR	5.5
○○●●○○●●	P∧MR	5.8
○○○○●●●●	MP∧MR∧PR	5.2
●○○○○●●●	MP∧PR	3.4
○○○●●○●●	MP	3.3
○○○●○●●●	MR	4.4
○●○○○●●●	MPR	3.0

☆ 厳密には，類似性判断に関する変換群構造説でパターン刺激対の間の相互変換可能性（相互一致可能性）によって定義されたパターン刺激間変換群構造に対して，パターン刺激内変換群構造と呼ぶ．

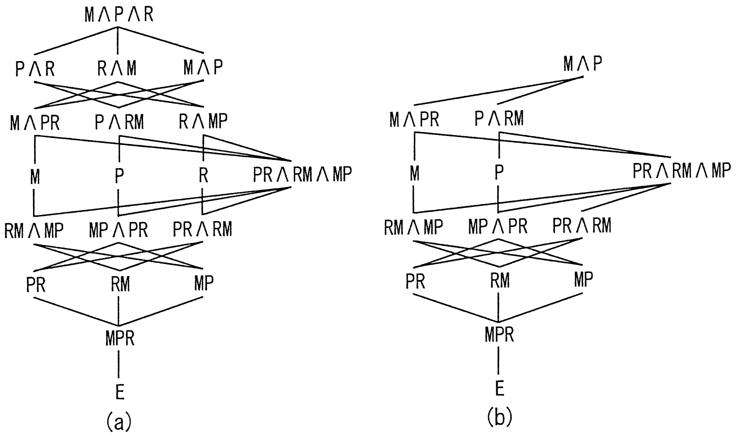


図 1 楕円パターンの良さの順序を予測するハッセ図：(b) は (a) の部分グラフである．
Fig. 1 Hasse diagram which predicts goodness order of elliptic patterns: (b) is a subgraph of (a).

て不変性を示すパターンの構造．ここに，たとえば，構造 MP の定義には因子の変換群 M，P の双方に対して不変ではないことが含意されている．

- 多重変換群構造 M∧P，P∧R，R∧M，M∧P∧R，M∧PR，P∧RM，R∧MP，MP∧PR，PR∧RM，RM∧MP，MP∧PR∧RM：複数の変換群構造をあわせ持つパターンの構造．たとえば，M∧P は変換群 M，P の双方に対して不変であることを意味する．
- 空変換群構造 E：以上の不変性を示さないパターンの構造．すなわち，恒等変換 e に対してはすべてのパターンが不変であるから，e のみに対して不変なパターンの構造．

そして，個々のパターンはそれぞれの類に対応する変換群構造を持つという．なお，この論文では，変換を斜体で，構造を立体で記して区別している．

2.2 順序整合性の仮説と順序保存の仮説

上記のように定義された変換群構造をパターンの良さの順序（大小）に関係づける．具体的には，パターンの良さの順序関係を下記のような順序整合性の仮説と順序保存の仮説で予測する．

順序整合性の仮説とは，変換群構造 T を持つパターンの良さを $G(\mathrm{T})$ として，変換群構造 T_i，T_j，T_k（いずれも単一変換群構造とは限らない）に対して

$$G(\mathrm{E}) \leq G(\mathrm{T}_i), G(\mathrm{T}_j) \leq G(\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j), \quad (1)$$

$$G(\mathrm{E}) \leq G(\mathrm{T}_i\mathrm{T}_k \wedge \mathrm{T}_j\mathrm{T}_k) \leq G(\mathrm{T}_k) \quad (2)$$

なる関係が成立することである．前者は多重変換群構造 $\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j$ を持つパターンの良さは変換群構造 T_i，T_j を持つパターンの良さ以上であることを意味する．後者は変換群構造 T_k を因子とする積変換群構造のみからなる多重変換群構造を持つパターンの良さは変換群構造 T_k を持つパターンの良さ以下であることを意味する．空変換群構造 E を持つパターンの良さは最も低い．

今井[18),19)] は順序整合性の仮説を

$$G(\mathrm{E}) \leq G(\mathrm{T}_i\mathrm{T}_j) \leq G(\mathrm{T}_i), G(\mathrm{T}_j) \leq G(\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j) \quad (3)$$

と表現した☆．式 (1)，(2) から

$$G(\mathrm{T}_i\mathrm{T}_k), G(\mathrm{T}_j\mathrm{T}_k) \leq G(\mathrm{T}_k) \quad (4)$$

が得られる．この式 (4) と式 (3) の中央の関係は同値である．したがって，式 (1)，(2) は式 (3) の一般化になっている．

順序保存の仮説とは，次の 3 つの不等式

$$G(\mathrm{T}_i) \leq G(\mathrm{T}_j), \quad (5)$$

$$G(\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_k) \leq G(\mathrm{T}_j \wedge \mathrm{T}_k), \quad (6)$$

$$G(\mathrm{T}_i\mathrm{T}_k) \leq G(\mathrm{T}_j\mathrm{T}_k) \quad (7)$$

が同値であることである．すなわち，変換群構造 T_i，T_j を持つパターン間の順序が T_k との組合せに対して保存されることである．

順序整合性の仮説と順序保存の仮説から，前述の 19 個の変換群構造の間の良さの順序関係がすべて定まる．この順序関係を図示したものが**図 1** (a) のハッセ図である．この図は実線で結ばれた 2 個の変換群構造に対して上位の構造を持つパターンの良さが下位の構造を持つパターンの良さ以上であることを示している．なお，変換群 R に対して不変性を示すパターンは存在しないので，R と R を因子とする多重変換群構造を除いて，図 1 (a) は図 1 (b) のように簡単化することができる．

☆ 積変換群構造が今井の AND–結合変換構造に，多重変換群構造が今井の OR–結合変換構造にそれぞれ対応している．

2.3 認知的変換群 I，R について

まず，前述のように，恒等変換 e に対してはすべてのパターンが不変である．したがって，恒等変換群 $I = \{e\}$ はパターンの変換群構造への類別に寄与しない．しかし，このことは I の認知的変換群としての重要性を否定するものではない．なぜなら，e に対する不変性はパターンの恒常性を意味し，すべてのパターンが認知判断の対象として満たすべき必要条件であると考えられるからである．

また，前述のように，反転変換群 R に対して不変なパターンは存在しない．しかし，このことも R の認知的変換群としての重要性を否定するものではない．なぜなら，表 1 で MR と MP の評定値が大きく異なるように，R もまた積変換群の形で重要な役割を果たすと考えられるからである．なお，表 1 は今井ら[21] の実験結果を変換群構造説の視点でまとめたものである．

3. 実験と考察

3.1 方　　法

前章に記したパターンの良さの順序関係に関する予測の妥当性を検証するために，変換群構造を可能な限り網羅して，次のような実験を行った．

- 実施年月日：1998 年 11 月 18 日（水）
- 被験者：愛媛大学農学部 1 回生 42 名
- パターン：8 要素パターン 56 個
- 評定法：最低 1 点，最高 7 点の 7 段階評定
- 反復数：2 回

表 2 のように，8 要素パターンでは図 1 (b) から $\mathrm{RM} \wedge \mathrm{MP}$，$\mathrm{PR} \wedge \mathrm{RM}$，PR を除いた 11 個の変換群構造が現れる．これらの実験パターン 56 個は楕円要素の白黒の色を反転したパターン 28 対で構成されている．パターンの選択には，変換群構造やラン数（白と黒の塊の個数，連数ともいう）が偏らないようにした．また，横型 A5 の紙片に灰色の背景領域（7.0 cm × 9.5 cm）をとり，その中央にパターンを印刷して，白黒の楕円（長径 1 cm，短径 0.7 cm）が等しいコントラストを見せるようにした．

実験では，パターンの紙片 56 枚をまとめて被験者に配布した．被験者には実験の意図は説明されていない．被験者は，まず，配布された紙片をシャッフルして，これにひととおり目を通した．次に，再びシャッフルして，パターンの良さを 1 点から 7 点までの整数点で 7 段階評定した．さらに，シャッフルして評定するという作業を反復した．分析には 2 回目のデータを採用した．

3.2 結果と考察

表 2 は実験パターン 56 個の変換群構造と良さの評定値であり，**図 2** は変換群構造別の平均値をハッセ図に記入したものである．このハッセ図では，評定値間に有意差のあった関係を太線，順序に逆転の見られた関係を破線で区別している．評定値間の有意差の有無の検定には，Microsoft Excel 2000 の統計関数を用いて，対応のある場合の平均値の差の検定（両側 t 検定）を有意水準 5%で行った．**表 3** はすべての変換群構造の組に対する検定の結果である．記号の意味は次のとおりである．

◎ 順序の予測を支持する向きに有意差があった．
○ 有意ではないが，予測を支持する向きに差があった．
× 有意ではないが，予測とは逆の向きに差があった．
※ 順序の予測とは逆の向きに有意差があった．
△ 順序の予測はできないが，結果に有意差があった．

この△印の有意差は，変換群構造 M，P 間のように，変換群構造説では予測できないが，実験的な事実として認められた順序関係を表現している．なお，表は対角軸対称であるが，利用の便宜のために全体を提示している．

3.2.1 予測の妥当性

表 2 の最後列のように，ハッセ図の各階層別の良さの評定値は $G(\mathrm{M} \wedge \mathrm{P}) = 4.9$ から $G(\mathrm{E}) = 2.7$ までほぼ単調に減少し，実験結果が順序の予測を基本的に支持していることが分かる．$G(\mathrm{MP} \wedge \mathrm{PR}) = 3.2$ と $G(\mathrm{RM}, \mathrm{MP}) = 3.5$ の逆転も，図 2 のように，順序の予測に矛盾はしていない．図 2 では，評定値間の比較で，表 3 の◎印に相当する太線が 6 例，○印に相当する通常の実線が 5 例，※印に相当する破線が 1 例である．表 3 からは，変換群構造説で予測可能なすべての関係（◎，○，×，※）45 組のうち，順序の逆転は $G(\mathrm{M}) = 5.1 > G(\mathrm{M} \wedge \mathrm{PR}) = 4.8$（※）と $G(\mathrm{M}) = 5.1 > G(\mathrm{M} \wedge \mathrm{P}) = 4.9$（×）のいずれも M に関係した 2 組のみであることが分かる．

なお，表 2 と図 2 のいずれからも，M と RM の良さ判断に与える効果の大きいことが読み取れる．

3.2.2 仮説の検討

ここでは，順序整合性の仮説と順序保存の仮説について多少詳しく検討する．

まず，順序整合性の仮説について検討する．変換群構造 E の良さは最も低く，他のすべての構造との差が有意である．

仮説 (1) の $G(\mathrm{T}_i), G(\mathrm{T}_j) \leq G(\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j)$ については，M と P の組で，$G(\mathrm{P}) < G(\mathrm{M} \wedge \mathrm{P})$ は有意で，

表 2 パターンの変換群構造と良さの評定値（平均値と標準偏差）

Table 2 Patterns and their transformational group structures with the rated goodness (average and standard deviation).

Pattern	Transformational Group Structure	Average (SD)	Average (SD)	Average (SD)
○○○○○○○○	M∧P	5.0 (2.1)	4.9 (1.4)	4.9 (1.4)
○●●○○●●○		4.8 (1.8)		
●○○●●○○●		5.0 (1.6)		
●●●●●●●●		4.7 (2.3)		
○○●●●●○○	M∧PR	4.7 (1.8)	4.8 (1.5)	4.8 (1.4)
○●○●●○●○		4.7 (1.8)		
●○●○○●○●		4.9 (1.9)		
●●○○○○●●		4.8 (1.7)		
○○●●○○●●	P∧RM	4.8 (1.7)	4.9 (1.6)	
○●○●○●○●		4.8 (2.1)		
●○●○●○●○		5.0 (1.8)		
●●○○●●○○		5.0 (1.6)		
○○○●●○○○	M	5.0 (1.7)	5.1 (1.4)	4.4 (0.9)
○○●○○●○○		5.4 (1.5)		
●●○●●○●●		5.1 (1.5)		
●●●○○●●●		4.8 (2.0)		
○○●○○○●○	P	3.5 (1.8)	3.8 (0.9)	
○●●●○●●●		4.0 (1.8)		
●○○○●○○○		4.3 (1.3)		
●●○●●●○●		3.3 (1.7)		
○○○○●●●●	PR∧RM∧MP	5.2 (1.8)	4.4 (1.1)	
○●●○●○○●		3.8 (1.7)		
●○○●○●●○		3.5 (1.7)		
●●●●○○○○		5.2 (1.8)		
○○●○●●○●	MP∧PR	3.1 (1.3)	3.2 (1.0)	3.2 (1.0)
○●●●●○○○		3.0 (1.5)		
●○○○○●●●		3.2 (1.5)		
●●○●○○●○		3.4 (1.6)		
○○○●○●●●	RM	4.2 (1.6)	4.0 (1.3)	3.5 (0.7)
○○●○●○●●		3.8 (1.8)		
●●○●○●○○		3.9 (1.7)		
●●●○●○○○		3.9 (1.7)		
○○○●●○●●	MP	3.1 (1.3)	3.2 (0.8)	
○○●○○●○●		3.1 (1.4)		
○○●●○●●○		3.4 (1.1)		
○○●●●○○○		3.5 (1.5)		
●●○○○●●●		3.3 (1.3)		
●●○○●○○●		3.5 (1.3)		
●●○●●○●○		3.1 (1.5)		
●●●○○●○○		2.8 (1.2)		
○○●●○●○●	MPR	3.2 (1.5)	3.1 (1.0)	3.1 (1.0)
○○●●●○●○		2.7 (1.2)		
○●○○○●●●		3.4 (1.3)		
○●●○●○●○		3.0 (1.4)		
●○○●○●○●		3.1 (1.4)		
●○●●●○○○		3.4 (1.2)		
●●○○○●○●		2.8 (1.4)		
●●○○●○●○		3.3 (1.5)		
○○○●○●●○	E	2.6 (1.4)	2.7 (0.9)	2.7 (0.9)
○○●●●○●●		3.0 (1.3)		
○●○○●●●●		2.6 (1.3)		
○●●○○○●○		2.6 (1.3)		
●○○●●●○●		2.6 (1.3)		
●○●●○○○○		2.7 (1.3)		
●●○○○●○○		3.1 (1.4)		
●●●○●○○●		2.8 (1.4)		

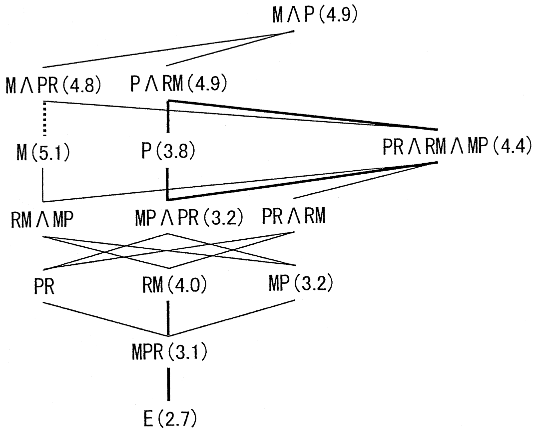


図 2 ハッセ図と良さの評定値
Fig. 2 Hasse diagram with the rated goodness.

表 3 平均値の差の有意性の検定
Table 3 Significance test for the difference between the averages.

	M∧P	M∧PR	P∧RM	M	P	PR∧RM∧MP	MP∧PR	RM	MP	MPR	E
M∧P		○	○	×	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
M∧PR	○			※	△	○	◎	◎	◎	◎	◎
P∧RM	○				◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
M	×	※			△	△	△	◎	◎	◎	◎
P	◎	△	◎	△		△	◎		◎	◎	◎
PR∧RM∧MP	◎	○	◎	△	△		◎	◎	◎	◎	◎
MP∧PR	◎	◎	◎	△	◎	◎		△	○	○	◎
RM	◎	◎	◎	◎		◎	△		△	◎	◎
MP	◎	◎	◎	◎	◎	◎	○	△		○	◎
MPR	◎	◎	◎	◎	◎	◎	○	◎	○		◎
E	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	

逆転 $G(\mathrm{M}) > G(\mathrm{M} \wedge \mathrm{P})$ に有意差はない．また，多少複雑ではあるが，$G(\mathrm{P}), G(\mathrm{RM}) < G(\mathrm{P} \wedge \mathrm{RM})$ と $G(\mathrm{RM}), G(\mathrm{MP}), G(\mathrm{MP}\wedge\mathrm{PR}) < G(\mathrm{PR}\wedge\mathrm{RM}\wedge\mathrm{MP})$ はすべて有意である．ただし，$G(\mathrm{MP}) = G(\mathrm{MP}\wedge\mathrm{PR})$ で，逆転 $G(\mathrm{M}) > G(\mathrm{M} \wedge \mathrm{PR})$ に有意差があった．

仮説 (2) の $G(\mathrm{T}_i\mathrm{T}_k \wedge \mathrm{T}_j\mathrm{T}_k) \leq G(\mathrm{T}_k)$ については，$G(\mathrm{MP} \wedge \mathrm{PR}) < G(\mathrm{P})$ が有意である．

このように，前述の M に関係した 2 組の逆転を除いて，実験結果は拡張された順序整合性の仮説を支持している．この逆転については節を改めて考察する．

なお，仮説 (1)，(2) から導かれる関係 (4) については，$G(\mathrm{RM}), G(\mathrm{MP}) < G(\mathrm{M})$ と $G(\mathrm{MP}) < G(\mathrm{P})$ および $G(\mathrm{MPR}) < G(\mathrm{RM})$ はすべて有意で，$G(\mathrm{MPR}) < G(\mathrm{MP})$ も成立している．

次に，順序保存の仮説について検討する．単一変換群構造 M，P 間には $G(\mathrm{M}) = 5.1 > G(\mathrm{P}) = 3.8$ なる有意差が認められたが，現れる構造が前述の 11 個に限られていて，この関係を直接用いた検証はできない．しかし

$$G(\mathrm{MP} \wedge \mathrm{PR}) < G(\mathrm{P}),$$
$$G(\mathrm{PR} \wedge \mathrm{RM} \wedge \mathrm{MP}) < G(\mathrm{P} \wedge \mathrm{RM})$$

はいずれも有意で，

$$G(\mathrm{RM}) < G(\mathrm{M}),$$
$$G(\mathrm{P} \wedge \mathrm{RM}) = G(\mathrm{M} \wedge \mathrm{P})$$
$$G(\mathrm{MPR}) < G(\mathrm{MP})$$

にも矛盾はない．また，

$$G(\mathrm{MP}) < G(\mathrm{M}),$$
$$G(\mathrm{MPR}) < G(\mathrm{RM})$$

はいずれも有意である．このように，実験結果は順序保存の仮説も支持している．

なお，$G(\mathrm{RM}) = 4.0 > G(\mathrm{MP}) = 3.2$ に順序保存の仮説を適用すれば $G(\mathrm{R}) > G(\mathrm{P})$ が得られる．これは，変換群構造 R を持つパターンは存在しなくても，R は認知的変換群として重要であることを意味している．

3.2.3 構造の認知に関する考察

前述のように，鏡映変換群構造 M と，M を含む多重変換群構造 $\mathrm{M} \wedge \mathrm{P}$，$\mathrm{M} \wedge \mathrm{PR}$ との間に順序の逆転が見られた．

まず，構造 E，M，P の間で評定値を比較すると，$G(\mathrm{E}) < G(\mathrm{P}) < G(\mathrm{M})$ である．これは，(1) 構造 P と M を有することは良さの評定に寄与し，(2) 寄与の程度は P より M の方が大きい，ことを意味する．次に，M，M∧P の間で比較すると，$G(\mathrm{M}) > G(\mathrm{M}\wedge\mathrm{P})$ であり，これは順序整合性の仮説 (1) に矛盾する．その理由を表 2 の典型的な 2 つのパターン

(a) ○○○○○○○○○ $\mathrm{M} \wedge \mathrm{P}$ 5.0
(b) ○○●○○○●○○ M 5.4

の間で具体的に考察する．

パターン (a) は，構造 $\mathrm{M} \wedge \mathrm{P}$ を持つパターンの中でも変換 m と $p_1, p_2, \ldots, p_7$ のすべてに対して不変性を示すという意味で，理論的には最も高い評定値の期待されるパターンである．また，パターン (b) は，構造 M を持つ（P は持たない）パターンの中で実験的に最も高い評定値が得られたパターンである．これらのパターン (a) と (b) のいずれが対称性を認知しやすいか比較すれば，(b) であると思われる．なぜなら，パターン (b) では，（黒の要素があるために）対称軸がすぐに認知され，その両側に対称に白黒の要素が並ぶことが分かりやすい．パターン (a) では，対称軸は

(b) ほどすぐには認められない．その理由は，パターン (a) は M と同時に P，特にこの場合は $p_1, p_2, \ldots, p_7$ のすべてに対して不変性を示し，周期的な構造が認知されやすく，そのために対称軸，対称性が認知されにくくなっている，と考えられるからである．

以上のことから，構造 M∧P を有するパターンの良さの評定値が構造 M を有するパターンの良さの評定値より低くなった理由は次のように考えられる．すなわち，構造 M∧P を有するパターンは変換群 M と P に対して不変性を示すので，両者からの寄与により，構造 M（または P）のみを有するパターンより良さの評定値は高くなると期待される．ところが，変換群 P に対する不変性は，対称性の認知を低下させ，その効果がより大きいために全体として $G(\mathrm{M}) > G(\mathrm{M} \wedge \mathrm{P})$ となった，と考えられる．逆転 $G(\mathrm{M}) > G(\mathrm{M} \wedge \mathrm{PR})$ についても同様である．

この現象は，パターンの良さ判断が，パターン情報処理の結果として認知された構造とともに，その構造の認知の容易さ，明瞭さにも依存することを示唆している．

このような構造の認知に関する問題はパターンを構成する要素の数の増加とともに顕著になる．たとえば，空変換群構造 E の割合は要素数の増加とともに急増する．典型的には，多数の白要素の中で i 番目だけが黒要素であるパターンの構造は E であり☆．このように構造が認知された場合の良さの評定値は最も低くなると予想される．しかし，同じパターンでも，基本的な構造はすべて白要素の場合と同じ M∧P であり，i 番目に乱れが入ったと認知された場合には，評定値は高くなると予想される☆☆．

3.2.4 要素の色の影響

前述のように，実験パターン 56 個は楕円要素の白黒の色を反転したパターン 28 対で構成されている．これらを相補的パターン対と呼ぶことにする．相補的パターン対は同じ変換群構造を持つ．

これらの相補的パターン 28 対について平均値の差の検定を行った結果，有意差の認められる対は皆無であった．したがって，要素の色の影響は小さく，パターンの良さの順序は変換群構造によって定まると考えることができる．しかし，同時に，白と黒の要素数の異なる相補的パターン 11 対のうち，白要素の多い方が平均値の高いものは 8 対で逆は 1 対（残りの 2 対は等値）だけであり，白要素の多いパターンの方が良いとする傾向もうかがえる（片側符号検定で $p < 0.05$）．

☆ 奇数個の要素から構成されるパターンの中央だけが黒要素である場合には，変換群構造は M である．

☆☆ 唯一の黒要素が（中央ではなく）中央付近に存在する場合には，基本的な構造は M であり，色ではなく位置に乱れが入ったと認知される可能性もある．

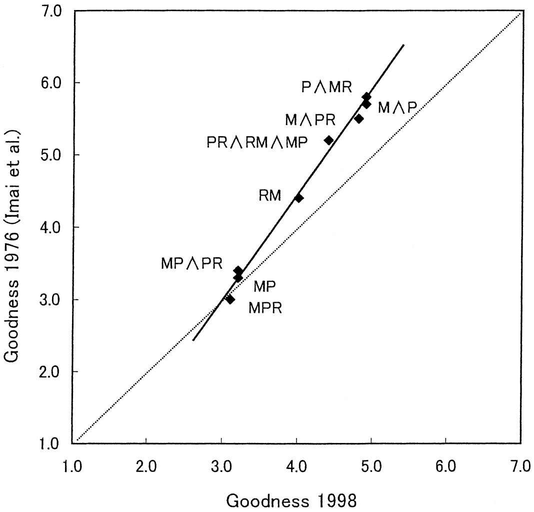


図 3 今井ら[21] の実験との比較

Fig. 3 Comparison with the experiment by Imai, et al.[21].

3.3 実験の再現性

表 1 は，前述のように，今井ら[21] の実験結果を変換群構造説の視点でまとめたものである．今井らの実験の概要は次のとおりである．

- 被験者：北海道大学学生 50 名
- パターン：白黒の楕円 4 個ずつからなる 8 要素パターン 46 個

白要素と黒要素が同数の 8 要素パターンでは変換群構造 M，P，E は現れない．各被験者は 46 個のパターンから選択された 26 個に対して評定を行っている．それ以外は前述の実験条件とほとんど同じある．

図 3 は今井ら[21] の実験と今回の実験で得られた変換群構造別の平均値に対する相関図である．相関係数は 0.99 ($p < 0.01$) であり，結果には高い相関が認められる．

4. おわりに

この論文では，白黒の楕円を横に並べた 1 次元楕円パターンを用いて，パターンの良さ判断に関する変換群構造説を構成し，その妥当性を実験的に検証した．この 1 次元楕円パターンは線形 2 値パターンという理想化されたパターンを現実の世界で実現可能なパターン刺激として表現したものである．我々は，幾何学が現実には存在しえない理想化された線や図形の性質を扱うように，パターンの研究においても，理想化された単純なパターンを扱うことは認知現象の機構の本質

を理解するために有効であると考える．

しかし，一方，現実の世界で具体的に表現されたパターンに対しては，パターン刺激の様々な物理的特性と認知系の様々な心理的特性が複雑に影響することも考えられる[7),13)]．実際，今回の実験でも，白要素の多いパターンの方が黒要素の多いパターンより良いとする傾向がうかがえた．このような視点から，認知判断における個人差の問題等を含めて，実験データをさらに詳しく分析することを今後の課題としたい．

なお，要素数が増加すると，空変換群構造の割合は急増し，膨大な数のパターンの違いが相互に区別されなくなる．そのような場合には，局所的な構造よりも全体的な構造を優先した別のモードの認知の機能が働くと想像される．このような認知の機構に関する研究も今後の重要な課題の 1 つである．

謝辞 共同で実験を行った白垣育久，久保田亮，野勢俊二，花澤雄介，宮脇剛史（元愛媛大学工学部情報工学科の大学院生，学生）の諸氏，実験に協力してくださった愛媛大学学生の皆さんに感謝します．

参 考 文 献

1) 天野 要，今井四郎：パターンの変換構造と類似性認知に関する群論的研究，心理学研究，Vol.60, No.5, pp.297–303 (1989).
2) 天野 要，今井四郎：パターンの変換構造と良さの認知に関する群論的研究，心理学研究，Vol.63, No.3, pp.181–187 (1992).
3) 天野 要，白垣育久，久保田亮，村田健史：変換構造説に基づくパターン認知の数理モデル，愛媛大学工学部紀要，Vol.16, pp.559–569 (1997).
4) 天野 要，岡野 大，緒方秀教，芝田安裕，小西敏雄，福士顕士，濱田治良，今井四郎：パターンの類似性判断に関する変換群構造説，情報処理学会論文誌，Vol.42, No.11, pp.2733–2742 (2001).
5) Garner, W.R. and Clement, D.E.: Goodness of Pattern and Pattern Uncertainty, *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, Vol.2, pp.446–452 (1963).
6) Garner, W.R.: Good Patterns Have Few Alternatives, *American Scientist*, Vol.58, pp.34–42 (1970).
7) 行場次朗，瀬戸伊佐生，市川伸一：パターンの良さ評定における問題点—SD 法による分析結果と変換構造説の対応，心理学研究，Vol.56, No.2, pp.111–115 (1985).
8) 濱田治良，石原 徹：亀甲模様の構造と複雑さおよび良さ判断，徳島大学総合科学部創立記念論文集，pp.305–316 (1987).
9) 濱田治良：パターンの複雑さと良さにおける対称変換群の効果，心理学研究，Vol.59, No.3, pp.137–143 (1988).
10) Hamada, J. and Ishihara, T.: Complexity and Goodness of Dot Patterns Varying in Symmetry, *Psychological Research*, Vol.50, pp.155–161 (1988).
11) 濱田治良：平面的反復模様における幾何学的要因の良さと複雑さに及ぼす効果，徳島大学総合科学部人間科学研究，Vol.1, pp.39–51 (1993).
12) 濱田治良：反復模様の対称性と認知判断—並進鏡映の普遍的効果と 45° 傾斜の選択的効果，心理学評論，Vol.39, No.3, pp.338–360 (1996).
13) 市川伸一，行場次朗：パターンの精神物理学における方法論的諸問題の検討，心理学評論，Vol.27, No.2, pp.132–157 (1984).
14) Imai, S.: Effect of Inter-Pattern Transformation Structures upon Similarity Judgments of Linear Pattern Pairs, *Proc. 20th International Congress of Psychology*, Tokyo, pp.164–165 (1972).
15) Imai, S.: Pattern Similarity and Cognitive Transformations, *Acta Psychologica*, Vol.41, pp.433–447 (1977).
16) 今井四郎：パターンの良さについての諸学説，心理学評論，Vol.20, No.4, pp.258–272 (1977).
17) Imai, S.: Pattern Cognition and the Processing of Transformation Structures, *Modern Issues in Perception*, Geissler, H.-G., Buffart, H.F.J.M., Leeuwenberg, E.L.J. and Sarris, V. (Eds.), *Advances in Psychology*, Amsterdam, North-Holland, Vol.11, pp.73–86 (1983).
18) 今井四郎：パターン認知の変換構造説，日本心理学会心理学モノグラフ，No.17，東京大学出版会，東京 (1986).
19) Imai, S.: Fundamentals of Cognitive Judgments of Pattern, *Cognition, Information Processing, and Psychophysics: Basic Issues*, Geissler, H.-G., Link, S.W. and Townsend, J.T. (Eds.), pp.225–265, Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey (1992).
20) 今井四郎，天野 要：変換と写像の概念に基づくパターン認知論，応用数理，Vol.8, No.1, pp.30–45 (1998).
21) 今井四郎，伊藤 進，伊藤智啓：パターンの良さと複雑さの判断におよぼすパターン内変換構造とラン数の効果，心理学評論，Vol.19, No.2, pp.77–94 (1976).
22) 今井四郎，伊藤智啓，伊藤 進：良さの判断におよぼすパターン内変換構造の効果，心理学研究，Vol.47, No.4, pp.202–210 (1976).
23) 伊藤 進：パターンの間の変換構造の認知と類似性の評定，心理学研究，Vol.46, No.1, pp.10–18 (1975).
24) 松田隆夫：パターンの良さ判断とパターン内変換構造—パターン認知に関する今井の変換構造説

の検討，心理学研究，Vol.49, No.4, pp.207–214 (1978).
25) 大塚雄作：パタンの認知判断に対する幾何学的変換の役割，心理学研究，Vol.55, No.2, pp.67–74 (1984).

(平成 14 年 8 月 21 日受付)
(平成 15 年 6 月 3 日採録)

小西　敏雄（正会員）

1959 年生．1982 年広島大学理学部数学科卒業．1984 年愛媛大学大学院理学研究科数学専攻修士課程修了．理学修士．現在，松山東雲女子大学人文学部教授．研究分野は数理計画，統計解析，パターン認知．日本数学会，日本応用数理学会，日本オペレーションズ・リサーチ学会，日本家政学会各会員．

岡野　　大（正会員）

1968 年生．1992 年東京大学工学部物理工学科卒業．1995 年東京大学大学院工学系研究科修士課程物理工学専攻修了．修士（工学）．現在，愛媛大学工学部情報工学科助手．研究分野は数値解析，情報処理．情報処理学会創立 40 周年記念論文賞受賞．日本応用数理学会会員．

緒方　秀教（正会員）

1967 年生．1990 年東京大学工学部物理工学科卒業．1992 年東京大学大学院工学系研究科修士課程物理工学専攻修了．博士（工学）．現在，愛媛大学工学部情報工学科講師．研究分野は数値解析，情報処理．日本応用数理学会 1998 年度論文賞，情報処理学会創立 40 周年記念論文賞，日本応用数理学会 2002 年度論文賞受賞．日本応用数理学会会員．

芝田　安裕（学生会員）

1977 年生．2000 年愛媛大学工学部情報工学科卒業．2002 年愛媛大学大学院理工学研究科博士前期課程情報工学専攻修了．現在，松下電器情報システム広島研究所勤務．在学中の研究課題はパターン認知．

天野　　要（正会員）

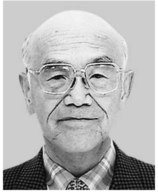
1948 年生．1971 年京都大学工学部電子工学科卒業．1978 年北海道大学大学院工学研究科博士課程電気工学専攻修了．工学博士．現在，愛媛大学工学部情報工学科教授．研究分野は数値解析，情報数学，情報心理学．情報処理学会創立 30 周年記念論文賞，日本応用数理学会 1996 年度論文賞，情報処理学会創立 40 周年記念論文賞受賞．日本数学会，日本応用数理学会，電子情報通信学会，日本心理学会，SIAM，ACM 各会員．

福士　顕士（正会員）

1947 年生．1970 年北海道大学理学部化学第二学科卒業．1977 年北海道大学大学院理学研究科博士課程化学第二専攻修了．理学博士．現在，文部科学省初等中等教育局主任教科書調査官．研究分野は情報科学，計算化学，物理化学．日本物理学会，日本化学会，日本コンピュータ化学会各会員．

濱田　治良

1947 年生．1971 年徳島大学教育学部卒業．1976 年北海道大学大学院文学研究科博士課程心理学専攻単位取得退学．1980 年文学博士．現在，徳島大学総合科学部教授．研究分野は知覚心理学，認知心理学．日本心理学会，日本基礎心理学会，日本人間工学会，日本視覚学会各会員．



今井　四郎

1929 年生．1953 年北海道大学理学部物理学科卒業．1955 年北海道大学大学院理学研究科修士課程物理学専攻修了．1961 年北海道大学大学院文学研究科修士課程修了．1965 年米国 Johns Hopkins 大学大学院修了．Ph.D. 現在，北海道大学名誉教授，中国吉林工学院大学名誉教授．研究分野は認知心理学，特に，パターン認知，学習・記憶，人間の情報処理特性．日本基礎心理学会，北海道心理学会，Sigma Xi，the Scientific Research Society 各会員．