

微小要素の発生を抑制した複数面のオフセット処理

佐藤直之[†] 徳山喜政^{††}

近似手法を用いて微小要素の発生を抑制したオフセット方法を提案する。2枚の曲面が表側から見て凸状に折れて接続している場合、その接続部分において、それらのオフセット曲面の間には隙間が発生する。この場合、隙間を埋めるために補間面を生成するのだが、その隙間が非常に小さい場合、補間面が微小要素となってしまうことがある。そして、微小要素が存在すると、形状データの品質低下という問題が発生する。この問題を解決するために、本研究では、元の曲面の境界に対する近似オフセット曲線を生成した後、それらの曲線を利用して内部に近似オフセット曲面を生成するという2段階の処理に分けた。これにより、本来ならばオフセット曲面どうしの間に非常に小さな隙間が生じる場合でも、近似オフセット曲線を再構築するだけで、簡単に微小要素の発生を抑制することが可能になった。

Method for Generating Offset Surfaces without Very Small Elements

NAOYUKI SATOH[†] and YOSHIMASA TOKUYAMA^{††}

This paper proposes an approximation method for generating offset surfaces without very small elements. When offset two surfaces that connect convexly when viewing from their front faces, the gap exists between two offset surfaces. In this case, an interpolating surface is added to the gap to connect these two offset surfaces. However, if the gap is very small, the interpolating surface will be very small and thus the shape quality will deteriorate. To solve this problem, we divide the offset process into two steps. First generate the approximation offset curves of the boundary of the original surfaces. And then generate the approximation offset surfaces by using the approximation offset curves as constraints. With this method, we can adjust the approximation offset curves and then generate the approximation offset surfaces. It is not necessary to add very small surfaces to the gap.

1. はじめに

3D CADなどに代表される3次元の形状モデリングシステムは、そのモデリング機能の発展とともに、近年、産業界において広く浸透しつつある。なかでも形状の表面をオフセットする処理は、工業製品の外装形状を設計する場合や、金型製造でカッターパスを計算する場合など、非常に多くの場面で利用されている。しかし、広く利用されるにともない、モデリング後の形状に関する様々な問題も同時に提起されてきた。その中の1つに、非常に小さな形状要素を含むことによる形状データの品質低下がある。

形状データの構成要素には、点や曲線、曲面といっ

た幾何形状を表現する要素がある。そして、ほとんどの場合、それらは有限桁の実数値によって、コンピュータの内部に表現されている。しかし、そのように幾何形状を表現すると、どうしても数値演算上の誤差が含まれてしまう。それにより、平行・交差・一致などの幾何条件は、許容誤差をもって判定せざるをえなくなる。しかし、これは、実用的なシステムを構築するうえで、現状では避けて通れない手段である。

ところが、形状データの中に非常に小さな曲線や曲面が含まれると、その後のモデリング(たとえば、数値計算をとまなう集合演算など)で失敗する可能性が高くなる。また、他のシステムに形状データを渡す場合などでも問題が発生することがある。たとえば、最も小さい長さとして、 10^{-6} で数値表現されたものを扱えるシステムと、 10^{-2} までしか扱えないシステムがあるとする。このとき、前者で 10^{-4} の長さの曲線を生成して、後者のシステムに形状データを渡すと、後者では 10^{-2} までの長さしか扱えないため、曲線の生成に失敗する。つまり、前者から後者への形状デー

[†] 株式会社リコーソフトウェア研究開発本部マルチメディア研究所
Multimedia Lab., Software R&D Group, RICOH COMPANY, LTD.

^{††} 東京工芸大学工学部画像工学科
Department of Image Engineering, Faculty of Engineering,
Tokyo Polytechnic University

タの受渡しに失敗する。また、曲面の境界や、曲面を構成するパッチの境界にこのような曲線が含まれた場合も、同じ理由から、形状データの受渡しに失敗する。このため、このように小さな曲線を含む形状データは、品質の低いデータと見なされている。現在、市場で販売されている 3D CAD システムは、長さとして取り扱える最小の数値表現が 10^{-6} から 10^{-2} までのものが多い。そこで、本論文では、数値表現した長さが 10^{-2} 以下の曲線、および、それを含む細長い曲面を微小要素と呼ぶことにする。

微小要素はモデリングの過程で発生してしまうのだが、互いに接続した複数枚の曲面をオフセット処理する場合にも、この微小要素が発生してしまうことがある。しかし、オフセット処理に関する従来の主だった研究^{4),7),8),10),13)~16)}では、このような問題を取り上げたものではなく、今まで有効な解決手段が存在していなかった。本論文は、複数枚の曲面のオフセット処理において微小要素の発生を抑制し、形状データの品質低下という問題を解決する方法について論じるものである。

まず、2 章において、抑制の対象となる微小要素について明らかにし、3 章において、微小要素の発生を抑制するオフセット処理について論じる。そして、4 章において、本研究を適用した結果を示し、5 章において、本研究の結論を述べる。

2. 抑制の対象となる微小要素

次式は、1 枚の曲面 $r(u, v)$ (以後、元曲面と呼ぶ) に対するオフセット曲面 $r_o(u, v)$ である。

$$r_o(u, v) = r(u, v) + n(u, v)d. \quad (1)$$

d はオフセットする距離であり、 $n(u, v)$ は u, v における曲面 $r(u, v)$ 上の法線ベクトルである。つまり、曲面 $r(u, v)$ 上のすべての点を、その点における法線ベクトルの方向に一定距離 d だけ移動した点からなる集合となる。これは、曲面と曲面の接続部分においても例外ではなく、その接続部分における互いの法線ベクトルが異なっていれば、オフセット曲面の境界どうしは一致しない。逆に、互いの法線ベクトルが一致していれば、オフセット曲面の境界どうしは一致する。

ここで、互いに接続した 2 枚の曲面をオフセット処理する場合、次の 3 つのケースに処理を分類する。

(ケース 1) 2 枚の曲面が表側から見て凹状に折れて接続している場合 (図 1 (a))

(ケース 2) 2 枚の曲面が折れずに接続している場合 (図 1 (b))

(ケース 3) 2 枚の曲面が表側から見て凸状に折れて

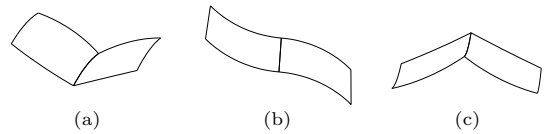


図 1 (a) ケース 1, (b) ケース 2, (c) ケース 3

Fig. 1 (a) Case 1, (b) case 2, (c) case 3.

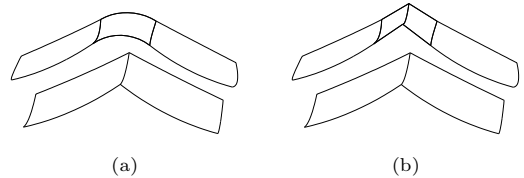


図 2 (a) 丸みを帯びた補間面, (b) 2 枚の曲面で構成された補間面

Fig. 2 (a) Rounded interpolating face, (b) interpolating face constituted by two surfaces.

接続している場合 (図 1 (c))

(ケース 1) の場合、オフセット曲面どうしが互いに干渉するため、その干渉部分の除去を行い、残った面どうしを接続する。(ケース 2) の場合、オフセット曲面の境界どうしが一致するため、生成したオフセット曲面どうしを単に接続する。(ケース 3) の場合、オフセット曲面どうしの間に隙間が生じるため、その隙間を埋める面 (以後、補間面と呼ぶ) を生成し、オフセット曲面と接続する。このとき、補間面の形状は、オフセット曲面の利用用途によって異なってくる。たとえば、NC システムのカッターパスに利用する場合などでは、図 2 (a) のように丸みを帯びた形状になる。また、肉厚が一定の形状を生成する場合などでは、図 2 (b) のように 2 枚の曲面を生成することもある。いずれにしても隙間が小さければ小さいほど、補間面の幅も小さくなる。そして、その隙間が非常に小さくなると、生成される補間面が微小要素となってしまう、形状データの品質低下を招いてしまう。本研究は、この微小要素となってしまう補間面の発生を抑制する方法について論じるものである。

3. 微小要素の発生を抑制するオフセット処理

微小要素の発生を抑制するオフセット処理を、以降、2 つの節に分けて説明する。最初は、1 枚の曲面に対するオフセット処理の節であり、その次は、複数枚の曲面に対するオフセット処理の節である。問題とする微小要素は後者でしか発生しないが、そこでの説明を平易にするため、このように 2 節に分けて説明する。

3.1 1 枚の曲面に対するオフセット処理

ある曲面に対する理論上のオフセット曲面は、2 章で示した式 (1) から与えられる。しかし、平面や円柱

面など、解析的に表現できる場合を除き、理論上のオフセット曲面を、既存の曲面表現形式で正確に表すのは困難である¹⁵⁾。そこで、実際のオフセット曲面は、理論上のオフセット曲面を近似して生成するのが一般的である(以後、近似オフセット曲面と呼ぶ)。ただし、近似オフセット曲面として生成しても、基本的に、元曲面上の点を法線ベクトル方向にオフセットするため、2章の(ケース3)において補間面が生成されることに変わりはない。また、補間面に微小要素が含まれてしまうという問題についても変わりはない。

近似オフセット曲面の生成方法には、Hoschekら⁷⁾、Farouki³⁾、Nachman⁸⁾らの方法といった、いくつかの方法がすでに存在している。また、このほかにも、最小二乗法 I (Least Squares I method) と最小二乗法 II (Least Squares II method) という方法も存在している¹⁴⁾。文献 14) では、これらの方法がそれぞれ比較されており、それによると、与えられる許容誤差が同じであれば、近似オフセット曲面の制御点の数は、最小二乗法 I の場合に最も少ないことが明らかにされている。この方法では、まず、オフセット処理する B-spline 曲面を複数の Bezier パッチに分解する。次に、各 Bezier パッチをオフセットした Bezier パッチを求める。ここで、オフセットした Bezier パッチを求めるときは、元のパッチ上にいくつかのサンプル点を求め、それらをオフセットした点を計算する。そして、これらのオフセットした点を用い、最小二乗法によってオフセットした Bezier パッチを求める。ただし、この方法の場合、オフセット処理する曲面は B-spline 曲面に限定されており、また、近似オフセット曲面において隣り合う Bezier パッチは、一般に C^1 連続とはならない¹⁴⁾。曲面は、 C^0 連続よりも C^1 連続の方が少ない制御点で表現でき、かつ、滑らかである。そこで、本研究では、B-spline 曲面だけではなく、NURBS および Gregory 系の曲面⁹⁾ に対しても統一的に扱うことができ、かつ、隣り合う Bezier パッチが C^1 連続となる近似オフセット曲面を生成する。

ここで、次節で説明する微小要素の抑制方法を実現するため、本研究においては、近似オフセット曲面を次の2つのステップに分けて生成する。

(ステップ 1)

曲面の境界曲線をそれぞれオフセットした曲線を生成する(図3(a))。

(ステップ 2)

(ステップ 1) で生成した曲線を境界として、内部に近似オフセット曲面を生成する(図3(b))。

(ステップ 1) における曲面の境界曲線とは、元曲

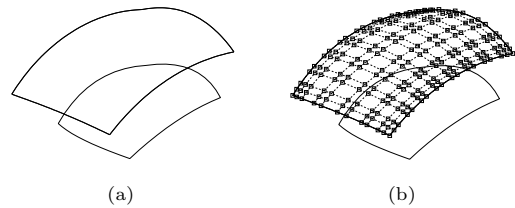


図3 (a) 境界曲線をオフセットした曲線, (b) 近似オフセット曲面
Fig. 3 (a) Offset curves for boundary curves, (b) approximate offset surface.

面 $r(u, v)$ において、 $r(u, 0)$, $r(1, v)$, $r(u, 1)$, $r(0, v)$ である4本の曲線のことであり、これを理論的にオフセットした曲線は式(1)により求まる。ただし、曲面の場合と同様、直線や円弧など、解析的に表現できる場合を除き、理論上のオフセット曲線を、既存の曲線表現形式で正確に表すのは困難である¹⁵⁾。このため、曲線をオフセットする場合も、理論上のオフセット曲線を近似した曲線として生成する(以後、近似オフセット曲線と呼ぶ)。近似オフセット曲線は、次の手順により、複数の3次 Bezier 曲線セグメントから構成される区分 Bezier 曲線として生成する。このとき、近似誤差の許容値としては、理論上のオフセット曲線との距離の許容誤差を与える。

- (1) 元曲面の各境界曲線の両端点をオフセットした点を求め、それらの点を両端点とする1本の Bezier 曲線セグメントを生成する⁶⁾。このとき、両端点における接線ベクトルの向きは、元曲面の境界曲線における接線ベクトルの向きと一致させる。
- (2) 各 Bezier 曲線セグメントを4つに分割する地点をサンプル点とし、それらの点が、オフセット曲線上の点として許容誤差を満たしているかどうかを評価する。
- (3) (2)において、許容誤差を満たしていない点が存在する場合、その曲線セグメントに対応した元曲面の境界曲線の区間を2分割し、その分割した地点をオフセットした点を求める。そして、ここで求めた点と曲線セグメントの両端点から、新たに C^1 連続な2本の Bezier 曲線セグメントを生成し、元の曲線セグメントと置き換える。このとき、ここで求めた点における接線ベクトルの向きは、元曲面の境界曲線における接線ベクトルの向きと一致させる。その後、(2)以降の手順を繰り返し、すべてのサンプル点が許容誤差を満たすようにする。

(ステップ 2) における近似オフセット曲面は、次の手順により、複数の双3次 Bezier パッチからなる

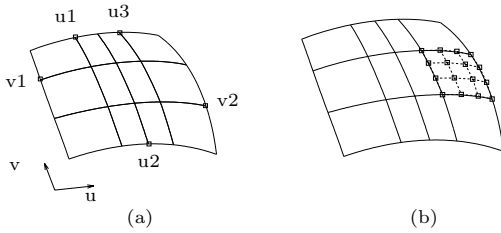


図4 (a) 分割曲線, (b) Bezier パッチ
Fig. 4 (a) Dividing curves, (b) Bezier patch.

1枚の B-spline 曲面として生成する. このとき, (ステップ1)で生成した近似オフセット曲線を与え, また, 近似誤差の許容値として, 理論上のオフセット曲面との距離の許容誤差を与える.

- (1) 近似オフセット曲線の各 Bezier 曲線セグメントについて, それらの各端点に対応した元曲面上のパラメータ u, v の値を求める. そして, 求めたすべての値で u と v の組合せをつくり, 各 u, v の組合せに対応した元曲面上の点をオフセットした点を求める.
- (2) (1)で求めた点について, u の値が同じ点のグループ, また, v の値が同じ点のグループをそれぞれ形成する. そして, u, v の値が0または1だけで形成されたものを除き, つまり, 近似オフセット曲線と重なるグループを除き, 各グループごとに区分 Bezier 曲線を生成する. この区分 Bezier 曲線は, グループ内の各点をセグメントの端点としたものとする⁶⁾. また, このとき, 各点における接線ベクトルの向きは, 元曲面上における u または v 方向の偏微分ベクトルの方向と一致させる. これにより, 近似オフセット曲線で囲まれた内部はメッシュ状に分割されるが, このとき生成した曲線のことを, 以後分割曲線と呼ぶ(図4(a)).
- (3) メッシュ状に分割された各領域ごとに, 1枚の Bezier パッチを生成する. このとき, Bezier パッチの4つの境界曲線はすでに与えられているので, 内部の4つの制御点について求めることになる. まず, 領域を u 方向と v 方向にそれぞれ4分割し, それぞれの内分点に対応した元曲面上の位置の u と v の値を求める. そして, 求めた u と v のすべての組合せによって元曲面上に9つの点を求め, それらの点をオフセットした点から最小二乗法を用いて内部制御点を求める(図4(b))¹⁾.
- (4) (3)で生成した各パッチについて, Beeker の方法²⁾を利用し, 隣り合うものどうしの接続を

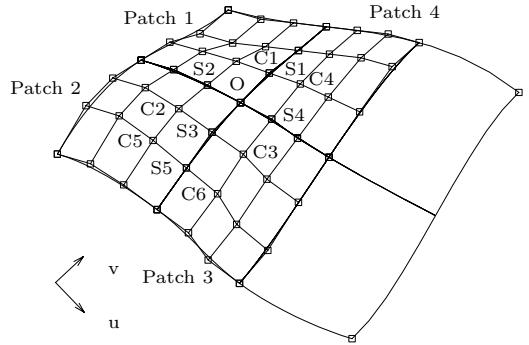


図5 2つの分割曲線の交点のまわりにある4枚のパッチ
Fig. 5 Four patches around an intersection point of two dividing curves.

C^1 連続に調整する. 図5は, 2つの分割曲線の交点 O のまわりにある4枚のパッチ $Patch1, Patch2, Patch3, Patch4$ を示したものである. これらのパッチどうしの接続を, 次の手順で調整する. このとき, u 方向において隣り合う2つのパッチ ($Patch2$ と $Patch3$, および, $Patch1$ と $Patch4$) の互いのパラメータ長の比を k_u とし, v 方向において隣り合う2つのパッチ ($Patch2$ と $Patch1$, および, $Patch3$ と $Patch4$) の互いのパラメータ長の比を k_v とする. パッチのパラメータ長は, パッチの領域が対応する u, v それぞれの方向の近似オフセット曲線のパラメータ区間である.

- (a) 点 O において, u 方向の分割曲線の曲線セグメントどうしを C^1 連続に調整する. この調整は, 点 O の両隣りの制御点, S_2 と S_4 を移動させることにより行う. それぞれの移動後の制御点を S'_2, S'_4 とすると, 次の関係が成り立つ.

$$\vec{S'_2O} = k_u \vec{OS'_4} \tag{2}$$

または,

$$S'_2 = (1 + k_u)O - k_u S'_4 \tag{3}$$

ここで, さらに次の条件を加える.

$$\begin{aligned} & \|S_2 - S'_2\|^2 + \|S_4 - S'_4\|^2 \\ & \rightarrow \text{minimum.} \end{aligned} \tag{4}$$

つまり, 移動距離が最小となるよう S_2 と S_4 を移動させる. そして, 式(3)を式(4)に代入し, 代入後の式を S'_4 で微分すると, 次のとおり S'_4 を求めること

ができる．

$$\vec{S}'_4 = \frac{-k_u(1-k_u)\vec{O} - k_u\vec{S}_2 + \vec{S}_4}{1+k_u^2} \quad (5)$$

これにより，式(3)から， \vec{S}'_2 も求めることができる．

- (b) 点 \vec{O} において， v 方向の分割曲線の曲線セグメントどうしを C^1 連続に調整する．この調整は，点 \vec{O} の両隣りの制御点， \vec{S}_3 と \vec{S}_1 を，(a) と同様に移動させることにより行う．
- (c) *Patch1*，*Patch2*，*Patch3*，*Patch4* が，点 \vec{O} のまわりにおいて C^1 連続となるよう，制御点， \vec{C}_1 ， \vec{C}_2 ， \vec{C}_3 ， \vec{C}_4 を移動させる．ここで，移動後の制御点をそれぞれ \vec{C}'_1 ， \vec{C}'_2 ， \vec{C}'_3 ， \vec{C}'_4 とすると，次の関係が成り立つ．

$$\begin{aligned} \vec{C}'_1\vec{S}'_1 &= k_u\vec{S}'_1\vec{C}'_4, \\ \vec{C}'_2\vec{S}'_3 &= k_u\vec{S}'_3\vec{C}'_3, \\ \vec{C}'_1\vec{S}'_2 &= k_v\vec{S}'_2\vec{C}'_2, \\ \vec{C}'_4\vec{S}'_4 &= k_v\vec{S}'_4\vec{C}'_3. \end{aligned} \quad (6)$$

\vec{C}'_1 ， \vec{C}'_2 ， \vec{C}'_3 ， \vec{C}'_4 は未知であり，パッチの境界の制御点 \vec{O} ， \vec{S}'_1 ， \vec{S}'_2 ， \vec{S}'_3 ， \vec{S}'_4 は既知である．式(6)を整理すると，次の式が得られる．

$$[M] \begin{bmatrix} \vec{C}'_1 \\ \vec{C}'_2 \\ \vec{C}'_3 \\ \vec{C}'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1+k_u)\vec{S}'_1 \\ (1+k_v)\vec{S}'_2 \\ (1+k_u)\vec{S}'_3 \\ (1+k_v)\vec{S}'_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここで，

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & k_u \\ 1 & k_v & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k_u & 0 \\ 0 & 0 & k_v & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$\det(M)$ は 0 となるので，解が一意に求まらない．そこで，さらに次の条件を加える．

$$\sum_{i=1}^4 \|C_i - C'_i\| \rightarrow \text{minimum.} \quad (9)$$

つまり， C_i と C'_i の距離が最小となるように制御点を移動させる．ここで，式(7)より， \vec{C}'_1 ， \vec{C}'_2 ， \vec{C}'_4 は \vec{C}'_3 の関数として表現できるので，これらをそれぞれ \vec{C}'_3 で表し，式(9)に代入する．そして，代入後の式を \vec{C}'_3 で微分すると，次のように \vec{C}'_3 を求めることができる．

$$\begin{aligned} A1 &= -k_u k_v ((1+k_v)\vec{S}'_2 \\ &\quad - k_v(1+k_u)\vec{S}'_3 - \vec{C}_1), \\ A2 &= k_v((1+k_v)\vec{S}'_4 - \vec{C}_4) + \vec{C}_3, \\ A3 &= k_u((1+k_u)\vec{S}'_3 - \vec{C}_2), \\ B &= k_u^2 k_v^2 + k_u^2 + k_v^2 + 1, \\ \vec{C}'_3 &= \frac{A1+A2+A3}{B}. \end{aligned} \quad (10)$$

また，式(7)より， \vec{C}'_1 ， \vec{C}'_2 ， \vec{C}'_4 についても，求めることができる．

- (d) v 方向の分割曲線を挟んだ 2 つのパッチ，*Patch1* と *Patch4*，または，*Patch2* と *Patch3* が， u 方向の近似オフセット曲線を境界として持つ場合，2 つのパッチの接続を C^1 連続に調整する．この調整は， v 方向の分割曲線の両隣りにある各パッチの内部制御点のうち，近似オフセット曲線の側にある各パッチの制御点を移動させることにより行う．たとえば，*Patch2* と *Patch3* の連続性を調整する場合は，制御点 \vec{S}_5 の両隣りの制御点， \vec{C}_5 と \vec{C}_6 を移動させる．このとき，制御点の移動は (a) と同様に行う．
- (e) u 方向の分割曲線を挟んだ 2 つのパッチ，*Patch1* と *Patch2*，または，*Patch4* と *Patch3* が， v 方向の近似オフセット曲線を境界として持つ場合，2 つのパッチの接続を (d) と同様に C^1 連続に調整する．

(a)，(b)，(c)，(d)，(e) を，すべての分割曲線の交点のまわりに適用する．ただし，分割曲線の交点が存在しない場合，つまり，分割曲線が u 方向か v 方向のどちらか 1 方向にしか存在しない場合は，すべての分割曲線に対して (d) または (e) をあてはめる．これにより，(3) で生成した各パッチは，隣り合うもの同士が C^1 連続に接続される．

- (5) 各 Bezier パッチの uv 空間において， $(1/3, 1/3)$ ，

(1/3, 2/3), (2/3, 1/3), (2/3, 2/3) の4つのサンプル点を取り, それらの点がオフセット曲面上の点として, 指定される許容誤差(たとえば, 0.01 などの値)を満たすかどうかを評価する. ここで, 許容誤差とは, 正確なオフセット値とのずれを意味している. 満たしていない場合, そのパッチの u 区間と v 区間のどちらか長い方の区間について, その区間を2分割する分割曲線を新たに加え, (3)の手順に戻る. そして, すべてのパッチが許容誤差を満たした時点で, それらのパッチを結合した1枚の C^1 連続な B-spline 曲面を生成する(図3(b)). なお, この曲面は全域が C^1 連続であるので, 分割曲線に相当する制御点は, この曲面には含まれない.

3.2 複数枚の曲面に対するオフセット処理

2章の(ケース3)において, 次の手順でオフセット処理を行う.

- (1) 前節の(ステップ1)をそれぞれの曲面に対して実行する.
- (2) 曲面どうしの接続部における両側の曲面の境界曲線について, それらの近似オフセット曲線の間に生成される補間面が, 微小要素となるかどうかを判断する. このとき, 双方の近似オフセット曲線をいくつかに等分割する地点を求め, 互に対応する分割地点, および端点どうしをペアとする. そして, ペアとなった点どうしの距離を測定し, ある一定の閾値以下かどうかを調べる. 閾値以下のペアが存在すれば, 補間面が微小要素になると判断する. なお, この閾値のことを, 以後, 微小判定閾値と呼ぶ.
- (3) (2)の結果, 補間面が微小要素になると判断された場合, 双方の近似オフセット曲線の間に, 新しく曲線を生成する. この曲線のことを, 以後, 中間曲線と呼ぶ(図6(a)). そして, 中間曲線を元の近似オフセット曲線と置き換え, 新しい近似オフセット曲線とする(図6(b)). このとき, 中間曲線は次の手順で生成する.
 - (a) 双方の近似オフセット曲線を構成する各セグメントの端点について, 元曲面に対応したパラメータを求める.
 - (b) 求めた各パラメータを, 双方の近似オフセット曲線にあてはめ, パラメータが対応する点どうしをペアとする.
 - (c) 各ペアについて, ペアとなった点どうしの中間点をそれぞれ求める. そして, 求めた中間点をセグメントの端点とする C^1

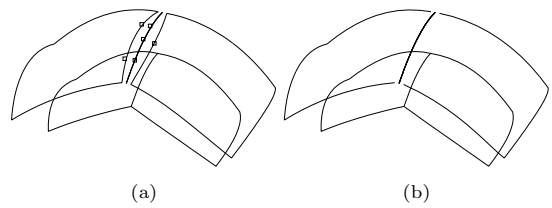


図6 (a) 中間曲線, (b) 近似オフセット曲線の置き換え
Fig. 6 (a) Middle curve, (b) replacement of approximate offset curves.

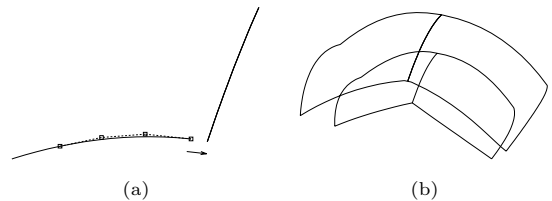


図7 (a) 端点の移動(太線は中間曲線), (b) 再構築された近似オフセット曲線

Fig. 7 (a) Moving an end point (thick line is a middle curve), (b) re-constructed approximate offset curves.

連続な区分 Bezier 曲線を生成する⁶⁾. このとき, 各中間点における接線ベクトルの向きは, その中間点を求める元になった2つの点における, 双方の近似オフセット曲線上の接線ベクトルの向きを平均したものにします.

- (4) (3)の結果, 中間曲線と置き換えられた部分において, 近似オフセット曲線どうしの端点が離れてしまう(図6(b)). そこで, 中間曲線と接続するため, 置き換えられる前の近似オフセット曲線と接続していた, 既存の近似オフセット曲線を変形する. 変形は, 置き換えられる前の近似オフセット曲線と接続していた端点を, 中間曲線の端点の位置に移動させることにより行う(図7(a)). このとき, この近似オフセット曲線の形状が大きく変わらないよう, 移動させる端点を制御点として持つ Bezier 曲線セグメントだけを変形する. さらに, 移動させる端点における, Bezier 曲線セグメントの接線ベクトルの方向と大きさは固定したままとする. これにより, 互いに接続し合った近似オフセット曲線が再構築される(図7(b)).
- (5) (3)および(4)により再構築された近似オフセット曲線を与え, 前節の(ステップ2)をそれぞれの曲面について実行する. この結果, 2枚の近似オフセット曲面は互いの境界が一致す

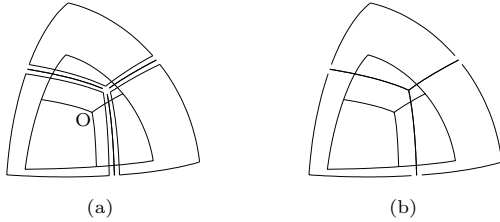


図 8 (a) 変形前の中間曲線, (b) 変形後の中間曲線

Fig. 8 (a) Middle curve before modification, (b) middle curve after modification.

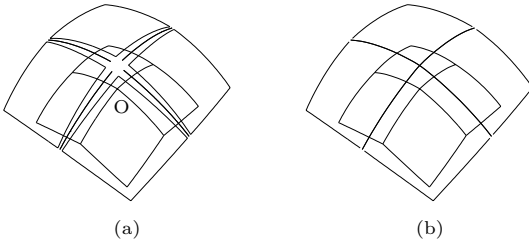


図 9 (a) 変形前の中間曲線, (b) 変形後の中間曲線

Fig. 9 (a) Middle curve before modification, (b) middle curve after modification.

るため、微小要素となる補間面は生成されなくなる。

以上により、2枚の曲面のオフセット処理において、微小要素の発生を抑制することが可能となる。

3枚以上の曲面の場合も、2枚の曲面の場合と同様にオフセット処理を行う。ただし、手順の(3)において生成される複数の中間曲線は、お互いに端点が離れた状態で生成される(図8(a)、図9(a))。そこで、手順の(4)に移る前に、これらの中間曲線を変形し、お互いの端点の位置を一致させる(図8(b)、図9(b))。ここで、一致させる端点は、元曲面の角の点が集まる1点(図8(a)のO、図9(a)のO)に対応した中間曲線の端点である。変形は、これらの端点を、それらの平均位置に移動させることにより行う。このとき、手順の(4)と同様に行う。つまり、移動させる端点を制御点として持つBezier曲線セグメントだけを変形する。また、移動させる端点における、Bezier曲線セグメントの接線ベクトルの方向と大きさは固定したままとする。これにより、3枚以上の曲面の場合にも、微小要素の発生を抑制することが可能となる。

4. 適用結果

図10は、工業製品(釣り道具)の形状データである。図10(c)は、図10(a)の丸囲み部分を拡大したものである。この部分は角が丸められているが、曲面どうしが微妙に折れて接続されている。また、そのほか

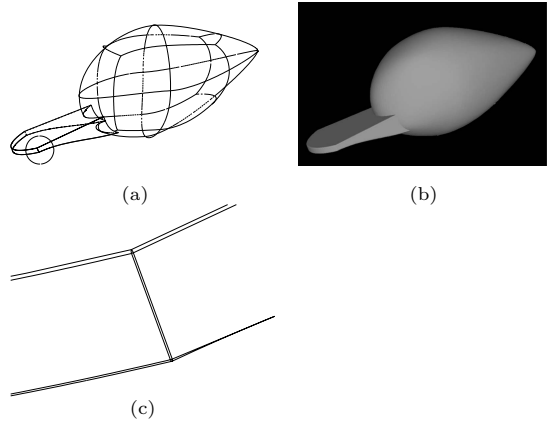


図 10 (a) ワイヤフレーム表示, (b) シェーディングイメージ, (c) 丸囲み部分の拡大図(角に丸め処理が施されている)

Fig. 10 (a) Wire frame, (b) shading image, (c) enlarged figure of a circled area (the corner has been rounded).

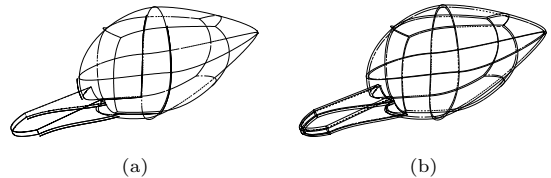


図 11 (a) 微小判定閾値が 10^{-4} の場合, (b) 微小判定閾値が 10^{-1} の場合

Fig. 11 (a) Case of 10^{-4} threshold, (b) Case of 10^{-1} threshold.

にも、曲面どうしが微妙に折れて接続されている箇所が存在する。このデータに対して本研究の方式を適用した結果を図11に示す。図11(a)は、微小判定閾値として 10^{-4} という値を選び、オフセット処理を行った結果である。ただし、図を見やすくするため、生成した近似オフセット曲面は表示せず、補間面のみを表示している。太い実線として見える部分が補間面である。補間面は、それぞれ、近似オフセット曲面どうしに生じた細長い隙間に生成されたものであり、それぞれ、 10^{-2} 以下の曲線を含んでいる。図11(b)は微小判定閾値を 10^{-1} とした場合である。この図では、生成した近似オフセット曲面をすべて表示している。この場合、図11(a)における補間面が、すべて微小要素になると判定されたため、補間面は1つも生成されなかった。つまり、微小判定閾値の大きさを 10^{-4} から 10^{-1} に変えることによって、微小要素の発生が抑制されている。

図12も工業製品(配管)のための形状データである。このデータに対して同様の比較を行った結果が図13である。図13(a)は、微小判定閾値を 10^{-4} と

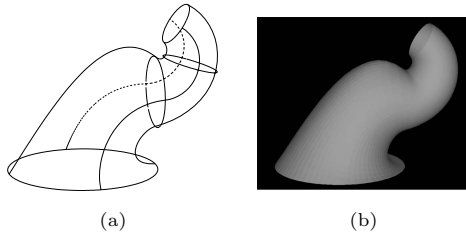


図 12 (a) ワイヤフレーム表示, (b) シェーディングイメージ
Fig. 12 (a) Wire frame, (b) shading image.

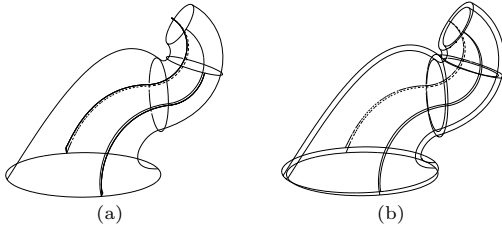


図 13 (a) 微小判定閾値が 10^{-4} の場合, (b) 微小判定閾値が 10^{-1} の場合
Fig. 13 (a) Case of 10^{-4} threshold, (b) case of 10^{-1} threshold.

した場合であり, 太い実線として見える部分が補間面である。それぞれ, 10^{-2} 以下の曲線を含んでいる。なお, この図においても, 見やすさのため, 近似オフセット曲面は表示していない。図 13 (b) は, 微小判定閾値を 10^{-1} とした場合であり, 生成した近似オフセット曲面をすべて表示している。図 13 (a) における補間面が, すべて微小要素になると判定されたため, 補間面は 1 つも生成されなかった。このデータの場合も, 微小判定閾値の大きさを 10^{-4} から 10^{-1} に変えることによって, 微小要素の発生が抑制されている。

5. おわりに

近似手法を用いて微小要素の発生を抑制したオフセット方法を提案した。2枚の曲面が表側から見て凸状に折れて接続している場合, その接続部分において, それらのオフセット曲面の間には隙間が発生する。この場合, 隙間を埋めるために補間面を生成するのだが, その隙間が非常に小さい場合, 補間面が微小要素となってしまうことがある。そして, 微小要素が存在すると, モデリングや, 他のシステムへのデータの受渡して失敗する可能性が高くなる。この問題を解決するために, 本研究では, 元の曲面の境界に対する近似オフセット曲線を生成した後, それらの曲線を利用して内部に近似オフセット曲面を生成するという2段階の処理に分けた。これにより, 本来ならばオフセット曲面どうしの間に非常に小さな隙間が生じる場合でも,

近似オフセット曲線を再構築するだけで, 簡単に微小要素の発生を抑制することが可能になった。なお, 本論文で提案した手法は, (株)リコーで開発しているソリッドモデリングツールキット DESIGNBASE⁹⁾に実装し, その効果を確認した。今後の課題としては, 複数枚の曲面に対するオフセット処理において, オフセット曲面どうしを滑らかに接続することなどが考えられる。

参考文献

- 1) Tiller, W. and Hanson, E.: Offsets of two dimensional profiles, *IEEE Comput. Graph. and Appl.*, Vol.4, No.9, pp.36-46 (1984).
- 2) Beeker, E.: Smoothing of shapes designed with free-form surfaces, *Computer Aided Design*, Vol.18, pp.224-232 (1986).
- 3) Farouki, R.T.: The approximation of nondegenerate offset surfaces, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.3, No.1, pp.15-44 (1986).
- 4) Rossignac, R. and Requicha, A.G.: Offsetting operations in solid modelling, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.3, pp.129-148 (1986).
- 5) Hoschek, J.: Approximate conversion of spline curves, *Computer Aided Design*, Vol.4, pp.59-66 (1987).
- 6) Hoschek, J.: Spline approximation of offset curves, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.5, pp.33-40 (1988).
- 7) Hoschek, J., Schneider, F. and Wassum, P.: Optimal approximation conversion of spline surfaces, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.6, pp.293-306 (1989).
- 8) Nachman, L.T.: Approximating offset surfaces in a NURBS environment, *2nd SIAM Conference on Geometric Design*, November, Tempe, Arizona (1991).
- 9) 鳥谷浩志, 千代倉弘明: 3次元 CADの基礎と応用, 共立出版 (1991).
- 10) Kai, T., Cheng, C.C. and Dayan, Y.: Offsetting surface boundaries and 3-axis gouge-free surface machining, *Computer Aided Design*, Vol.27, No.12, pp.915-927 (1995).
- 11) Piegl, L. and Tiller, W.: *The NURBS Book*, Springer-Verlag (1995).
- 12) Glaeser, G., Wallner, J. and Pottman, H.: Collision-free 3-axis milling and selection of cutting tools, *Computer Aided Design*, Vol.31, No.3, pp.225-232 (1999).
- 13) Piegl, L.A. and Tiller, W.: Computing offsets of NURBS curves and surfaces *Computer Aided Design*, Vol.31, No.2, pp.147-156 (1999).
- 14) Kulczycka, M.A. and Nachman, L.J.: Qualita-

tive and quantitative comparisons of B-spline offset surface approximation methods, *Computer Aided Design*, Vol.34, No.1, pp.19-26 (2002).

- 15) Maekawa, T.: An overview of offset curves and surfaces, *Computer Aided Design*, Vol.34, No.4, pp.299-308 (2002).
- 16) Ravi Kumar, G.V.V., Shastry, K.G. and Prakash, B.G.: Computing non-self-intersecting offsets of NURBS surfaces, *Computer Aided Design*, Vol.34, No.3, pp.209-228 (2002).

(平成 14 年 8 月 8 日受付)

(平成 15 年 7 月 3 日採録)



佐藤 直之(正会員)

平成 4 年中央大学工学部精密機械工学科卒業。同年(株)リコー入社。現在,(株)リコーソフトウェア研究開発本部にて,3次元形状処理に関する研究開発に従事。



徳山 喜政(正会員)

昭和 61 年東京大学大学院産業機械工学専攻修士課程修了。(株)リコーソフトウェア研究所を経て,現在,東京工芸大学工学部助教授.CG, CAD, VRの研究に従事。博士(工学)。映像情報メディア学会,画像電子学会各会員。