

有限要素法による電磁場解析の透磁率を用いた演算回数削減手法

佐藤 一馬 †

富永 浩文 †

中村 あすか †

前川 仁孝 †

松林 祐 ‡

若尾 真治 ‡

† 千葉工業大学情報科学部情報工学科

‡ 早稲田大学理工学術院先進理工学部電気・情報生命学科

1 はじめに

電子機器の開発では、有限要素法 (FEM) による電磁場解析が行われている。FEM による電磁場解析は時間ステップごとに静磁場解析を行うため、電磁場解析を高速化するためには静磁場解析の高速化が重要である。静磁場解析は、Newton-Raphson(NR) 法の各イタレーションで全要素の要素剛性行列から全体剛性行列を生成する。NR ループ中で透磁率が変化しない要素の要素剛性行列を生成する処理は、全イタレーションで演算結果が同じになるため、何度も計算する必要が無い。そこで、本稿では、FEM における静磁場解析を高速化するために、透磁率が変化しない要素から要素剛性行列を生成する演算の削減手法を提案する。

2 FEM による静磁場解析

FEM による静磁場解析は、マクスウェル方程式より導出された式 (1)、式 (2) の支配方程式を空間離散化して解く。

$$\nabla \times \nu (\nabla \times A) = J_0 - \sigma (\nabla \phi) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot J_e = \nabla \cdot (\sigma (\nabla \phi)) = 0 \quad (2)$$

ここで、 A 、 ϕ は磁場と電場のポテンシャル、 ν は磁気抵抗率、 J は電流密度、 σ は導電率のパラメータである。FEM による静磁場解析のフローを図 1 に示す。本解析は、まず、図 2 のように問題の解析領域を有限個の要素に分割し、各要素から式 (1)、式 (2) を用いて要素剛性行列を生成する。次に、全ての要素剛性行列を図 3 のように足し合わせて全体剛性行列を生成する。磁性体の要素から生成される要素剛性行列では、磁場と磁束密度の関係を示す透磁率が磁束密度に依存する。このため、全体剛性行列を係数行列に持つ方程式が非線形となるので NR 法を用いた収束計算を行う。収束計算中は、全要素に対する要素剛性行列の生成を複数回行うが、非磁性体要素の透磁率が変化しない。このため非磁性体要素から生成される要素剛性行列は収束計

算中で要素が変化せず、NR ループで同じ要素剛性行列を生成する演算を複数回行うことになる。

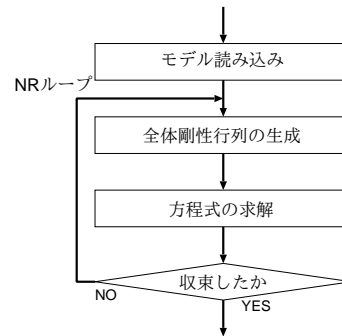


図 1: FEM による静磁場磁場解析の解析フロー

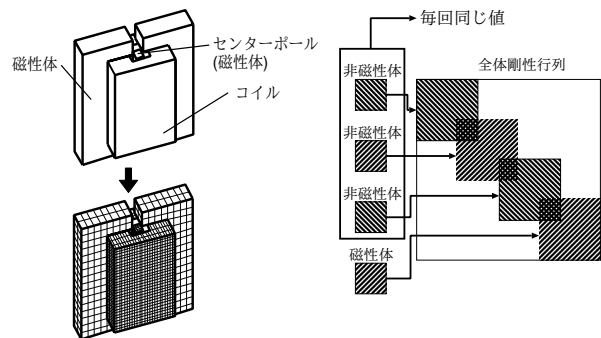


図 2: プランジャモデル 図 3: 全体剛性行列の生成

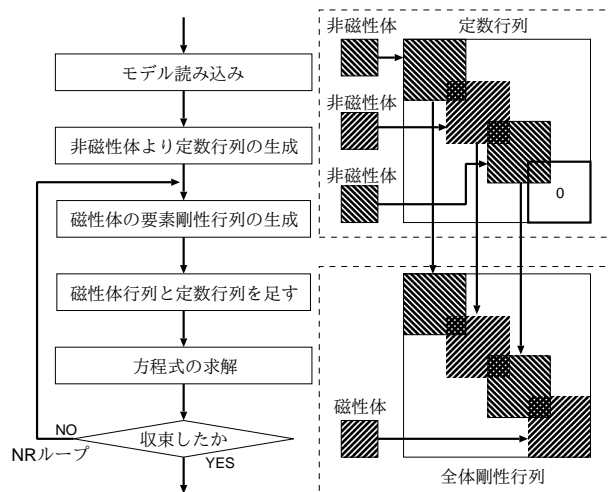
3 透磁率の性質を用いた演算回数削減手法

静磁場解析を高速化するためには、NR ループ中の非磁性体の要素剛性行列の生成を削減することで、要素剛性行列を繰り返し生成することを防ぐ必要がある。ループ中で演算結果が同じになる処理は、ループ不変式削除によって削減できる [1]。そこで、FEM による静磁場解析を高速化するために、ループ不変式削除を用いて非磁性体要素の要素剛性行列生成の演算をループ外で計算することで、全体剛性行列生成の演算回数を削減する。非磁性体要素の要素剛性行列生成の演算を削減した FEM による静磁場解析の処理フローを図 4 に示す。本手法は、図 4 のように、非磁性体要素の要素剛性行列を NR ループによる収束計算の前に一度だけ生成し、足し合わせた結果を定数行列として記憶す

†Kazuma SATO †Hirobumi TOMINAGA †Asuka NAKAMURA
†Yoshitaka MAEKAWA ‡Yu MATSUBAYASHI ‡Shinji WAKAO
†Department of Computer Science, Chiba Institute of Technology
‡Department of Electrical Engineering and Bioscience, Waseda University

る。その後、NR ループ内で、定数行列に磁性体要素の要素剛性行列を足し合わせることで全体剛性行列を生成する。

本手法は、定数行列を記憶する分だけ使用メモリが増えるが、非磁性体の要素剛性行列を生成するための演算を一度しか行わないため、冗長な演算を削減できる。また、非磁性体要素の割合が大きいほど、削減できる演算の量が増えるため、全体剛性行列生成処理の削減率が高くなると期待できる。



(a) 解析フロー (b) 全体剛性行列生成

図 4: 定数行列を用いた FEM の静磁場解析

4 評価

有限要素法による電磁場解析の透磁率を用いた演算削減手法の有効性を示すために、演算の削減を行う FEM と演算削減を行わない FEM で静磁場解析時間を測定し、評価する。表 1 に本評価に用いる解析モデルを示す。プランジャモデルは解析領域中の非磁性体要素の割合が大きいモデルである。また、積層鉄心モデルは塊状鉄心と励磁コイルで構成されるベンチマークモデルであり [2]、積層鉄心 1 は積層鉄心 2 よりも励磁電流が小さいモデルである。評価環境は、CPU が Intel Core i7 950、メモリが 48GB、コンパイラが Visual Studio 2008 である。透磁率を用いた FEM により得られる高速化率を評価するために、演算の削減を行う場合と行わない場合の解析時間と行列生成時間を表 2 に示す。評価の結果、表中の全モデルにおいて解析時間が高速化することが確認できた。ここで、積層鉄心 2 の削減率が 69%、積層鉄心 1 が 56% と積層鉄心 2 の方が高い削減率が得られた。この要因を調べるために、各モデルの NR ループの反復回数と NR ループ 1 回あたりの行列生成時間を測定する。表 3 に NR ループ 1 回あたりの削減率を示す。表 3 より、NR ループ 1 回あたりの削

減率は積層鉄心モデルでどちらも 81% である。このことから、表 2 の行列生成時間において積層鉄心 2 の削減率が高いのは、NR ループの反復回数の増加により全体剛性行列生成の回数が増え、NR ループ外で行う定数行列生成の処理時間の割合が全体剛性行列生成の時間に対して相対的に小さくなったためといえる。また、最も非磁性体要素の割合の高いプランジャモデルは NR ループ 1 回あたりの削減率が最も高い。以上より、定数行列を用いた FEM は、NR ループの反復回数が大きいモデルや、非磁性体要素の割合が大きいモデルほど多くの演算を削減できる。

表 1: 解析モデル

モデル	要素数	磁性体要素数	非磁性体要素数	非磁性体の割合
プランジャ	167440	9588	157852	94.6%
積層鉄心 1	245769	24000	221769	90.2%
積層鉄心 2	245769	24000	221769	90.2%

表 2: 解析時間と行列生成時間

モデル	解析時間			行列生成時間		
	削減前 [s]	削減後 [s]	高速化率 [%]	削減前 [s]	削減後 [s]	削減率 [%]
プランジャ	97.5	90.5	7	11.4	2.6	77
積層鉄心 1	129.5	125.8	3	6.1	2.8	56
積層鉄心 2	261.7	254.6	3	12.3	3.9	69

表 3: NR ループ 1 回あたりの行列生成時間

モデル	NR 反復数	削減前		削減後		削減率 [%]
		行列生成 [s]	定数行列生成 [s]	行列生成 [s]	行列生成 [s]	
プランジャ	8	1.42	1.33	0.16	89	
積層鉄心 1	3	2.00	1.77	0.37	81	
積層鉄心 2	6	2.00	1.77	0.37	81	

5 おわりに

本稿では、FEM による電磁場解析を高速化するために、非磁性体の透磁率を用いることで演算回数を削減する手法を提案し、評価した。評価の結果、透磁率を用いた FEM は、行列生成時間を削減できることが確認できた。特に、プランジャモデルの場合、行列生成時間を最大 77% 削減できることが確認できた。電磁場解析では各時間ステップに静磁場解析を行うため、定数行列を用いた FEM は電磁場解析に対しても有効であると考えられる。

参考文献

- [1] 中田育男 : コンパイラの構成と最適化, 朝倉書店 (1997).
- [2] 高橋康人, 若尾真治, 藤原耕二, 貝森弘行, 亀有昭久: 積層鉄心ベンチマークモデルの提案とその高精度磁界解析, 電気学会論文誌 B, Vol.127, No.8, pp.894-901(2007).