

ICT を活用した積分演習の効率化に関する検討

大前 佑斗[†] 中平 勝子[†] 福村 好美[†]長岡技術科学大学[†]

1. はじめに

近年の高等教育において、語学、専門科目などとともに、高等数学の学習にeラーニングシステムを適用して自学自習を支援することにより、効果的な数学教育が実現できるものと期待されている。一般に数式表現には自由度が許容されるため、正誤判定を自動化することが困難であった。Maximaを用いた多項式計算の正誤判定手法の報告もあるが[1]、本稿では外部アプリケーションを用いず簡易に正誤を判定することのできるアルゴリズムを報告する。

高等専門学校を学生を対象とした積分計算力の調査で、三角関数の積分の正答率は38.14%、置換積分の正答率は41.23%、部分積分の正答率は25.77%という結果が出ており、高等数学の基本である積分の計算力を向上させることが望ましい[2]。よって、積分の計算を対象とした、不定積分の式変形過程における正誤判定を、定積分で模擬することにより、定量値で判定する方式の妥当性検証と、実現に際して問題となる数式入力方法のプロトタイプ実験結果を報告する。以下では、不定積分の正誤判定アルゴリズムを提案し実施例に基づく正当性を示す。さらに、ユーザフレンドリーな数式入力方法として、GUIを活用したプロトタイプの構築結果を報告する。

以上で述べた正誤判定の自動化手法および簡便な数式入力方法を導入することで、学習者の積分演習の効率化に資するものと考えられる。

2. 正誤判定の自動化手法

以下の式について考える。

$$F = a \times \int f(x) dx + g(x) \quad - (1)$$

$$G = a \times \int_c^b f(x) dx + g(b) - g(c) \quad - (2)$$

$(a, b, c \in \mathbb{R}, b > c)$

不定積分を含む式(1)の不定積分部を模擬的に区間 $[c, b]$ 上での定積分とする。さらに、 $g(x)$ を $g(b) - g(c)$ とする。なお b, c は $f(x)$ において区間

$[c, b]$ 上で連続である値とする。このように、不定積分を模擬的に定積分としたものを式(2)とする。

式(2)において、積分部である $\int_c^b f(x) dx$ はシンプソンの公式を適用することで近似的に積分部を定数とすることができる。G内に存在する積分部をすべて近似化し、積分部がすべて排除されたら、逆ポーランド記法に変換する。これにより、Gを近似値として導出することが可能となる。学習者が計算したすべての式に対してこれを適用し、すべての式を近似化し、この近似値の差によって正誤を判定する。

実際の計算例を表1, 2に示す。表1は学習者が正しい計算を行った、表2は誤った計算を行ったと想定した計算例である。なお、シンプソンの公式の際に設定が必要なパラメータである分割数は、512とした。

表1. 正しい計算を行った場合の正誤判定(例)

式番号	数式	近似値	正誤判定
1	$\int_1^3 xe^x dx$	40.17107385	正
2	$= [xe^x]_1^3 - \int_1^3 e^x dx$	40.17107384	正
3	$= (3e^3 - e) - [e^x]_1^3$	40.17107384	正
4	$= (3e^3 - e) - (e^3 - e)$	40.17107384	正
5	$= 3e^3 - e - e^3 + e$	40.17107384	正
6	$= 2e^3$	40.17107384	正

表1より、近似値を見ると、ほぼ等しいことがわかる。表1、式1と式2の間に誤差はあるものの、これはシンプソンの公式による近似的な誤差であり、学習者が表1、2列目のような計算を行った場合は正しい計算であると判定することができる。

表1、2は部分積分法を用いる典型的な問題だが、この公式を誤って覚えているとき、表2、式8のような数式が形成される場合がある。このような計算ミスが発生した場合、近似値同士の差に直結することがわかる。よって、式8で計算ミスが発生したと判定することができる。

以上の手法は定積分の問題にしか対応できないが、不定積分を模擬的に定積分化することで、不定積分でも同様の正誤判定が可能である。その例を表3に

Examination about the increase in efficiency of the integration exercise which utilized ICT

[†]Yuto Omae, Katsuko T. Nakahira, Yoshimi Fukumura
Nagaoka University of Technology

表 2. 誤った計算を行った場合の正誤判定(例)

式番号	数式	近似値	正誤判定
7	$\int_1^3 xe^x dx$	40.17107385	正
8	$= [xe^x]_1^3 + \int_1^3 e^x dx$	74.90558403	誤
9	$= (3e^3 - e) + [e^x]_1^3$	74.90558403	誤
10	$= (3e^3 - e) + (e^3 - e)$	74.90558403	誤
11	$= 3e^3 - e + e^3 - e$	74.90558403	誤
12	$= 4e^3 - 2e$	74.90558403	誤

示す. 表 3, 1 列目のような計算を学習者が行ったときに, 表 3, 2 列目のように模擬的に定積分化することで不定積分であっても前述した正誤判定の自動化が可能となる.

表 3. 不定積分の模擬的な定積分化

不定積分	定積分
$\int xe^x dx$	$\int_1^3 xe^x dx$
$= xe^x - \int e^x dx$	$= [xe^x]_1^3 - \int_1^3 e^x dx$
$= xe^x - e^x + C$	$= [xe^x - e^x]_1^3$
$= e^x(x-1) + C$	$= [e^x(x-1)]_1^3$

以上の方法によって学習者が逐一正誤を把握することができれば計算学習の効率化につながるものと考えられる.

3. 数式入力方法

学習者が直観的に数式を入力できるようにするため, ツールボックス化したさまざまな数式パーツをドラッグアンドドロップで移動させ, 数式を記述するようにした. 数式パーツは図 1. のツールボックス内にある, 0~9 の数字パーツ, 定積分や指数部で用いるサイズの小さい 0~9 の数字パーツ, =, +, -, ×, /, といった演算子, (,), {, }, [,], といった各種括弧, sin, cos, tan, log, e といった初等関数, 積分計算に必要な \int, dx, dt , 変数 x, t などを用意した. 複雑な積分を行う場合にはこれ以外にも数式パーツが必要だが, 積分の計算を苦手とする学生を対象としているため, 十分と判断した.

4. プロトタイプの構築

正誤判定の自動化をしつつ GUI による数式入力方法を確立するため, Flash 作成用のプログラミング言語である ActionScript を用いた.

学習支援システムのイメージを図 1. に示す. 出題部より計算問題が出題され, その下に計算を行っていく. 下部のツールボックスよりパーツを選ぶことで数式を形成し, 最終的に解答を導く. そして採点ボタンを押すことで, 計算部の左に正誤判定結果が表示され, 学習者が即座に自らの計算ミスを把握することが可能となる.

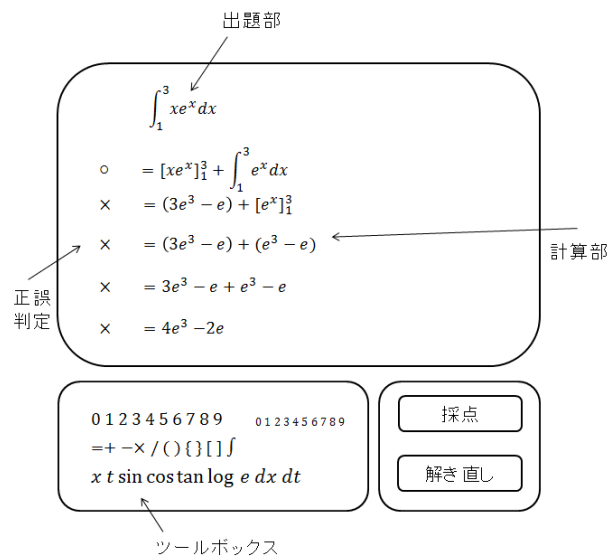


図 1. 実装画面のイメージ

5. まとめ

正誤判定の自動化手法および簡便な数式入力方法について述べた. これを導入することで, 学習者の積分演習の効率化が期待できる. 今後は, 正誤判定で誤りと判定された部分から計算を再開できるといった効率化につながる機能を備え, 実験に向けた細かな問題を解決したのち, 実験を行いどの程度効率であるか, 修正点は何か, といった検討・改良を行っていきたい.

参考文献

- [1] 篠田 有史: "数式処理システムを活用した記述式数学ドリルの自動採点" コンピュータ利用学会第 94 回研究会, 2011-12-18
- [2] 大前 佑斗: "高専生の数学に対する理解度の調査結果および教育工学への応用" 日本高専学会第 17 回年会講演会講演論文集, p39-49, 2011-8-27