

手書きされた二次元曲線を用いた二次元メッシュの生成法

東 恒人[†] 島田 恭宏[†] 長谷川 栄人^{††}

従来、物体のスケッチ図形を表現するためには、多数の曲線を使用する必要があるため、このような図形を生成するのに手間を要している。そこで、本論文では、スケッチの対象とした物体の形状に類似した投影図を表現するために、物体の形状を特徴付けるような複数の曲線（これを特徴曲線という）のみを利用して、二次元メッシュ（以下、単にメッシュという）を生成する方法を提案している。本手法では、複数の特徴曲線の形状とそれらの位置関係のみを二次元座標情報の形で利用して、輪郭線と輪郭生成線に対応したメッシュを生成し、投影図を表現している。主要な処理として、等長線分画処理（線図形を、等しい長さの線分で縦続接続された線図形（これを等長線分画図形という）に変換）と P 型フーリエ記述法（等長線分画図形の形状の特徴を線分間の角度分布のみに関連付ける方法）が用いられているので、角度分布に対して離散的フーリエ変換を適用して得た係数を用いて、メッシュの形状を分析し、また、係数の値を修正した後、この係数に対して離散的フーリエ逆変換を適用して、メッシュの形状を変形している。

Generation Method of 2D Mesh Which Uses 2D Curve Part Written by Hand

TSUNEHITO HIGASHI,[†] YASUHIRO SHIMADA[†] and EITO HASEGAWA^{††}

The shape of the observed object is characterized in two or more 2D curves. By the way, we can perceive the three dimensional figure from the shape-contour and contour-generator drawn in the plane. The 2D mesh, corresponding to shape-contour and contour-generator, is generated by using the shape of these curves and these positions in consideration of these facts. In this paper, the two main technologies are used. 2D Curve is converted into 2D linear drawing which was composed only of segment of equal length, by using the first technology. Shape of 2D linear drawing is related to the angular distribution between segments by using the second technology. Therefore, the shape of the generated 2D mesh can be analyzed by using the discrete Fourier transform and can be deformed by using the discrete inverse Fourier transform.

1. ま え が き

低学年の小学生などが身の回りの物体をスケッチしても、投影図として表現できない場合が多い。この原因は、投影図としての表現の仕方が分からないためである。若年層を対象として、観測している物体の形状を特徴付けるような曲線（以下、これを特徴曲線と呼称する）のみを入力して、投影図を生成するようなシステムができれば、どのような特徴曲線を入力すれば、投影図が表現できるのか理解できるようになるであろう。また、特徴曲線を大雑把な形状として入力して投影図を生成した後、その形状の特徴を分析して、その図形を変形できれば、新たな投影図を創造するための

知識が得られるであろう。

スケッチ情報をもとに三次元座標値 $[x,y,z]$ を有する図形を表現する方法は多数あるが、従来よりも容易に生成でき、かつ、本論文の内容に類似した方法として、たとえば、Igarashi ら¹⁾ による方法と松田ら^{2),3)} による方法がある。Igarashi ら¹⁾ は、三次元座標値を有するリング状のスケッチ図形を入力するごとにポリゴンを生成し、必要ならば部品を追加しながら三次元座標値を有する図形を生成している。このシステムでは、初心者でも短時間で基本的な操作ができる。松田ら^{2),3)} は、三次元座標値を有するスケッチ情報として断面線のみあるいは輪郭線と面上線を入力し、これらから制御ポリゴン変換して、細分割曲面によって三次元座標値を有する図形を生成している。これらのシステムでは、生成された図形の形状の特徴を分析することができないので、その形状を変形するには、ポリゴンの再構築が必要である。

[†] 岡山理科大学工学部

Faculty of Engineering, Okayama University of Science

^{††} 岡山理科大学大学院

Graduate School, Okayama University of Science

ところで、二次元平面上に描かれた二次元座標値 $[x,y]$ を有する図形から三次元形状を知覚する手がかりとして、輪郭^(4),5) や表面輪郭⁽⁵⁾ などがある。輪郭は物体の射影による輪郭線の表示によって、また、表面輪郭は輪郭生成線(松田ら²⁾ による面上線はこれに相当する)の表示によって、ともに知覚される。輪郭生成線は多数の平行の集まりであり、これらの平行線の間隔の狭まり方が面の方向や遠近感に影響を与えることが知られている^(5),6)。

そこで、本論文では、物体に類似した二次元座標値 $[x,y]$ を有する図形、すなわち、投影図を表現するために、複数の特徴曲線のみを二次元平面上に描き、それらの形状とそれらの位置関係を二次元座標値 $[x,y]$ の形で利用し、輪郭線と輪郭生成線に相当した二次元メッシュを生成する方法を提案する。二次元メッシュとは、二次元座標値 $[x,y]$ を有するメッシュを意味し、このメッシュで構成された図形は、物体の投影図に相当した図形を表す。以下、二次元メッシュを単にメッシュと呼称する。本手法では、特性曲線を入力するだけで、自動的にメッシュを生成することができ、また、生成されたメッシュの形状を分析でき、さらに、特性曲線の形状を大雑把な形状として入力しても、メッシュの形状を自動的に変形することができるので、本手法は、若年層に対する投影図の表現能力の養成や投影図の表現能力の向上に寄与できる可能性がある。

本手法で用いた主要な処理は、等線分化処理^(7),8) と P 型フーリエ記述法^(7),8) である。等線分化処理を用いることにより、線図形を、その始点の位置と終点の位置を保持した状態で、等しい長さの線分で縦続接続された線図形(これを等長線図形と呼称する)に変換することができる。このような等長線図形を用いることにより、多数の平行線、すなわち、輪郭生成線を生成することが可能となる。P 型フーリエ記述法を用いると、等長線図形の形状を離散的フーリエ変換を用いて分析することが可能となり、分析結果をふまえて等長線図形の形状を変形できるので、メッシュの形状の分析とその形状の変形が可能となる。

まず、本手法の概要について述べる。

2. 本手法の概要

本手法における全体の処理の流れを図 1 に示す。本手法は、3 つの処理(①生成、②分析、③変形)からなり、①において、マウスなどで入力された線図形を用いてメッシュを生成し、②において、メッシュの形状を位相特性⁽⁹⁾ を用いて分析する。必要ならば、③において、メッシュの形状を変形する。①生成の概要を

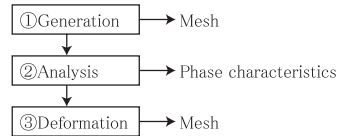


図 1 ブロック図
Fig. 1 Block diagram.

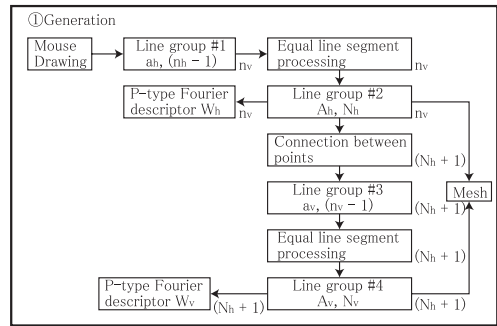


図 2 生成ブロック図
Fig. 2 Generation block diagram.

図 2 に示す。この部分では、マウスで n_v 本の線図形 a_h を入力する。この線図形を一次構造線と呼称する。一次構造線は $(n_h - 1)$ 本の線分で構成され、 n_h の数値は一次構造線ごとで異なる。一次構造線に対して等長線分化処理を適用して等長線図形 A_h を生成する。この等長線図形を二次構造線と呼称する。各二次構造線は N_h 本の線分で構成され、同一の二次構造線上にある線分の長さはすべて等しい。二次構造線に対して P 型フーリエ記述法を適用して、この二次構造線上にある線分について、隣接の線分間の角度分布を表した角度関数 W_h を求めておく。

二次構造線どうしの配置関係を利用して新たな線図形 a_v を $(N_h + 1)$ 本生成する。この線図形を三次構造線と呼称する。三次構造線は $(n_v - 1)$ 本の線分で構成されている。三次構造線に対して等長線分化処理を適用して新たな等長線図形 A_v を生成する。この等長線図形を四次構造線と呼称する。各四次構造線は N_v 本の線分で構成され、同一の四次構造線上にある線分の長さはすべて等しい。四次構造線に対して P 型フーリエ記述法を適用して、この四次構造線上にある線分について、隣接の線分間の角度分布を表した角度関数 W_v を求めておく。②分析の概要を図 3 に示す。この部分では、関数 W_h, W_v に対して離散的フーリエ変換(DFT)を適用して係数 C_h, C_v を得る。これらの係数を用いて位相特性(4.3 節を参照)を求めて、メッシュの形状の特徴を調べる。③変形の概要を図 4 に示す。この部分では、係数 C_h, C_v の値を変更した

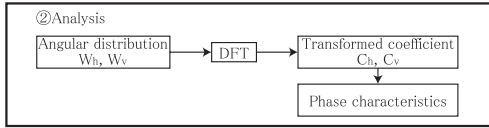


図 3 分析ブロック図

Fig. 3 Analysis block diagram.

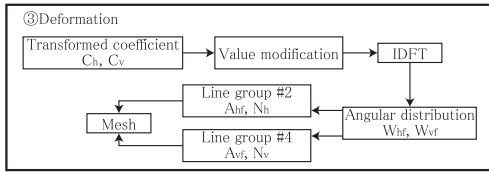


図 4 変形ブロック図

Fig. 4 Deformation block diagram.

後、この係数に対して離散的フーリエ逆変換 (*IDFT*) を適用して新たな角度関数 W_{hf}, W_{vf} を得る。これらの関数を用いて変形後の二次構造線 A_{hf} と四次構造線 A_{vf} を生成し、これらを用いてメッシュを生成する。

以下、①、②、③について具体的に説明する。

3. 二次元メッシュの生成

二次元平面上に手書き入力された一次構造線をもとに、メッシュを生成する。

3.1 一次構造線

図 5 に示すように、 n_v 本の一次構造線 $a_h(\ell)$ ($\ell = 1, 2, \dots, n_v$) があるとす。一次構造線は、マウスなどの入力手段で描かれた図形であり、物体の特徴的な形状を表している。 ℓ 番目の一次構造線 $a_h(\ell)$ は、点 $p_h(j, \ell)$ ($j = 1, 2, \dots, n_h$) の座標 $(x_h(j, \ell), y_h(j, \ell))$ を、図 5 に示すように、 $j = 1, 2, \dots, n_h$ の順に連結した線図形であり、 $(n_h - 1)$ 本の線分で構成されている。なお、一次構造線 $a_h(\ell)$ の始点 $p_h(1, \ell)$ と終点 $p_h(n_h, \ell)$ は、3.3 節で述べるように、1 つの曲線上の点として並ぶように入力されている。これらの座標はそれぞれ $(x_h(1, \ell), y_h(1, \ell))$ と $(x_h(n_h, \ell), y_h(n_h, \ell))$ である。

3.2 二次構造線

この節で述べる処理には既存の手法 (等長線分化処理と P 形フーリエ記述法 \tilde{y})⁸⁾ が用いられている。

一次構造線 $a_h(\ell)$ に対して等長線分化処理を適用して、図 6 に示すような二次構造線 $A_h(\ell)$ を生成する。二次構造線 $A_h(\ell)$ は、点 $P_h(j, \ell)$ ($j = 0, 1, \dots, N_h$) の座標 $(X_h(j, \ell), Y_h(j, \ell))$ を、 $j = 0, 1, \dots, N_h$ の順に連結されて生成されており、この線図形では、長さ

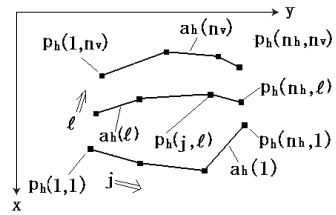


図 5 一次構造線

Fig. 5 Line group #1.

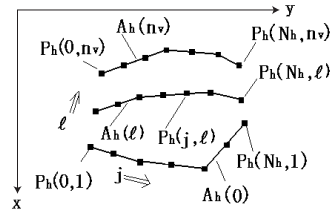


図 6 二次構造線

Fig. 6 Line group #2.

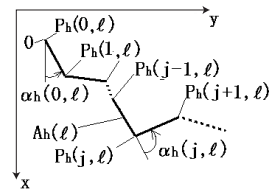


図 7 線分間の角度 $\alpha_h(j, \ell)$ の定義

Fig. 7 Definition of the angle between line segments $\alpha_h(j, \ell)$.

$\delta_h(\ell)$ の線分が N_h 本縦続接続されている。なお、二次構造線の形状が一次構造線の形状に近似できるように、等長線分化条件 (3.6.1 項を参照) を満たすように長さ $\delta_h(\ell)$ を選定する。

二次構造線 $A_h(\ell)$ は等長線図形であるので、その形状は線分間の角度分布で決まる。そこで、二次構造線に対して、P 形フーリエ記述法を適用して、同一の二次構造線上にある線分について、隣接線分間の角度を用いて各線分の端点の座標を求める。

二次構造線 $A_h(\ell)$ において、図 7 に示すように、 $\alpha_h(0, \ell)$ は $P_h(1, \ell)$ と $P_h(0, \ell)$ を結ぶ線分 $|P_h(1, \ell) - P_h(0, \ell)|$ と x 軸のなす角であり、 $\alpha_h(j, \ell)$ は $P_h(j, \ell)$ と $P_h(j - 1, \ell)$ を結ぶ線分 $|P_h(j, \ell) - P_h(j - 1, \ell)|$ と $P_h(j + 1, \ell)$ と $P_h(j, \ell)$ を結ぶ線分 $|P_h(j + 1, \ell) - P_h(j, \ell)|$ のなす角度である。

複素数 $G_h(j, \ell)$ を式 (1) で定義する。このような複素数を導入する理由は、6.1 節で述べるように、メッシュの形状を分析あるいは変形する際に必要となる計算量と計算時間を削減することができるからである。

$$G_h(j, \ell) = X_h(j, \ell) + iY_h(j, \ell),$$

$$(j = 0, 1, \dots, N_h), (\ell = 1, 2, \dots, n_v) \quad (1)$$

点 $(X_h(0, \ell), Y_h(0, \ell))$ と点 $(X_h(N_h, \ell), Y_h(N_h, \ell))$ は、二次構造線 $A_h(\ell)$ の始点と終点であり、また、一次構造線 $a_h(\ell)$ の始点 $(x_h(1, \ell), y_h(1, \ell))$ と終点 $(x_h(n_h, \ell), y_h(n_h, \ell))$ でもある。これらの座標間で、式 (2) が成立する。

$$X_h(0, \ell) = x_h(1, \ell), Y_h(0, \ell) = y_h(1, \ell)$$

$$X_h(N_h, \ell) = x_h(n_h, \ell), Y_h(N_h, \ell) = y_h(n_h, \ell) \quad (2)$$

なお、二次構造線 $A_h(0)$ を基線と呼称する。

複素数 $G_h(j, \ell)$ は、線分間の角度 $\alpha_h(j, \ell)$ を用いると、式 (3) を満たす。

$$G_h(j + 1, \ell) = G_h(j, \ell) + \delta_h(\ell)W_h(j, \ell)$$

$$(j = 0, 1, \dots, N_h - 1), (\ell = 1, 2, \dots, n_v) \quad (3)$$

ここでは、 $W_h(k, \ell)$ を、文献 9) と同様に、角度関数と呼称し、式 (4) で定義する。

$$W_h(j, \ell) = \exp\{i\theta_h(j, \ell)\}$$

$$\theta_h(j, \ell) = \sum_{k=0}^j \alpha_h(k, \ell) \quad (4)$$

式 (3) より、式 (5) が得られる。

$$G_h(j, \ell) = G_h(0, \ell) + \delta_h(\ell) \sum_{k=0}^{j-1} W_h(k, \ell) \quad (5)$$

式 (5) は、始点の座標と角度分布が分かれば、二次構造線 $A_h(\ell)$ の線分の端点 $P_h(j, \ell)$ の座標 $(X_h(j, \ell), Y_h(j, \ell))$ が決まることを示している。この操作により、一次構造線の形状的な特徴とそれらの配置関係の特徴が二次構造線の形状とそれらの配置関係に引き継がれる。

3.3 三次構造線

二次構造線の相互の位置関係を視覚的に明確に表示するために、三次構造線を生成する。たとえば、図 6 において、二次構造線 $A_h(\ell)$ と $A_h(\ell + 1)$ 上の j 番目のそれぞれの点 $P_h(j, \ell)$ と点 $P_h(j, \ell + 1)$ を接続する。この手順を $\ell = 0, 1, \dots, n_v$ に適用して三次構造線 $a_v(j)$ を生成する。上記の操作を $j = 0, 1, \dots, N_h$ について適用すると、図 8 に示すように、 $(N_h + 1)$ 本の三次構造線が得られる。各三次構造線は $(n_v - 1)$ 本の線分で構成され、それぞれの線分の長さは互いに異なる。三次構造線 $a_v(m)$ 上の点 $p_v(j, m)$ の座標を $(x_v(j, m), y_v(j, m))$ とし、この座標を二次構造線の点 $(X_h(m, j), Y_h(m, j))$ と式 (6) で関連付けると、三次構造線 $a_v(m)$ は、点 $p_v(j, m)$ の座標 $(x_v(j, m), y_v(j, m))$ を $j = 1, 2, \dots, n_v$ の順に連結し

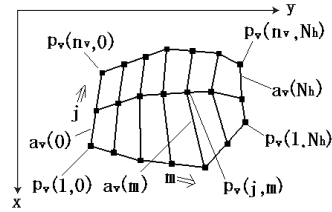


図 8 三次構造線
Fig. 8 Line group #3.

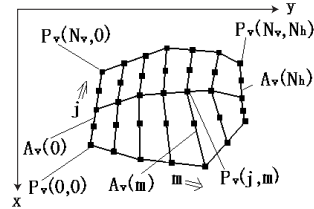


図 9 四次構造線
Fig. 9 Line group #4.

た線図形ともいえる。

$$x_v(j, m) = X_h(m, j), y_v(j, m) = Y_h(m, j)$$

$$(j = 1, 2, \dots, n_v), (m = 0, 1, \dots, N_h) \quad (6)$$

以上の操作により、二次構造線の配置関係とそれらの形状は三次構造線の形状とそれらの配置関係に変換される。二次構造線の始点列 $P_h(0, j) (j = 1, 2, \dots, n_v)$ と終点列 $P_h(N_h, j) (j = 1, 2, \dots, n_v)$ は、それぞれ三次構造線 $a_v(0)$ と $a_v(N_h)$ 上の点となる。

メッシュを構成するためには、各三次構造線 $a_v(m)$ の形状的な特徴を保持するように、三次構造線を同数の線分で近似する必要がある。

3.4 四次構造線

三次構造線 $a_v(m)$ に対して等長線分化処理を適用して、図 9 に示すような四次構造線 $A_v(m) (m = 0, 1, \dots, N_h)$ を生成する。四次構造線 $A_v(m)$ は、点 $P_v(j, m)$ の座標 $(X_v(j, m), Y_v(j, m))$ を、 $j = 0, 1, \dots, N_v$ の順に、連結した線図形であり、長さ $\delta_v(m)$ の線分が N_v 本縦続接続されている。なお、長さ $\delta_h(\ell)$ は、等長線分化条件 (3.6.1 項を参照) を満たすように選定する。

この等長線図形 $A_v(m)$ の始点 $P_v(0, m)$ の座標 $(X_v(0, m), Y_v(0, m))$ と終点 $P_v(N_v, m)$ の座標 $(X_v(N_v, m), Y_v(N_v, m))$ は、三次構造線の始点 $p_v(0, m)$ の座標 $(x_v(0, m), y_v(0, m))$ と終点 $p_v(n_v, m)$ の座標 $(x_v(n_v, m), y_v(n_v, m))$ 、および、二次構造線上の点 $P_h(m, 1)$ の座標 $(X_h(m, 1), Y_h(m, 1))$ と $P_h(m, n_v)$ の座標 $(X_h(m, n_v), Y_h(m, n_v))$ の間に式 (7) が成り立つ。

$$\begin{aligned}
 X_v(0, m) &= x_v(1, m) = X_h(m, 1) \\
 Y_v(0, m) &= y_v(1, m) = Y_h(m, 1) \\
 X_v(N_v, m) &= x_v(n_v, m) = X_h(m, n_v) \\
 Y_v(N_v, m) &= y_v(n_v, m) = Y_h(m, n_v) \quad (7)
 \end{aligned}$$

始点 $P_v(0, m)$ は基線 $A_h(0)$ 上の点でもある。
 四次構造線 $A_v(m)$ に対して P 形フーリエ記述法を適用して、同一の四次構造線上にある線分について、隣接線分間の角度を用いて各線分の端点の座標を求めると、式 (9) を満たす。

四次構造線 $A_v(m)$ において、図 7 と同様に、 $\alpha_v(j, m)$ を定義する。

また、二次構造線の場合と同様の理由により、複素数 $G_v(j, m)$ を式 (8) で定義する。

$$\begin{aligned}
 G_v(j, m) &= X_v(j, m) + iY_v(j, m) \\
 (j = 0, 1, \dots, N_v), (m = 0, 1, \dots, N_h) \quad (8)
 \end{aligned}$$

複素数 $G_v(j, m)$ は、線分間の角度 $\alpha_v(j, m)$ を用いると、式 (9) を満たす。

$$\begin{aligned}
 G_v(j+1, m) &= G_v(j, m) + \delta_v(m)W_v(j, m) \\
 (j = 0, 1, \dots, N_v - 1), (m = 0, 1, \dots, N_h) \quad (9)
 \end{aligned}$$

ここでは、 $W_v(k, m)$ を角度関数といい、式 (10) で定義する。

$$\begin{aligned}
 W_v(j, m) &= \exp\{i\theta_v(j, m)\} \\
 \theta_v(j, m) &= \sum_{k=0}^j \alpha_v(k, m) \quad (10)
 \end{aligned}$$

式 (9) より、式 (11) が得られる。

$$\begin{aligned}
 G_v(j, m) &= G_v(0, m) + \delta_v(m) \\
 &\quad \times \sum_{k=0}^{j-1} W_v(k, m) \quad (11)
 \end{aligned}$$

式 (11) は、始点の座標と角度分布が分かれば、四次構造線 $A_v(\ell)$ の線分の端点 $P_v(j, m)$ の座標 $(X_v(j, m), Y_v(j, m))$ が決まることを示している。

この操作により、三次構造線の形状的な特徴とそれらの位置関係の特徴が四次構造線の形状とそれらの位置関係に引き継がれる。

四次構造線上の点のうち、点 $P_v(0, 0)$ 、 $P_v(0, N_h)$ 、 $P_v(N_v, 0)$ 、 $P_v(N_v, N_h)$ は、一次構造線上の点 $p_h(1, 1)$ 、 $p_h(n_h, 1)$ 、 $p_h(1, n_v)$ 、 $p_h(n_h, n_v)$ に一致し、これ以外の点は一次構造線の形状的な特徴とそれらの位置関係の特徴を保持するように配置されているので、四次構造上の点のみを用いて、メッシュを求めることができる。

3.5 メッシュ生成手順

メッシュの生成手順は以下のとおりである。

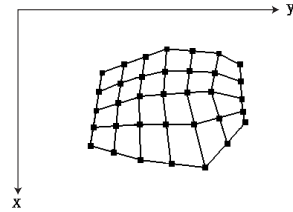


図 10 メッシュ
 Fig.10 Mesh.

まず、任意の m について、点 $(X_v(j, m), Y_v(j, m))$ を $j = 0, 1, \dots, N_h$ の順に連結して構造線を作成する。この操作を $m = 0, 1, \dots, N_v$ について繰り返す。次に、任意の j について、点 $(X_v(j, m), Y_v(j, m))$ を $m = 0, 1, \dots, N_v$ の順に連結して構造線を生成する。この操作を $j = 0, 1, \dots, N_h$ について繰り返す。その結果、図 10 に示すようなメッシュが得られる。

3.6 効果の検証

3.6.1 等長線分化条件

本論文では、物体に類似した投影図を生成するので、等長線分化処理を実施するにあたり、一次構造線 $a_h(\ell)$ (あるいは三次構造線 $a_v(m)$) を構成する線分の長さの総和 $L_h(\ell)$ (あるいは $L_v(m)$) を等分割してできる線分の長さ $\delta_h(\ell)$ (あるいは $\delta_v(m)$) が、その一次構造線 (あるいは三次構造線) を構成する最長の線分の長さに対して、 $1/10$ 以下^{7)~9)} になるように、等分割の数 N_h (あるいは N_v) を選んでいる。その理由は、この条件で処理すると、処理前の形状と処理後の形状のずれが、目視では確認できない程度に小さく⁸⁾、本論文の用途の観点から、このずれは問題がないからである。

3.6.2 スケッチ図形に類似したメッシュの生成

図 11 において、図 11 (a-1)、(b-1)、(c-1) は特徴曲線と輪郭線が描かれたスケッチ図形である。これらの図形から、特徴曲線をマウスで絵取って一次構造線を入力する。得られた一次構造線に対して、3.6.3 項で述べる方法を適用すると、各一次構造線の始点と終点を自動的に連結することができ、リング状の一次構造線が得られる。この一次構造線に対して、3.1~3.5 節で述べた手法を適用すると、図 11 (a-2)、(b-2)、(c-2) が得られる。これらの図形から、各メッシュはスケッチ図形に類似した投影図を表現していることが分かる。なお、メッシュを見やすくするために、構造線の表示本数を間引いて (構造線の表示間隔を D とする) 表示している。メッシュに関する計算条件を表 1 に示す。

3.6.3 一次構造線の端点の連結効果

マウスを用いて、リング状の一次構造線を生成する

表 1 スケッチ図形に関する計算条件

Table 1 Calculation condition concerning sketch figure.

図 11	n_v	$n_h(\ell)$	N_h, N_v	D
a	6	92, 89, 132, 158, 150	1024	55
b	5	161, 147, 141, 118, 131, 131	1024	55
c	5	136, 161, 86, 77, 64	1024	55

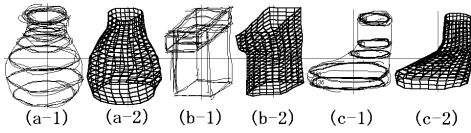


図 11 スケッチ図形とその二次元メッシュ
Fig. 11 Sketch figure and the 2D mesh.

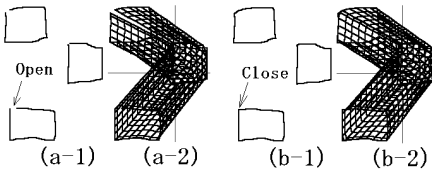


図 12 一次構造線の端点の連結効果

Fig. 12 Effect of connection of edge points of line group #1.

ことは困難である．たとえば，各一次構造線の形状は図 12 (a-1) に示すように，左上隅に隙間が生じてしまう．このような一次構造線を利用すると，図 12 (a-2) に示すように，メッシュの左上隅に隙間が生じる．そこで，図 12 (a-1) に示すような一次構造線ごとに，式 (12) に示す手順により，終点の次に，始点座標を有する新たな終点を自動的に追加し，図 12 (b-1) に示すようなリング状の一次構造線を生成する．

$$p_h(1, \ell) \Rightarrow p_h(n_h + 1, \ell)$$

$$n_h + 1 \Rightarrow n_h \tag{12}$$

このような始点と新たな終点を有する一次構造線に，3.1～3.5 節の手法を適用すると，図 12 (b-2) に示すようなリング状のメッシュを生成することができる．

3.6.4 三次構造線の連結効果

図 13 (a) に示すような一次構造線を利用すると，図 13 (b) に示すようなメッシュが生成されて，四次構造線がリング状となったメッシュは生成することができない．そこで，式 (13) に示す手順により，三次構造線ごとに，データの挿入と置換を自動的にを行い，リング状の三次構造線を生成する．

$$a_h(1) \Rightarrow a_h(n_v + 1)$$

$$n_v + 1 \Rightarrow n_v \tag{13}$$

これらの三次構造線を利用すると，図 13 (c) に示すような四次構造線がリング状となったメッシュを生成することができる．

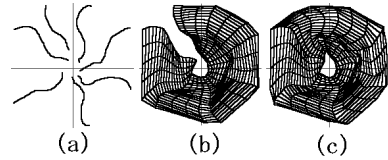


図 13 三次構造線の端点の連結効果

Fig. 13 Effect of connection of edge points of line group #3.

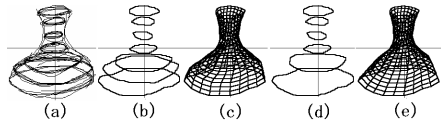


図 14 一次構造線の本数による効果

Fig. 14 Effect of number of line group #1.

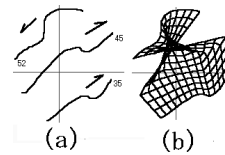


図 15 一次構造線の入力方向による効果

Fig. 15 Effect of direction where line group #1 is input.

3.6.5 一次構造線の本数の効果

図 14 (a) に特徴曲線と輪郭線が描かれたスケッチ図形を示す．スケッチ図形に描かれた特徴曲線のうち 7 本の特徴曲線を選択して，これらの曲線をマウスで絵取って一次構造線を入力する．得られた各一次構造線に対して，式 (12) を適用することにより，各一次構造線の始点と終点を自動的に連結することができ，図 14 (b) に示すような 7 本の一次構造線を生成する．これら 7 本の一次構造線を用いて得られたメッシュを図 14 (c) に示す．また，7 本の一次構造線のうちから，図 14 (d) に示した 6 本の一次構造線を選び，これらを用いて生成したメッシュを図 14 (e) に示す．同図から，一次構造線の本数が多いほど，スケッチ図形の形状に，より詳細に，類似した投影図が表現できることが分かる．

3.6.6 一次構造線間の入力方向の効果

図 15 (a) に示すように，3 本の一次構造線のうちの 1 本の入力方向を反転させて一次構造線を入力すると，図 15 (b) に示すような捩れをともなったメッシュが生成されてしまう．捩れの生成を意図しなければ，入力方向を揃える必要がある．

3.6.7 メッシュ表示本数の効果

図 16 (a), (b) に，表示本数を変化させて生成したメッシュを示す．表示本数を増加させることにより，

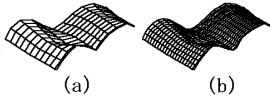


図 16 メッシュにおける表示に用いられた本数による効果
Fig. 16 Effect of number used for display in mesh.

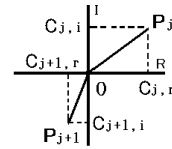


図 17 位相特性の定義
Fig. 17 Definition of phase characteristics.

滑らかな形状の投影図が表現される。

4. メッシュの形状分析

一次構造線をマウスで描くと、一次構造線の形状に手ぶれによる歪みが生じ、そのためにメッシュに歪みが生じる場合がある。この歪みの程度を知るにはメッシュの形状を分析する必要がある。メッシュは二次構造線および四次構造線を用いて生成されているので、メッシュの形状的な特徴は、これらの構造線の形状的な特徴を調べることによって得られる。そこで、これらの構造線に関する角度関数に対して DFT を適用し、得られた係数を位相特性⁸⁾を用いて分析する。

4.1 二次構造線

二次構造線の角度関数 $W_h(j, \ell)$, ($j = 0, 1, \dots, N_h - 1$), ($\ell = 1, \dots, n_v$) に対して、DFT を適用して求めた係数 $C_h(j, \ell)$ は式 (14) となる。

$$C_h(j, \ell) = (1/N_h) \sum_{k=0}^{N_h-1} W_h(k, \ell) \times \exp(-i2\pi jk/N_h) \quad (j = 0, 1, \dots, N_h - 1), (\ell = 1, 2, \dots, n_v) \quad (14)$$

4.2 四次構造線

四次構造線の角度関数 $W_v(j, m)$, ($j = 0, 1, \dots, N_v - 1$), ($m = 0, 1, \dots, N_h$) に対して、DFT を適用して求めた係数 $C_v(j, m)$ は式 (15) となる。

$$C_v(j, m) = (1/N_v) \sum_{k=0}^{N_v-1} W_v(k, m) \times \exp(-i2\pi mk/N_v), \quad (j = 0, 1, \dots, N_v - 1), (m = 0, 1, \dots, N_h) \quad (15)$$

4.3 位相特性の定義と意味

二次構造線 $A_h(\ell)$ に関する j 番目の係数 $C_h(j, \ell)$, ($j = 0, 1, \dots, N_h - 1$) について、実数部と虚数部を $C_{j,r}$ と $C_{j,i}$ で表し、これらを図 17 に示すように、実数軸 R と虚数軸 I のそれぞれの大きさに対応させて表示する。 j 番目の係数と $(j + 1)$ 番目の係数のそれぞれの大きさを長さ OP_j と OP_{j+1} で表すと、 $OP_j > OP_{j+1}$ であるので、 j 番目の係数の方が他の係数よりも角度分布を特徴付ける係数であるといえる。すなわち、角度分布の観点から、長さが長い成

分ほど、支配的な係数となる⁸⁾。そこで、複素平面上にすべての係数を表示したものを位相特性と呼称すると、この特性から、二次構造線の形状を特徴付ける支配的な係数を見出すことができる。原点の周りに点在这样的な係数は形状の細かな変動に関係し、この細かな変動は手ぶれなどによって生じる⁸⁾。四次構造線 $A_v(m)$ に関する係数 $C_v(j, m)$, ($j = 0, 1, \dots, N_v - 1$) についても同様にして位相特性を求めることができる。

5. メッシュの変形

一次構造線に手ぶれの影響が含まれると、生成されたメッシュに歪みが生じる。このような歪みを除きたい場合がある。このような場合に対応でき、また、生成されたメッシュの形状を積極的に変形できるようにしておくために、メッシュの変形の方法について説明する。メッシュを変形するにはメッシュを構成する構造線の形状を変形させればよい。そのためには二次および四次の構造線に関する DFT の係数の大きさを所要量だけ変化させた後、その係数に IDFT を適用する。

5.1 二次構造線

5.1.1 変形関数

変形関数 $F_h(j, \ell)$ として、式 (16) を定義する。

$$F_h(j, \ell) = \begin{cases} F_{0h} : N_h/2 - 1 \geq j \geq k_h + 1 \\ F_{0h} : N_h - k_h - 1 \geq j \geq N_h/2 + 1 \\ 1 : \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (16)$$

k_h は、変形の対象となる係数の範囲、換言すると周波数の範囲を規定するパラメータであり、 k_h の値により、変更を加える係数の範囲が変わる。なお、 F_{0h} は定数である。

変形を実施する場合には、上記の k_h の値と F_{0h} の値を指定する必要がある。

5.1.2 変形の方法

変形関数 $F_h(j, \ell)$ を係数 $C_h(j, \ell)$ に作用させた後の係数を $C_{h,f}(j, \ell)$ として、式 (17) を定義する。

$$C_{h,f}(j, \ell) = C_h(j, \ell)F_h(j, \ell) \quad (j = 0, 1, \dots, N_h - 1), (\ell = 1, 2, \dots, n_v) \quad (17)$$

係数 $C_{h,f}(j, \ell)$ に $IDFT$ を適用すると、処理後の角度関数 $W_{h,f}(j, \ell)$ は式 (18) で表せる。

$$W_{h,f}(j, \ell) = \sum_{k=0}^{N_h-1} C_{h,f}(k, \ell) \exp(i2\pi jk/N_h) \quad (j = 0, 1, \dots, N_h - 1), (\ell = 1, \dots, n_v) \quad (18)$$

この角度関数に対して P 形フーリエ記述法を適用して、処理後の各線分の端点の座標を求める。

式 (18) を式 (19) に代入すると、処理後の二次構造線を構成する線分の端点の座標 $(X_{h,f}(j, \ell), Y_{h,f}(j, \ell))$ を求めることができる。

$$G_{h,f}(j, \ell) = G_h(0, \ell) + \delta_h(\ell) \sum_{k=0}^{j-1} W_{h,f}(k, \ell) = X_{h,f}(j, \ell) + jY_{h,f}(j, \ell) \quad (j = 0, 1, \dots, N_h), (\ell = 1, \dots, n_v) \quad (19)$$

5.2 四次構造線

5.2.1 変形関数

変形関数 $F_v(j, m)$ として、式 (20) を定義する。

$$F_v(j, \ell) = \begin{cases} F_{0v} : N_v/2 - 1 \geq j \geq k_v + 1 \\ F_{0v} : N_v - k_v - 1 \geq j \geq N_v/2 + 1 \\ 1 : \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (20)$$

k_v は、変形の対象となる周波数の範囲を規定するパラメータであり、 k_v の値により、変更を加える係数の範囲が変わる。なお、 F_{0v} は定数である。

変形を実施する場合には、上記の k_v の値と F_{0v} の値を指定する必要がある。

5.2.2 変形の方法

変形関数 $F_v(j, m)$ を係数 $C_{v,f}(j, m)$ に作用させた後、係数 $C_{v,f}(j, m)$ は式 (21) となる。

$$C_{v,f}(j, m) = C_v(j, m)F_v(j, m) \quad (j = 0, 1, \dots, N_v - 1), (m = 0, 1, \dots, N_h) \quad (21)$$

係数 $C_{v,f}(j, m)$ に $IDFT$ を適用すると、処理後の角度関数 $W_{v,f}(j, m)$ は式 (22) で表せる。

$$W_{v,f}(j, m) = \sum_{k=0}^{N_v-1} C_{v,f}(k, m) \exp(i2\pi jk/N_v) \quad (j = 0, 1, \dots, N_v - 1), (m = 0, 1, \dots, N_h) \quad (22)$$

この角度関数に対して P 形フーリエ記述法を適用して、各線分の端点の座標を求める。

式 (22) を式 (23) に代入すると、変形後の四次構造線

を構成する線分の端点の座標 $(X_{v,f}(j, m), Y_{v,f}(j, m))$ を求めることができる。

$$G_{v,f}(j, m) = G_v(0, m) + \delta_v(m) \sum_{k=0}^{j-1} W_{v,f}(k, m) = X_{v,f}(j, m) + jY_{v,f}(j, m) \quad (j = 0, 1, \dots, N_v), (m = 0, 1, \dots, N_h) \quad (23)$$

5.3 構造線の座標を求める手順

まず、二次構造線に関する係数 $C_h(j, \ell)$ に対して、式 (16) および式 (17) を用いた後、この係数と式 (18) および式 (19) を用いて、変形後の端点の座標 $(X_{h,f}(j, \ell), Y_{h,f}(j, \ell))$ を求める。この座標から、変形された基線 $A_{h,f}(1)$ の端点の座標を求める。なお、基線上の点を変形後の四次構造線の始点として用いる。

次に、四次構造線に関する係数 $C_v(j, m)$ に対して、式 (20) および式 (21) を用いた後、この係数と変形後の四次構造線の始点、および、式 (22) と式 (23) を用いて、変形後の端点の座標 $(X_{v,f}(j, m), Y_{v,f}(j, m))$ を求める。

以上の手順により、3.5 節と同様にして、メッシュを生成することができる。

5.4 形状分析および変形の効果

二次構造線および四次構造線に対して、4 章および 5.1 ~ 5.3 節で述べた手法を適用して、メッシュの形状を分析および変形する。なお、 $F_{0v} = F_{0h} = F_0$ とする。

$F_0 = 0$ として式 (16) および式 (20) を用いる処理を円滑化処理と呼称し、 $F_0 > 1$ として式 (16) および式 (20) を用いる処理を強調化処理と呼称する。

5.4.1 円滑化処理の効果

円滑化処理の条件を表 2 に示す。なお、 $N_h = N_v = 512$ 、 $D = 25$ とする。

図 18 (a) に処理前のメッシュを示す。このメッシュについて、図 19 (a) の上段に二次構造線 $A_h(2)$ の位相特性を、図 19 (a) の下段に四次構造線 $A_v(2)$ の位相特性を示す。図 18 (b), (c), (d), (e) に円滑化処理後のメッシュの例を示す。これらのメッシュについて、

表 2 処理条件と処理結果との対応関係
Table 2 Relation between processing condition and processing result.

k_h	k_v	図 18	図 19	F_0	図 20	図 21	F_0
-	-	a	a	-	a	a	-
1	1	b	b	0	f	f	2
1	5	c	c	0	g	g	2
5	1	d	d	0	h	h	2
5	5	e	e	0	i	i	2

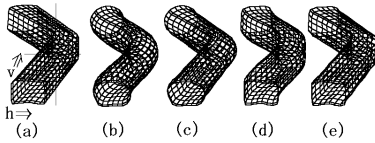


図 18 円滑化処理された二次元メッシュ

Fig. 18 Mesh that processing of making to smoothness is done.

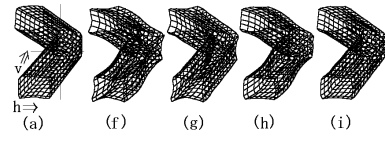


図 20 強調化処理された二次元メッシュ

Fig. 20 Mesh that processing of making to emphasis is done.

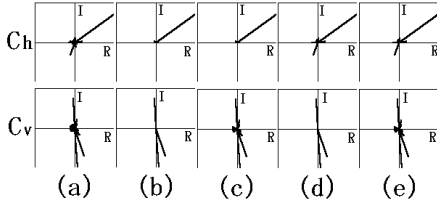


図 19 円滑化処理された構造線の位相特性

Fig. 19 Phase characteristics of line group that processing of making to smoothness is done.

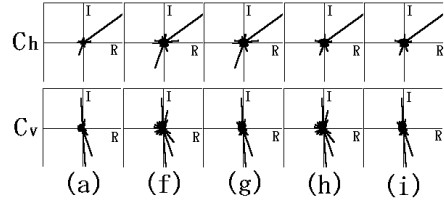


図 21 強調化処理された構造線の位相特性

Fig. 21 Phase characteristics of line group that processing of making to emphasis is done.

図 19 (b), (c), (d), (e) に円滑化処理後の $A_h(2)$ および $A_v(2)$ のそれぞれの位相特性の例を示す. 図 19 (a) に比べて, 図 19 (e) では, $k_h = k_v = 5$ と指定すると, 係数 C_h および C_v において, 短い成分が減少するが, 図 18 (a) と図 18 (e) に示すように, 両者の形状に顕著な差が見られないので, これらの成分は, 高周波成分に対応⁸⁾ し, 支配的な成分ではないことが分かる. 図 19 (c) では, k_h の値を小さくすると, 係数 C_h のうち低周波成分の削除割合を増やすので, 図 18 (c) に示すように, h 方向の形状が滑らかになる. また, 図 19 (d) では, k_v の値を小さくすると, 係数 C_v のうち低周波成分の削除割合を増やすので, 図 18 (d) に示すように, v 方向の形状が滑らかになる. 図 19 (b) では, k_h および k_v のそれぞれの値を小さくすると, 係数 C_h および C_v のうち低周波成分の削除割合を増やすので, 図 18 (b) に示すように, h 方向および v 方向のそれぞれの形状が滑らかになる.

5.4.2 強調化処理の効果

強調化処理の条件を表 2 に示す. なお, $N_h = N_v = 512$, $D = 25$ とする. 図 20 (a) に処理前のメッシュを示す. このメッシュについて, 図 21 (a) に二次構造線 ($\ell = 2$) の位相特性を上段に, 四次構造線 ($m = 2$) の位相特性を下段に示す. 図 20 (f), (g), (h), (i) に強調化処理後のメッシュの例を示す. これらのメッシュについて, 図 21 (f), (g), (h), (i) に強調化処理後の位相特性を示す.

図 21 (a) に比べて, 図 21 (i) では, $k_h = k_v = 5$ と指定しても, 比較的長い成分が変化しないので, 図 20 (a) と図 20 (i) を比べても, 両者の形状の違いは顕著では

ない. 図 21 (g) では, k_h を小さくすると, 係数 C_h のうち, 2 番目に長い係数 (低周波成分) が強くなるので, h 方向の形状が, 図 20 (g) に示すように, 図 18 とは異なった形状となる. 図 21 (h) では, k_v を小さくすると, 係数 C_v のうち, 比較的長い係数 (低周波成分) がより強くなるので, 図 20 (h) に示すように, v 方向の形状に歪みが発生する. 図 21 (f) では, k_h および k_v を小さくすると, 係数 C_h および C_v のうち, 比較的長い係数 (低周波成分) がともにより強くなるので, 図 20 (f) に示すように, h 方向および v 方向のそれぞれの形状に歪みが発生する. 以上のように, 係数 C_h および C_v の削減の仕方 (k_h および k_v の指定の仕方と変形量 F_0 の指定の仕方) に対応して, メッシュが変形し, また, 変形させる方向と変形の程度の推定には位相特性を用いるとよいことが分かる.

6. 本手法の特徴

6.1 座標表示への複素数の導入効果

本手法では, 座標表示の関係で複素数 G を導入して, 複素数の角度関数 W を定義した. 形状分析に際しては, 1 本の構造線に関する角度関数 (データ数: N 個) に DFT を適用して得られる係数のデータ数は $2N$ 個 (実数部と虚数部の総計) である. 一方, 角度関数を x 成分の関数 (実数データ: N 個) と y 成分の関数 (実数データ: N 個) に分離して, それぞれに DFT を適用して得られる係数のデータ数は, 総計 (2 つの成分) $4N$ 個となる. 角度関数を複素数として表現した方が, 一次構造線の数が多くなるほど, 計算量の削減効果および計算時間の短縮効果が向上する.

6.2 角度関数の導入効果

本手法では、角度関数 W を導入したので、構造線の大きさは δ_h, δ_v の値に依存することになる。よって、生成されたメッシュの大きさの変更（拡大や縮小）は δ_h, δ_v の値によって可能である。

6.3 使用手順の単純さ

本手法では、 n_v 本の一次構造線を入力し、等長線分化条件（3.6.1 項を参照）を満たすような N_h, N_v を選ぶだけで、メッシュを自動的に生成することができ、また、対象とする係数の範囲 k_h, k_v と変形量 F_{0h}, F_{0v} を指定するだけで、メッシュを変形することができる。

入力から変形までに要する計算時間の大部分は、 DFT と $IDFT$ が関与する部分に依存し、この部分に関与するパラメータは、 N_h および N_v である。したがって、計算時間の短縮には、等長線分化条件を満たす最小の N_h および N_v を選ぶべきである。

6.4 プログラム構成の単純さ

本手法を、たとえば、*Visual Basic* でプログラム化するとその構成は次のようになる。①生成の場合、一次構造線から二次構造線の生成では n_v に関する *for* 文で、二次構造線から三次構造線の生成では N_h に関する *for* 文で、三次構造線から四次構造線の生成では N_h に関する *for* 文で構成できる。②分析の場合、二次構造線の分析では、 n_v に関する *for* 文で、四次構造線の分析では、 N_h に関する *for* 文で構成できる。③変形の場合、二次構造線の変形では n_v に関する *for* 文で、四次構造線の分析では、 N_h に関する *for* 文で構成できる。以上のように①、②、③の各処理において繰返し計算が多いので、プログラムの全体構成は単純である。

6.5 適用分野

本手法を応用したシステムにおいて、図 22 に示すように、入力装置としてスタイラスペンとタブレットを用いると、手ぶれの少ない一次構造線の入力が可能となるので、本手法を用いて、物体の投影図を表現する能力が低い人を対象として、特徴曲線の入力の仕方と生成されたメッシュの関係を学ぶことにより、投影図の表現能力が養成され、また、脳障害により立体感覚に障害がある人を対象として、同様の関係を調べることににより、この障害の程度や回復の程度が類推される可能性がある。さらに、本手法には変形機能も具備しているので、本手法は、新たな投影図のプロトタイプの創造にも寄与できそうである。

本手法に対して、東⁹⁾が提案した手法などを導入することにより、本手法を三次元座標値 $[x, y, z]$ で表され

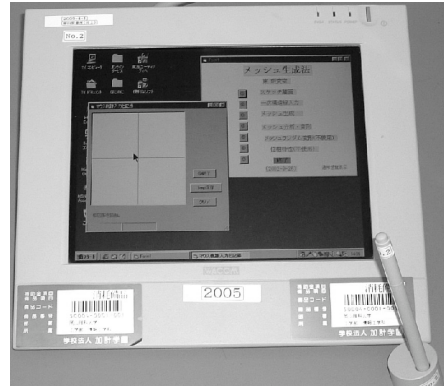


図 22 入力装置
Fig. 22 Input device.

た一次構造線の形状とそれらの位置関係のみから、三次元座標値 $[x, y, z]$ で表された三次元メッシュの生成や変形が可能な手法へと拡張できる可能性がある。

6.6 入力上の留意点

①リング状の一次構造線を入力する場合、終点を、すでに入力した軌跡部分と交叉しないように、始点との間に隙間をとった位置で入力すると、式 (12) に従って自動的に始点と終点が接続される。

②一定のタイミングごとに入力位置を検出するような装置を用いる場合には、座標値に変化が生じたときにみにデータを取り込むような条件をプログラムに付加すれば、座標位置を正確に入力することが可能となる。

7. む す び

本論文では、対象とする物体の複数の特徴曲線をマウスなどで入力するだけで、これらの形状とこれらの相互の位置関係のみを利用して、輪郭線や輪郭生成線に対応したメッシュを生成でき、このメッシュにより、物体の形状に類似した投影図を表現できた。

本手法では等長線分化処理と P 型フーリエ記述法を用いているので、生成されたメッシュの形状的な特徴は、離散的フーリエ変換された係数によって得られた位相特性を調べれば明らかとなり、さらに、その形状は、離散的フーリエ変換された係数の値を変更後、その係数に離散的フーリエ逆変換を適用することによって、変形される。

今後の課題は、生成されたメッシュに着色する方法を検討し、本手法の適用分野を広げるとともに、本手法を拡張した手法として、三次元メッシュの生成や変形が可能な手法を考案する必要がある。

参 考 文 献

- 1) Igarashi, T., Matsuoka, S. and Tanaka, H.: Teddy: A Sketching Interface for 3D Freeform Design, *SIGGRAPH99*, pp.409-416 (1999).
- 2) 松田浩一, 近藤邦雄, 木村文彦: スケッチ情報を利用した手描きによる細分割曲面生成手法, *情報処理学会論文誌*, Vol.41, No.3, pp.551-558 (2000).
- 3) 松田浩一, 近藤邦雄: 手描き断面線を用いた細分割曲面生成手法, *図学研究*, Vol.34, No.1, pp.17-22 (2000).
- 4) ギブソン, J.J.(著), 古崎 敬, 古崎愛子, 辻敬一郎, 村瀬 旻(訳): 生態学的視覚論, p.282, サイエンス社 (1986).
- 5) デビット・マー(著), 乾 敏朗, 安藤広志(訳): ビジョン, p.138, 産業図書 (1987).
- 6) 今井省吾: 錯視図形, サイエンス社 (1992).
- 7) 上坂吉則: 閉曲線にも適用できる新しいフーリエ記述子, *信学論(A)*, Vol.J67-A, No.3, pp.166-173 (1984).
- 8) 東 恒人: P形フーリエ記述形状の位相特性からの分析, *研究速報*, *信学論(D-II)*, Vol.J75-D-II, No.10, pp.1743-1746 (1992).
- 9) 東 恒人: 3次元線図形のフーリエ記述法と立体視像, *信学論(D-II)*, Vol.J77-D-II, No.7, pp.1198-1208 (1994).

(平成 15 年 2 月 3 日受付)

(平成 15 年 10 月 16 日採録)



東 恒人(正会員)

1970年大阪大学大学院修士課程修了。同年日本電信電話公社(現NTT)入社,茨城電気通信研究所勤務。1990年より岡山理科大学工学部教授。生体計測法,形状解析法,画像生成法,生体現象および自然現象のモデル化に関する研究に従事。工学博士。電子情報通信学会会員



島田 恭宏(正会員)

1986年岡山理科大学理学部電子理学科卒業。1991年同大学大学院博士課程修了。同年同大学助手。1997年同講師,現在に至る。パターン認識,画像処理,HCI等の研究に従事。理学博士。電子情報通信学会会員。



長谷川 栄人

2002年岡山理科大学工学部情報工学科卒業。現在,同大学大学院工学研究科修士課程在学中。形状処理の研究に従事。電子情報通信学会会員。