3U-4

基数制約に基づくMaxSATソルバーにおける変数アクティビティ調整とその評価

小川徹 †　矢野明浩 ††　越村三幸 ‡‡　藤田博 ‡‡　長谷川隆三 ‡‡
† 九州大学工学部電気情報工学科 †† 九州大学大学院システム情報科学府
‡‡ 九州大学大学院システム情報科学研究院

1　はじめに

命題論理の充足可能性判定問題 (SAT) は，与えられた命題論理式の充足可能性を判定する問題である．主な応用分野としては論理合成，スケジューリング問題，制約充足問題など多岐にわたっている．SAT 問題を解く SAT ソルバーの性能が飛躍的に向上し，SAT ソルバーの研究が近年大きく進展した事を受け，SAT の枠組みを拡張する様々な試みが行われている．

MaxSAT とは，SAT を最適化問題へと拡張したもので，SAT のように全ての制約を満たす「解」を求めるのではなく，充足可能な節数が最大となるような「最適解」を求める問題である．したがって，SAT 解が存在しない場合でも，MaxSAT 解は存在しており，それは，問題がどの程度充足不能なのかを示している，と考えられる．MaxSAT は，重みなし MaxSAT，重みなし部分 MaxSAT，重み付き MaxSAT，重み付き部分 MaxSAT の 4 つに分類され，本研究で用いる QMaxSAT[1] は重みなし部分 MaxSAT 用のソルバーに該当する．MaxSAT の解法には，近似解法と厳密解法があるが，本研究では厳密解法のソルバーを使う．本研究では QMaxSAT で用いている制約式の符号化の際に生成される変数のアクティビティを変化させ，その性能変化を評価する．2 節では，部分 MaxSAT ソルバーの概要，3 節では実験について述べる．

2　MaxSAT ソルバー

厳密解法のソルバーは大きく，分枝限定法を用いるものと，通常の SAT ソルバーを推論エンジンとして用いるものに分けられる．後者の特徴は，系統的 SAT ソルバーを繰り返し適用して MaxSAT 解を求めることであり，QMaxSAT もこれに属しており，MiniSat 2.0 を利用している．問題が充足不能な場合，通常の SAT ソルバーは「充足不能」としか答えない．このような場合でも，有用な情報を得るために，阻止変数と呼ばれる変数を節に付加する．付加する阻止変数は節ごとに異なるものである．

SAT ソルバーを推論エンジンとして使用する MaxSAT ソルバーには，SAT 解に基づくものと，UNSAT 解に基づくものが存在しており，QMaxSAT は前者に属するソルバーである．SAT 解に基づく MaxSAT ソルバーは，与えられた MaxSAT 問題から充足可能な SAT 問題の系列を作りだす．列中の SAT 問題は，直前の SAT 問題を基に生成され，充足不能な SAT 問題が生成されたら終了する．

2.1　SAT 解に基づくソルバー

部分 MaxSAT 問題は，ハード節とソフト節からなる節集合として与えられる．ハード節を全て満たしつつ，可能な限り多くのソフト節を満たすような割り当てを求めることが目的となる．

C をハード節の集合 H とソフト節の集合 S からなる部分 MaxSAT 問題とする．S が n 個のソフト節からなるとき $S = \{S_1, \ldots, S_n\}$ と書ける．ここで n 個の阻止変数 $b_i (i = 1, \ldots, n)$ を導入して，$S^b = \{S_1 \vee b_1, \ldots, S_n \vee b_n$ $\}$ とし，新たな節集合 $C^b = H \cup S^b$ を考える．C に対する MaxSAT 解を求めることは，C^b への変数割り当ての内 $\sum_{i=1}^{n} b_i$ の値を最小とするような割り当てを見つける，ということと等価となる．このような値の割り当ては，以下のように SAT ソルバー呼び出しを繰り返すことで得られる．

まず，φをそのまま SAT ソルバーに渡し，モデルを求め，$\sum_{i=1}^{n} b_i$ の値 k を計算する．そして新たに $\sum_{i=1}^{n} b_i < k$ を制約式としてφ’ に追加し，再び SAT ソルバーへ問題を渡す．この処理を SAT ソルバーが「充足不能」を返すまで続ける．充足不能の直前のモデルが MaxSAT 解である．

2.2　QMaxSAT

$\sum_{i=1}^{n} b_i$ は基数制約とよばれ，これを CNF へと符号化する手法がいくつも提案されている．QMaxSAT は，基数制約の符号化を行う際，Bailleux による符号化 [2] を用いている．この符号化では，n 個の阻止変数 $b_i (i = 1, \ldots, n)$ に対して n 個の命題変数 $v_i (i = 1, \ldots, n)$ を用意する．そして，これらを含む CNF 表現の論理式を作る．この論理式は以下のような性質を持つ

1. m 個の阻止変数に 1 が割り当てられた時，$v_i (1 \leq i \leq m)$ に 1 が割り当てられる．
2. m 個の阻止変数に 0 が割り当てられた時，$v_{n-i+1} (1 \leq i \leq m)$ に 0 が割り当てられる．

この論理式を用いると，基数制約 $\sum_{i=1}^{n} b_i < k$ は命題変数の終わりの $n-k$ 個の v_i を 0 にすることで得られる．

2.2.1 第 0.2 版

QMaxSAT の弱点の一つに，基数制約を Bailleux の符号化で CNF 符号化する場合，符号化に要する節の数が膨大になることがあげられる．Bailleux の符号化は以下のような節の連言を含む．

$$\bigwedge_{\substack{0 \leq \sigma \leq n \\ 0 \leq \alpha \leq \lfloor n/2 \rfloor \\ 0 \leq \beta \leq \lceil n/2 \rceil \\ \alpha + \beta = \sigma}} (C_1(\alpha,\beta,\sigma) \wedge C_2(\alpha,\beta,\sigma))$$

n はソフト節の数、$C_1(\alpha,\beta,\sigma)$ と $C_2(\alpha,\beta,\sigma)$ はそれぞれ $\alpha + \beta \leqq \sigma$ と $\sigma \leqq \alpha + \beta$ を表す．ここで，SAT 解に基づくソルバーの解法において最初に得られたモデルで、1 となった阻止変数の数を k とする．この時 $k < \sigma \leq n$ に対する C_1 と C_2 は不要となるので第 0.2 版ではこれらの節を作らない．これによって符号化に要する（中間）変数の数が O ($n \log n$) から O ($n \log k$)，節の数が O (n^2) から O ($n \cdot k$) へと削減される．

3 実験

3.1 実験方法

今回は 2.2.1 節で述べた QMaxSAT の第 0.2 版と，その時点での上界である k に関する制約式のみ符号化するに変更した第 0.22 版の二つでアクティビティ[3] の調整を行う．変数アクティビティとは決定変数を選択する時の基準となる値の事で，最もアクティビティが高い変数が決定に用いられる．学習節が追加されるとき，その学習節に含まれている変数のアクティビティは一定量だけ上昇する．それぞれの版で，(a) 中間変数のアクティビティ増加量を半減させる，(b) 中間変数のアクティビティ増加量を倍増させる，(c) 阻止変数のアクティビティ増加量を倍増させる，(d) 中間変数と阻止変数のアクティビティ増加量を倍増させる，の 4 通りを試しその性能差を評価する．また，ベンチマークとして MaxSAT Evaluation 2011 の PartialMaxSAT の crafted 問題 (372 問) を使用している．

表 1: アクティビティ変化による QMaxSAT の性能変化

版	解答数 (平均時間)	変化による差異
0.2	263(114.9)	
0.2(a)	229(107.0)	-34(-7.9)
0.2(b)	260(40.2)	-3(-74.7)
0.2(c)	233(86.7)	-30(-28.2)
0.2(d)	255(134,4)	-8(+19.5)
0.22	266(85.8)	
0.22(a)	231(123.1)	-32(+37.3)
0.22(b)	249(52.7)	-17(-33.1)
0.22(c)	229(97.9)	-37(+12.1)
0.22(d)	255(109.9)	-11(+24.1)

3.2 実験結果

何らかの要因により中間変数の決定順位が落ちた場合，解答問題数が著しく悪化した．また，中間変数のアクティビティ増加量のみを増加させた場合，解答問題数は悪化したが，平均時間はどちらの版でも改善された．この事から問題を速く解くには中間変数が重要と分かる．中間変数が含まれる節は基数制約を符号化したものであるので，優先的に充足されることで探索範囲が絞られたためと思われる．また第 0.22 版では，第 0.2 版より解けた問題が増え，平均時間も短縮された．

4 おわりに

本研究では部分 MaxSAT ソルバーのアクティビティ調整を行い，性能評価を行った．今回の実験では解答数では良い結果を得られなかったが，平均時間では良い結果を得られた．今後の課題として，現在の符号化では阻止変数の数に比例して変数や節が増加するため，符号化の規模を縮小し，それを組み合わせる方式へ改造する事があげられる．

謝辞　本研究は科研費 (20240003) の助成を受けたものである．

参考文献

[1] Miyuki Koshimura, Tong Zhang, Hiroshi Fujita, and Ryuzo Hasegawa. QMaxSAT: A Partial Max-SAT Solver. JSAT, Vol.8, 2012. （掲載予定）

[2] Olivier Bailleux and Yacine Boufkhad: Efficient CNF Encoding of Boolean Cardinality Constraints, In Proc. of CP 2003, pp. 108-122, 2003.

[3] M.W.Moskewicz, C.F. Madigan, Y. Zhao, L. Zhang, S. Malik. “Chaff: Engineering an Efficient SAT Solver” In Proc. of the 38th Design Automation Conference, 2001.