

ライフゲームのネットワーク表現

香山 喜彦 今村 泰正

梅花女子大学 文化表現学部 情報メディア学科[†]

1. はじめに

Conway のライフゲーム(Life)[1]は、2次元のセル・オートマトン(CA)の中で最も有名なものであり、その振る舞いの複雑さから、多くの分野で研究対象となっている[2]。昨年の本学会において、我々は1次元2状態のCAに対する新たな視覚化としてネットワーク表現を提唱したが、本講演では、この表現を2次元に拡張し、Lifeのネットワーク表現を紹介する[3]。

Lifeの特徴的なセル配位(パターン)として still life, oscillator, spaceship があり、ここでは、特に有名なパターンのネットワークを提示する。また、ランダムな初期配位から時間発展した後、変動が落ち着いた休止状態は still life と oscillator から構成されているが、そのネットワーク表現は、それらのパターンが相互に連結された緊張状態にあることを示しており、1セル摂動による雪崩現象(avalanche)が発生することを視覚的に表現している。さらに、休止状態のネットワークの Efficiency/クラスター係数(CC)のグラフは、1次元 CA のクラス IV ルールと類似の振る舞いを示し、次数分布では、スケールフリー性を持つことが明らかとなった。これは、BatらがLifeの self-organized criticality (SOC)[4]について示した結果[5]と合致するものである。

2. ライフゲームの視覚化

2.1 2次元 CA のネットワーク表現

1次元のそれと同様に、1セル摂動に対する、ある時間発展後の他のセルへの影響をエッジでつなぎ、すべてのセルの摂動について得られたグラフを統合してネットワーク表現を定義する。なお、論文[6-7]ではランダムな初期配位に対する摂動に限定していたが、ここでは摂動を付与する時刻を t_0 として別に定め、そこからの時間発展を t_1 としてネットワークを求める。これにより、 t_0 と t_1 に対するネットワークの変動を議論でき、ランダムな初期配位からの過渡時間を t_0 とすることで、Lifeの休止状態に対するネットワークを求めることも可能となる。

2.2 Life パターンのネットワーク

still life は変動しないパターンであるが、そのネットワークは t_1 とともに成長するものとそうでないものに分けられる。一定の規模に達した後は成長しないネットワークを持つパターンの例として Block, Boat, Tub, Pond などがあげられる(図 1)。但し、Tub

は t_1 の偶奇により形状が異なる。一方、 t_1 とともに成長を続けるパターンとしては Loaf,

Ship, Beehive がある。これらは、摂動に伴って spaceship を排出するので成長が止まることはなく、摂動による影響が長距離に伝達される(図 2)。

最も単純で出現確率が高い oscillator は Blinker である。これは 2

サイクルの振動子で、 t_1 の偶奇によって異なる形状のネットワークを持つ。spaceship としては Glider が有名である。

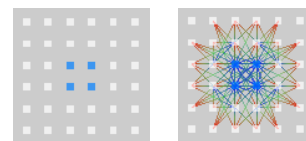


図 1 Block

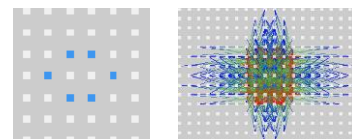


図 2 Beehive ($t_1=20$)

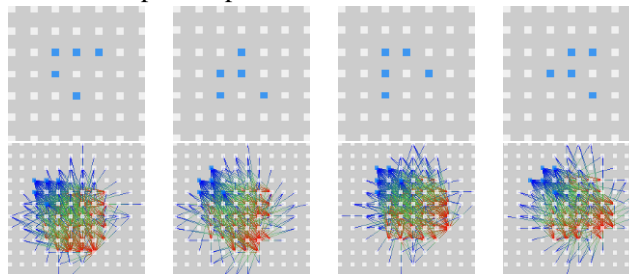


図 3 Glider ($t_1=12$)

Glider のネットワークは t_1 とともに成長を続けるので、図 3 では t_1 を一定にし、クラスターが 4 サイクルで移動する様子を提示している。

2.3 休止状態のネットワーク

ランダムな初期配位からの過渡時間 t_0 を十分大きく取り、休止状態からの時間発展 t_1 についてネットワークを求める。周期的境界条件を採用しているため、 t_1 は格子の幅 N に対し $[N/2]$ を採用する。2.2 節で述べたように、成長を続けるパターンのネットワークにより、still life や oscillator が相互に結び付けられる(図 4)。これは、

Network representation of the Game of Life

[†]Yoshihiko Kayama and Yasumasa Imamura, Department of Media and Information, BAIKA Women's University

休止状態の背後にある緊張を視覚化したものであり、1セルの摂動で avalanche が発生することを表している。

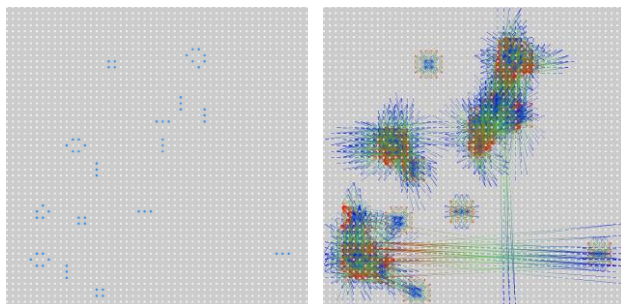


図 4 休止状態とネットワーク ($t_f=25$)

3. 特性指標とスケールフリー性

ここで取り上げる特性指標は、ノード間最短距離の逆数の平均(Efficiency)とクラスター係数(CC)およびノード(セル)の次数(k)の分布である。1次元 CA の代表的なルールと Life について、Efficiency/CC のグラフは図 5 のようになる。

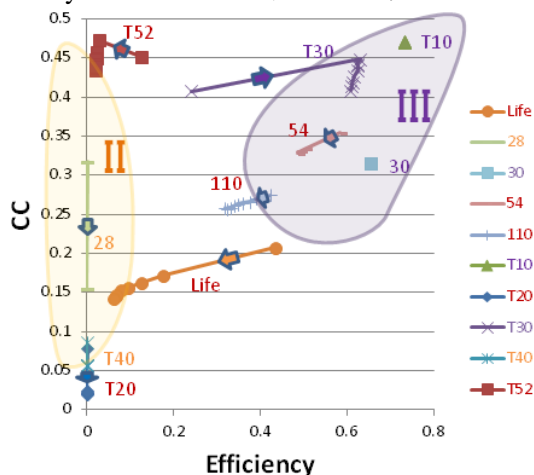


図 5 Efficiency/CC グラフ ($t_0=0\sim 400$ [50 間隔], ECA : $N=3201$, $t_f=1600$, 5TCA : $N=3201$, $t_f=800$, Life : $N=101$ [101×101 セル], $t_f=50$, 初期配位 10 の平均)

このうち、2 状態 3 近傍(ECA)ルールの 54, 110 および 5 近傍総和型(5TCA)ルールの T20, T52 および Life は Wolfram のクラス IV に含まれる候補であるが、他のクラス II, III のルールと異なり、これらすべてが類似の振る舞いを持ち、ネットワーク表現の妥当性を示唆している。

次に、2.3 で述べた休止状態のネットワークについて次数分布を求める。図 6 はセルへ向うエッジ、すなわち in-edge の次数分布であり、スケールフリー性を示している。これは、Life の avalanche について Bat らが得た結果[5]に合致するものであり、SOC 研究において、ネットワー

ク表現が有効な道具になると考えられる。

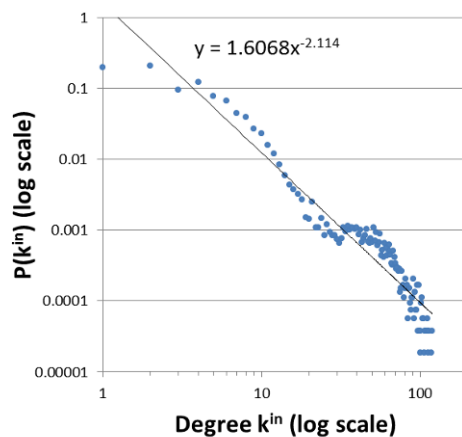


図 6 休止状態 in-edge の次数分布 ($N=101$, $t_0=10^4$, $t_f=50$)

4. おわりに

Life のパターンは各々異なるネットワーク特性を持ち、時間とともに成長し続けるものと、一定の規模に達するとそれ以上は成長しないものに分けることができる。特に前者のネットワークは、パターンを相互に結び付け、休止状態の背後にある緊張を構成し、そのスケールフリー性として得られた結果は、まさに Life が SOC の特性を持つことを意味している。このようにネットワーク表現は、CA に対するセル配位の描像にルールの動的な特徴を付加して可視化するための道具として有効であり、今後、SOC との関係性をより明確にすることが重要な課題である。

参考文献

- [1] E. R. Berlekamp, J. H. Conway, and R. K. Guy, *Winning Ways for Your Mathematical Plays*. Academic, New York, (1982).
- [2] Wikipedia The Free Encyclopedia, "Conway's game of life." http://en.wikipedia.org/wiki/Conway's_Game_of_Life, (2000). Retrieved at August 29, 2011.
- [3] Y. Kayama, and Y. Imamura, "Network Representation of the Game of Life" (Invited Paper), accepted for publication in *Journal of Artificial Intelligence and Soft Computing Research*, (2011).
- [4] P. Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld, "Self-organized criticality: an explanation of $1/f$ noise," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 59 (4), pp. 381–384, (1987).
- [5] P. Bak, K. Chen, and M. Creutz, "Self-organized criticality in the 'Game of Life'," *Nature (London)*, vol. 342, p. 780, (1989).
- [6] Y. Kayama: Complex networks derived from cellular automata, arXiv:1009.4509 (2010).
- [7] Y. Kayama, "Network Representation of Cellular Automata," in *IEEE ALIFE 2011 at SSCI 2011*, pp. 194–202, (2011).