

# メタボール曲面から細分割曲面への変換手法

谷 寿人<sup>†</sup> 栗山 繁<sup>†</sup> 金子 豊久<sup>†</sup>

メタボール曲面は生物の形状などの丸みを多く含む曲面形状を直観的に設計するのに適しているが、形状の細部における微妙なニュアンスを制御するには熟練を要する。一方、細分割曲面は制御点を移動させることにより局所的に形状を変形できるので、細部の形状制御は比較的容易である。しかしながら、曲面形状が複雑な場合、その制御点の初期的な配置と隣接関係の指定には多くの作業を要する。したがって本研究では、両曲面モデルの形状設計時における利点を生かせるように、メタボール曲面を細分割曲面へ効率良く変換する手法を提案する。

## Conversion from Meta-ball Surfaces to Subdivision Surfaces

HISATO TANI,<sup>†</sup> SHIGERU KURIYAMA<sup>†</sup> and TOYOHISA KANEKO<sup>†</sup>

Meta-ball surfaces are suitable for creating the shapes such as living things that consist of many rounded forms. However, it requires skills in controlling details of the shape by delicately considering its nuance. On the other hand, the subdivision surfaces are suitable for locally controlling shapes in details, because their control points can locally deform the shape. The input of initial positions and connective relation of control points, however, is annoying task for complicated shapes. We therefore propose an efficient conversion from the former model to the latter one in order to take both advantages for designing the shapes.

### 1. はじめに

細分割曲面は形状制御の柔軟性の高さから、複雑な曲面形状を多用する3次元CGなどの分野において有力な形状設計手段として広く普及している<sup>1)</sup>。細分割曲面の各制御点が形状に影響を及ぼす範囲は、コントロールメッシュの局所的な閉領域として容易に把握できる。また、その範囲は柔軟に変更することができるので、形状の細部を局所的に制御するのに適している。しかし曲面形状が複雑な場合、その制御点を効率的に配置するには熟練を要する。

一方、メタボール曲面は人体などの複雑な丸みを多く含む形状の設計に適した手法である。しかしながら、各メタボールが形状に影響を及ぼす範囲はその大きさや配置、および閾値から間接的に決定されるものであり、直観的に把握しにくい。したがって、形状を局所的に調整するには多くの試行錯誤を要することが指摘されている。ゆえに、物体の形状を保ったままこれらの曲面モデルのデータ表現を変換できれば、双方の曲面モデルの利点のみを活用できる。すなわち、メ

タボール曲面は形状設計の初期段階に用い、それを細分割曲面に変換した後に形状を微調節することが考えられる。ただし、細分割曲面での形状操作を容易にするためには、変換後のコントロールメッシュの構造ができるだけ簡略で均整がとれていることが望ましい。以上の理由により、本研究ではメタボール曲面を効率的なメッシュ構造を有する細分割曲面へ変換する手法を提案する。

メタボール曲面は陰関数曲面の一種であるが、陰関数曲面をポリゴン曲面に変換する手法<sup>2)~4)</sup>が多く提案されている。また、ポリゴン曲面を細分割曲面へ変換する手法<sup>5),6)</sup>も提案されているので、これらの手法を組み合わせることにより、原理的にはメタボール曲面を細分割曲面に変換することは可能である。メタボール曲面は勾配ベクトルの値から面の法線方向が精確に得られ、その形状を影響度の高いメタボールの楕円形状で近似できるなどの特徴を有する。しかしながら、変換の途中にポリゴン曲面を介することにより、メタボール曲面特有のこれらの性質に関する情報が欠落してしまうことになり、これを変換効率の向上に役立てることができない。本研究では、メタボール曲面のデータからポリゴンデータを介さずに直接細分割曲面に変換することにより、メタボール曲面の特徴を最

<sup>†</sup> 豊橋技術科学大学

Toyohashi University of Technology

大限に利用した効率の良い変換を実現する。

本論文の構成は以下になっている。2章においてメタボール曲面と細分割曲面の数学モデルについて簡単に触れ、3章においてその変換アルゴリズムについて述べる。次に、4章において変換の精度と効率を高めるための分岐成長モデルと正則化拘束を導入し、5章において本手法による曲面の変換例と他手法との比較を示す。最後に6章においてまとめと今後の課題について述べる。

## 2. 曲面モデル

### 2.1 メタボール曲面

メタボール曲面<sup>7)</sup>とは、点電荷がその周囲に作る電位分布の等値面のようなものにより形状を生成する曲面モデルである。具体的には、電位に対応するスカラー量を濃度とし、各メタボールが作り出す濃度を加算して得られる濃度分布が一定の値をとる等値面として、以下のように陰関数曲面  $S$  が定義される。

$$S(x, y, z) = \sum_k D_k(x, y, z) - D_c = 0, \quad (1)$$

$$D_k(x, y, z) = \begin{cases} d_k \cdot D_f(r_k) & (0 \leq r_k \leq 1) \\ 0 & (1 < r_k) \end{cases},$$

$$r_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2},$$

$$(x_k, y_k, z_k, 1) = (x, y, z, 1) M_k^{-1}. \quad (2)$$

ただし、 $(x, y, z)$  は3次元空間の座標変数、 $d_k$  は  $k$  番目のメタボールの中心位置での濃度、および  $D_c$  は等値面を与える閾値で、本研究では  $D_c = 1.0$  としている。また、 $4 \times 4$  行列  $M_k^{-1}$  は、 $k$  番目のメタボールの形状を決定する座標軸ごとの拡大縮小と回転移動、および中心位置を決定する平行移動を指定するアフィン変換行列  $M_k$  の逆行列である。

各メタボールの濃度分布波形を決定する関数  $D_f(r_k)$  として、最初に正規分布関数を用いる手法<sup>8)</sup>が提案されたが、この関数は局所台を持たないので形状の局所的な変更には不向きである。そのため、濃度分布が有限の範囲内に限定される区分的な2次関数<sup>7)</sup>や、4次関数によるもの<sup>9)</sup>が提案されている。本研究では、正規分布関数の波形を精度良く近似し、 $r_k$  の2乗項のみを用いて計算できる(したがって、 $r_k$  を求める際の平方根の計算が不要)という利点を有する以下の6次関数<sup>10)</sup>を用いる。

$$D_f(r) = (9 - 4r^6 + 17r^4 - 22r^2) / 9 \quad (3)$$

### 2.2 細分割曲面

細分割曲面は、コントロールメッシュと呼ばれる初期形状の多面体に対し、分割を再帰的に繰り返すこと

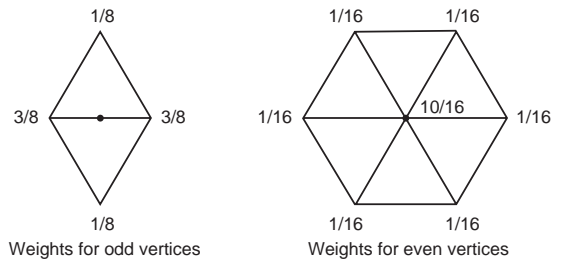


図1 Loop 細分割曲面の制御点計算  
Fig. 1 Control point calculation of Loop subdivision.

により曲面を生成するものである。このとき、多面体をスプライン曲面の数学モデルに基づいて規則的に分割することにより、連続で滑らかな形状が得られる。

Catmull-Clark の数学モデル<sup>11)</sup> は、B-スプライン曲面の細分割規則を任意の多面体に対する扱いに拡張したものであり、その特異点における連続性<sup>12)</sup>や、任意の媒介変数値に対する曲面の計算法<sup>13)</sup>が解析的に示されており、補間条件を考慮した手法<sup>14),15)</sup>も提案されている。

一方、Loop はボックス・スプラインの数学モデルに基づいた細分割手法<sup>16)</sup>(以後、Loop 細分割曲面と呼ぶ)を提案した。Loop 細分割曲面の Catmull-Clark のモデルとの相違点として、コントロールメッシュを細分割して生成される多面体が四角形ではなく三角形から構成される点があげられる。本研究では、球形の曲面に対する近似効率が良い Loop 細分割曲面を用いる。

Loop 細分割曲面では、コントロールメッシュの各辺上に制御点を挿入して辺を2分割し、各三角形面を4個の小三角形に細分割する。このとき、新たに追加される制御点の位置  $\bar{p}$  は隣接する制御点の位置の重畳和により、以下のように導出される。

$$\bar{p} = \frac{1}{8} (3p_{e_1} + 3p_{e_2} + p_{r_1} + p_{r_2}) \quad (4)$$

ここで、 $p_{e_1}$  と  $p_{e_2}$  は分割した辺上に存在する制御点であり、 $p_{r_1}$  と  $p_{r_2}$  はその辺を共有する2つの三角形に存在する残りの制御点である(図1を参照)。

一方、すでに存在する制御点  $p_i$  の位置は細分割の際に以下の式で更新される。

$$p_i = (1 - n_i \beta_i) p_i + \beta_i \sum_{j \in i^*} p_j,$$

$$\beta_i = \frac{1}{n_i} \left[ \frac{5}{8} - \left( \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n_i} \right)^2 \right], \quad n_i \geq 3.$$

ここで、 $p_i$  は更新する制御点の位置、 $p_{j \in i^*}$  は細分割前の  $p_i$  の  $n_i$  個の隣接制御点を表す。隣接する制御点の個数により、 $n_i = 6$  である制御点は正則点、 $n_i \neq 6$

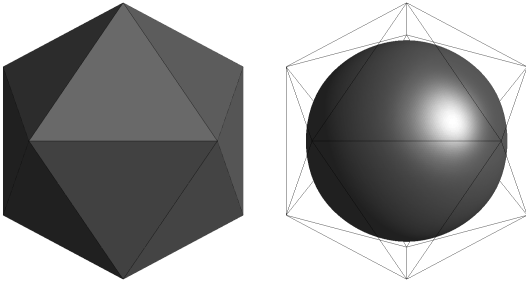


図 2 正二十面体のコントロールメッシュとその細分割曲面  
Fig. 2 Icosahedral control mesh and its subdivision.

である制御点は非正則点と呼ばれ、細分割を極限まで繰り返したときの曲面は、正則点で 2 次微分値までの連続性 ( $C^2$  級), また非正則点で 1 次微分値までの連続性 ( $C^1$  級) が満たされる。

Loop 細分割曲面は細分割するごとにコントロールメッシュの制御点の位置が更新され、最終的には SLP (Subdivision Limit Position) と呼ばれるある位置に収束する。制御点  $p_i$  における SLP を以後  $p_i^\infty$  で表す。 $p_i^\infty$  は、隣接する制御点  $p_{j \in i^*}$  に関する計算式で、以下のように算出される。

$$p_i^\infty = (1 - n_i \chi_i) p_i + \chi_i \sum_{j \in i^*} p_j, \quad (5)$$

$$\chi_i = \left( \frac{3}{8\beta} + n_i \right)^{-1}.$$

### 3. 変換アルゴリズム

メタボール曲面を細分割曲面へ効率良く変換することは、細分割曲面の初期コントロールメッシュを最適に生成することに帰着される。ここで最適とは、形状の誤差が与えられた範囲内に収まるような条件下で、コントロールメッシュの構成が最も簡略化されることを意味する。したがって、変換のアルゴリズムはコントロールメッシュの制御点の位置を決定するフィッティング部分と、誤差評価に基づいてコントロールメッシュを最適に分割する部分から構成される。この 2 つを合わせてフィッティング処理と呼ぶことにする。

コントロールメッシュの初期的な構成は、球状のメタボール曲面を良く近似する正二十面体 (図 2) とした。フィッティング処理は、フィッティング対象のメタボール曲面との変換誤差が、与えられた閾値  $\epsilon$  以下になるまで繰り返される。

#### 3.1 フィッティング

コントロールメッシュの各制御点  $p_i$  の位置は、式 (5) より計算される SLP  $p_i^\infty$  がメタボール曲面上に存在するように移動される。このとき、 $p_i^\infty$  におけるメ

タボールの濃度勾配:

$$V_i := \left( \frac{\partial S(p)}{\partial x}, \frac{\partial S(p)}{\partial y}, \frac{\partial S(p)}{\partial z} \right)_{p=p_i^\infty} \quad (6)$$

を求め、直線  $p_i^\infty + \tau V_i$  がメタボール曲面と交わる位置 (すなわち、 $S(p_i^\infty + \tau V_i) = 0$ ) を、制御点  $p_i$  の最近傍点  $q_i$  とする。ただし、 $\tau$  の値を計算するには 6 次方程式を数値的に解くことになる。また、メタボールの分布関数式 (3) は局所的な台を有するので、 $p_i^\infty$  がすべてのメタボールから影響を受けない範囲に存在する場合には濃度勾配が定義されない。したがってそのような場合には、局所台を持たない正規分布関数

$$D_f(r) := \exp(-r^2) \quad (7)$$

を用いて濃度勾配を擬似的に計算する。

ここで最近傍点  $q_i$  が制御点より計算される SLP  $p_i^\infty$  に一致するとした場合、式 (5) を用いて  $q_i = p_i + \chi_i \sum_{j \in i^*} (p_j - p_i)$  のように導かれるので、Suzukiらの手法<sup>5)</sup> にならない、制御点  $p_i$  の位置を以下の式で更新する。

$$p_i \leftarrow p_i + \lambda \left[ q_i - p_i - \chi_i \sum_{j \in i^*} (p_j - p_i) \right] \quad (8)$$

ここで、 $\lambda$  は 0 から 1 の間の値をとる係数である。本手法によるフィッティングは、最近傍点  $q_i$  の決定と式 (8) による補正を交互に計算し、その制御点におけるメタボール曲面との誤差が与えられた閾値  $\epsilon'$  以下になるまで繰り返す。

#### 3.2 コントロールメッシュの局所的細分割

コントロールメッシュを最適に構成するために、その各三角面についてメタボール曲面との濃度値差が大きい面だけを局所的に分割する。分割の方法は曲面の細分割規則と同様にして、red-green triangulation<sup>17)</sup> に従い分割すべき面の各辺を 2 分割して 4 個の小三角面に細分割する。ただし、分割すべき三角形に隣接する三角形の誤差が十分に小さく分割が不要な場合には、不均等な接続状態が生じて細分割後の曲面形状に悪影響を及ぼしてしまう。したがって、分割不要な隣接する三角形も、辺に挿入した制御点に関して 2 分割する (図 3(a) 参照)。ただし、分割不要な三角形に対して 2 個以上の隣接する三角形が分割される場合は図 3(b) のように 4 分割が必要となり、このような状態がなくなるまで連鎖的に分割を繰り返す。

ただし、フィッティングにおいて過渡的に生成される不安定な形状が過度な分割を引き起こす可能性がある。したがって、分割により生成された三角形メッシュの辺の長さの平均が、その最近傍のメタボール楕円体

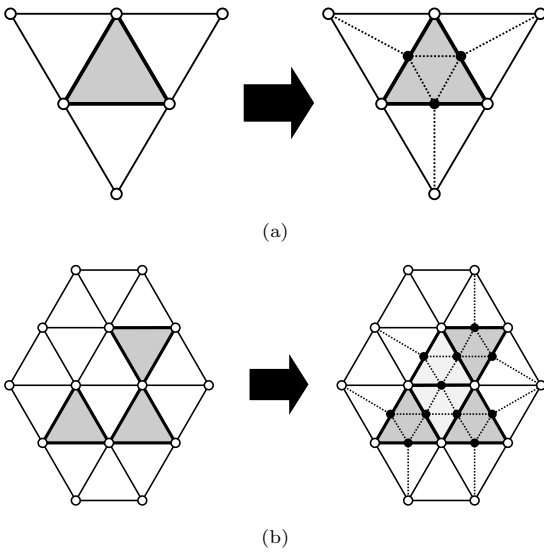


図 3 小三角形への局所的な分割

Fig. 3 Local subdivision into smaller triangles.

の最短主軸の長さ以下になった時点で、分割を打ち切るものとした。

各三角形面に対する形状誤差とは、コントロールメッシュを無限回細分割して得られる形状とメタボール曲面との差分を意味する。ここでは計算コストを考慮して、細分割を 2 回実行した際に新たに生成される 15 個の制御点 (その集合を  $S$  とする) で差分誤差を評価する。誤差の簡略な評価方法として、制御点  $p_i$  における誤差  $E_i$  を、その SLP  $p_i^\infty$  における濃度の絶対値とし、総誤差  $E$  を二乗和の平均として以下の式で定義する。

$$E = \frac{1}{N(S)} \sum_{i \in S} E_i^2, \quad E_i = |S(p_i^\infty)| \quad (9)$$

ただし、 $N(S)$  は集合  $S$  に含まれる制御点の個数を表す。

しかしながら、曲面の濃度値はメタボールの中心濃度とアフィン変換に依存する。そのため、濃度値の差は必ずしも曲面間の幾何学的な距離の差を正確には表していない。ゆえに、 $p_i^\infty$  における濃度値による誤差評価は少ない計算量で求めることができるが、形状保存の点からは距離値による誤差評価が望ましいと考えられる。また、濃度値差による誤差評価では分割回数が必要以上に多くなることが確認されている。

そこで、後述する分岐成長モデルによる成長の前半段階では計算の高速性を重視して式 (9) で与えられる濃度値による誤差評価を行い、後半段階では、SLP  $p_i^\infty$  と、その点から濃度勾配  $\mathbf{V}_i$  方向 (式 (6) 参照) に伸ばした直線と曲面  $S$  との交点との距離を  $\Delta r_i$  とし、

```
repeat{
  repeat{
    for(全ての制御点  $p_i$ ){
      最近傍点  $q_i$  の探索
       $p_i$  の位置補正
    }
    for(全ての制御点  $p_i$ ){
      SLP  $p_i^\infty$  を計算
    }
  }until(全ての制御点で  $|S(p_i^\infty)| < \text{閾値 } \epsilon'$ )
  for(全ての三角形面){
    誤差  $E$  の計算
    if( $E > \text{閾値 } \epsilon$  の三角形面)
      コントロールメッシュの局所的な分割
  }
}until(全ての三角形面で  $E < \epsilon$ )
```

図 4 フィッティングアルゴリズム

Fig. 4 Fitting algorithm.

この値で距離誤差を判定する。このとき两点での濃度差  $\Delta S$  を一次近似で求めると、

$$\begin{aligned} \Delta S &= S(p_i^\infty) - S(p_i^\infty + \Delta r_i \tilde{\mathbf{V}}_i) \quad (10) \\ &\simeq -\mathbf{V}_i \cdot \Delta r_i \tilde{\mathbf{V}}_i, \\ \tilde{\mathbf{V}}_i &= \begin{cases} \frac{-\mathbf{V}_i}{\|\mathbf{V}_i\|} & \text{for } S_i(p_i^\infty) \geq 0 \\ \frac{+\mathbf{V}_i}{\|\mathbf{V}_i\|} & \text{for } S_i(p_i^\infty) < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

となる。したがって  $S(p_i^\infty + \Delta r_i \tilde{\mathbf{V}}_i) = 0$  なので、

$$E_i = \Delta r_i = \frac{|S(p_i^\infty)|}{\|\mathbf{V}_i\|} \quad (11)$$

を誤差値として用いる。そして、コントロールメッシュを構成するすべての面に対するこの誤差が閾値以下  $E < \epsilon$  となるまでフィッティング処理を繰り返す。

図 4 にフィッティングアルゴリズムの擬似コードを示す。

#### 4. メタボール曲面への特化

##### 4.1 分岐成長モデル

複雑な形状を有するメタボール曲面に対してコントロールメッシュをフィッティングさせると、曲率の変化に追従しきれずフィッティングが失敗する可能性が高くなる。これは、メタボール曲面を単純な形状から徐々に複雑な形状へ変化させながら、その各状態に対してフィッティング処理を実行することにより解決できる。このメタボールを徐々に移動変形させるモデルを分岐成長モデルと呼ぶことにする。

まず、各メタボールの形と配置を指定するそれぞ

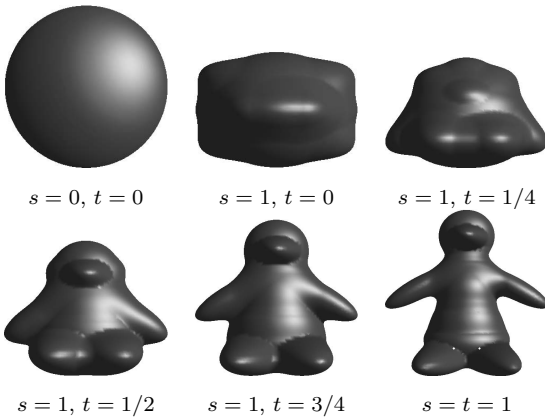


図5 メタボール分岐成長の遷移状態

Fig. 5 Transitional states of branch-growing meta-balls.

れのアフィン変換行列  $M_k$  をスケーリングの成分  $S_k$  と回転および平行移動の成分  $T_k$  に分解する ( $M_k \rightarrow S_k T_k$ ).  $S_k$  と  $T_k$  による各メタボールのアフィン変換は、変数  $0 \leq s \leq 1$  と  $0 \leq t \leq 1$  を用いて以下のように表すことができる.

$$M_k^S(s) = sS_k + (1-s)I \tag{12}$$

$$M_k^T(t) = tM_k + (1-t)M_k^S(s) \tag{13}$$

ただし、 $I$  は単位行列を表す. 式 (12), (13) の  $s$  と  $t$  を変化させることにより、メタボール形状を自由に制御することができる. 図5に、 $s$  と  $t$  の変化によりメタボール形状が球から初期形状へ変化していく様子を示す. 単純なメタボール曲面に対しては  $s$  と  $t$  の増分値を大きく、複雑なメタボール曲面に対しては増分値を小さくすることにより、フィッティングの精度や必要な処理時間を制御することが可能である. ただし、増分値を小さくすると変換精度は向上するが多くの計算量を要するので、その値は形状を設計する際に応答速度と精度のトレードオフを考慮しながら適切に設定する必要がある. 具体的には、メタボール曲面で大まかな形状を設計して細分割曲面に変換後にその制御点の位置を対話的に編集する場合には増分値を大きく設定し、メタボール曲面で形状を細部まで設計して変換後の細分割曲面には編集を加えない場合には増分値を小さく設定することが考えられる. また、分岐成長の過程において移動量が大きいメタボールを含む形状の場合は、 $s$  の値を大きくとりすぎるとメタボールが分離してしまい、最終的に生成される曲面形状のトポロジが変化する可能性がある. したがって、変数  $s$  にはこのような分離が発生しない値を設定する必要がある.

3章で述べた変換アルゴリズムは、 $s$  と  $t$  の値を離散的に徐々に増加させた各状態に対して計算され、

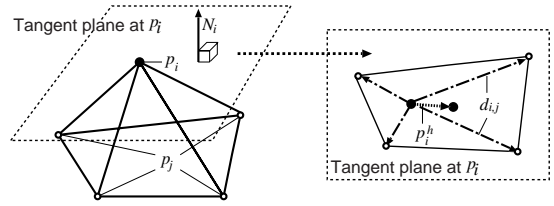


図6 正則化拘束による位置の補正

Fig. 6 Correction of positions with regularity constraint.

ある状態のフィッティング終了時の結果は次の状態の初期コントロールメッシュとして用いられる. 分岐成長のある段階において、制御点の補正や局所的なメッシュ分割を繰り返しても誤差評価の値が改善しない場合には、その段階でのフィッティングの処理を強制的に終了させる必要がある. ただし、誤差評価の値が改善しない場合は変換に失敗している可能性もあるので、その場合には分岐成長を1段階だけ戻し、増分値を小さくとり直して再度補正計算を実行する必要がある.

#### 4.2 正則化拘束

コントロールメッシュの局所的分割により新たな三角形の生成を繰り返すと、場合によっては細長い形状の三角形が生成されるようになる. 一方、細分割曲面の形状は、隣接する制御点の距離間隔が極度に変動する箇所において不自然な振動や折り返しを生じる傾向があるので、メッシュを構成する各辺の長さはできるだけ一様であることが望ましい. したがって、正則化拘束<sup>18)</sup> と呼ばれる条件を課すことにより、メッシュの制御点が均等に配置されるような補正を施す.

正則化拘束の計算は、制御点  $p_i$  の位置を以下の式で更新する (図6参照).

$$p_i \leftarrow p_i + \mu p_i^h, \tag{14}$$

$$p_i^h = \sum_{j \in i^*} d_{i,j} / n_i,$$

$$d_{i,j} = (p_j - p_i) - [(p_j - p_i) \cdot N_i] N_i.$$

ただし、 $\cdot$  は内積、 $n_i$  は隣接する制御点の個数、および  $\mu$  は  $0 < \mu < 1$  の定数を表す. また、 $d_{i,j}$  は隣接する頂点との差分  $(p_j - p_i)$  を接平面上に投影した値を表し、 $p_i$  における接平面の法線ベクトルは式 (6) を用いて、 $N_i = V_i / \|V_i\|$  により算出される. ここで  $p_i^h$  は、接平面上に投影された隣接する制御点群の重心位置に制御点  $p_i$  を移動させる補正ベクトルである. 式 (14) の更新計算は補正ベクトルのノルム値  $\|p_i^h\|$  がすべての制御点に関して一定の閾値以下になるまで繰り返す. 変数  $\mu$  の値は正則化の速度に影響するが、数値的な安定性を考慮して既存の手法<sup>18)</sup> で指定されている範囲 ( $0 < \mu < 0.5$ ) の中間値である  $\mu = 0.25$

を用いている。

4.3 アフィン変換を考慮した正則化拘束

Loop 細分割曲面を用いて球面を変換する場合，正二十面体のコントロールメッシュを用いると十分な精度（半径1の球に対する濃度差分値が0.01以下）の変換が実現される（図2参照）。しかしながら，メタボールで曲面形状を設計する際には，3次元座標の各軸に関して異なる拡大縮小を用いた楕円体を用いられる。

前節で述べた正則化拘束の条件は，コントロールメッシュを正多面体の状態に近づけるように補正を施すものである。また，細分割曲面はBスプライン曲面と同様にアフィン変換不変<sup>19)</sup>の性質を有する。ゆえに，楕円体に対する変換効率の良いコントロールメッシュは，球から楕円体へのアフィン変換を正多面体と同様に施して得るのが妥当と考えられる。

よって，制御点の位置をメタボールに対するアフィン変換行列の逆行列  $M_k^{-1}$  で変換した後に，式(14)で計算した  $p_i^h$  の値を変換行列  $M_k$  で元に戻したものを正則化拘束の補正ベクトルとする。ただし，補正を施す制御点が複数のメタボールからの影響を受ける

場合は，各メタボールに対して計算した補正ベクトルを，影響を受ける度合いで重み付けをした和をとる。ゆえに，ある制御点  $p_i$  が集合  $k^*$  で表される複数のメタボールからの影響を受ける場合，正則化拘束による補正ベクトル  $p_i^h$  は以下の式で算出される。

$$p_i^h = \sum_{k \in k^*} w_k^i \left( \sum_{j \in k^*} \hat{d}_{i,j}^k / n \right), \quad (15)$$

$$\hat{d}_{i,j}^k = (p_j - p_i) - \tilde{M}_k \left[ \tilde{M}_k^{-1} (p_j - p_i) \cdot \tilde{N}_i^k \right] \tilde{N}_i^k,$$

$$\tilde{N}_i^k = \tilde{M}_k^{-1} N_i / \left\| \tilde{M}_k^{-1} N_i \right\|,$$

$$w_k^i = \frac{\exp[-\{D_k(p_i^\infty) - D_c\}^2]}{\sum_{l \in k^*} \exp[-\{D_l(p_i^\infty) - D_c\}^2]}.$$

ただし， $3 \times 3$  行列  $\tilde{M}_k$  はアフィン変換行列  $M_k$  から平行移動成分を除いた変換を表す。

まとめとして，分岐成長と正則化拘束を用いた変換アルゴリズムの疑似コードを図7に示す。

5. 曲面変換例

5.1 本手法による曲面変換例

本章では提案手法による曲面の変換例を示す。図8は正則化拘束の有無と，正則化拘束においてアフィン変換を考慮した場合としない場合の変換結果である。図8の上段が変換されたコントロールメッシュ，下段がその細分割曲面となっている。ただし，フィッティング処理とメッシュの局所的な分割の終了条件である距離誤差の閾値は0.1とした。このときのコントロールメッシュの頂点数と面数は表1のようになった。この結果より，アフィン変換を考慮した場合の方が，頂

```

メタボールを分岐成長の初期状態に設定
正二十面体をコントロールメッシュとして生成
while(分岐成長の途中状態){
    分岐成長モデルの段階を一つ進める
    フィッティングアルゴリズムの実行
}
    
```

図7 変換アルゴリズム  
Fig.7 Conversion algorithm.

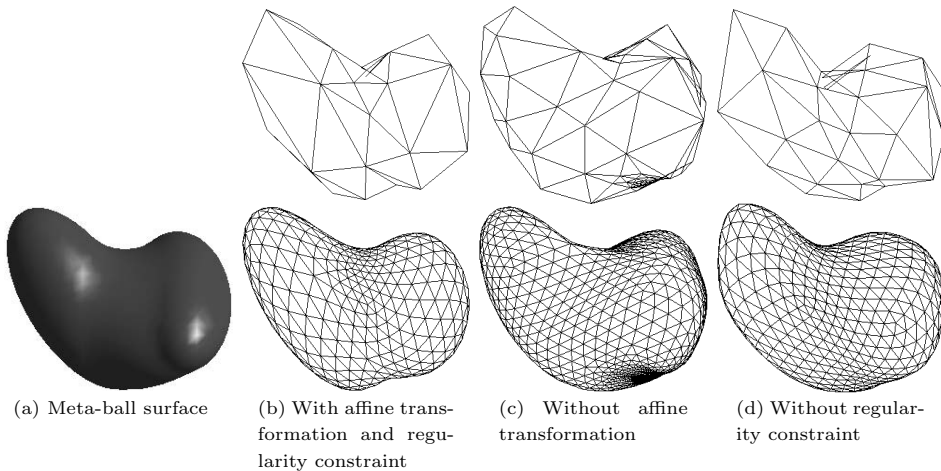


図8 正則化拘束を用いた変換結果：コントロールメッシュ(上段)とその細分割曲面(下段)  
Fig.8 Conversions with regularity constraints: control mesh (upper) and its subdivision (lower).

表 1 正規化拘束を用いた頂点数・面数  
Table 1 Number of vertices and faces.

	頂点数	面数
アフィン変換を考慮する(図 8(b))	38	72
アフィン変換を考慮しない(図 8(c))	76	148
正規化拘束なし(図 8(d))	42	80

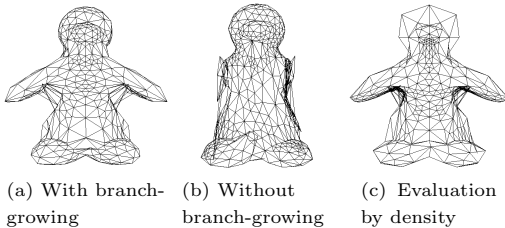


図 9 分岐成長の有無, 誤差評価の違いによる比較  
Fig. 9 Comparison with branch-growing and error.

点数と面数の双方に関してアフィン変換を考慮しない場合に比べて半分以下であることが示される。この例の場合、アフィン変換を考慮しないと正規化拘束を用いない場合よりもメッシュの効率は悪くなっている。また、コントロールメッシュの各三角形の形状に着目すると、アフィン変換を考慮しない場合では各面がほぼ正三角形になっているのに対し、アフィン変換を考慮した場合は三角形の形が楕円体の形状に沿うように細長くなっていることが確認できる。よって、提案手法はよりメッシュの効率が良いといえる。

次に、図 5 のメタボール曲面に対して、分岐成長モデルの有無による変換結果を図 9 に示す。分岐成長モデルがある場合(図 9(a))メタボール曲面の形状を保存したまま変換されているが、ない場合(図 9(b))は腕部の細長い部分が欠落している。このことから、分岐成長モデルが細長い部分を持つ形状を追跡するために有効に働いていることが分かる。

次に、3.2 節で述べた誤差評価方法の違いによる曲面生成例を図 9(c) に示す。濃度値による誤差評価のみを用いた場合(図 9(c))、生成されたコントロールメッシュの頂点数は 534、面数は 1064 となった。分岐成長モデルによる成長の後半段階で推定距離による誤差評価を行った場合(図 9(a))は、頂点数が 501、面数が 998 となった。このとき、濃度誤差と距離誤差の閾値はそれぞれ 0.1 としている。

濃度値のみによる誤差評価は、頭部や足部では変換元の曲面形状に応じて必要十分な局所的分割が行われているが、特に脇部では三角形メッシュが集中し必要以上に分割されている。後半段階で推定距離により誤差評価した場合には、濃度値のみの場合より頭部や足

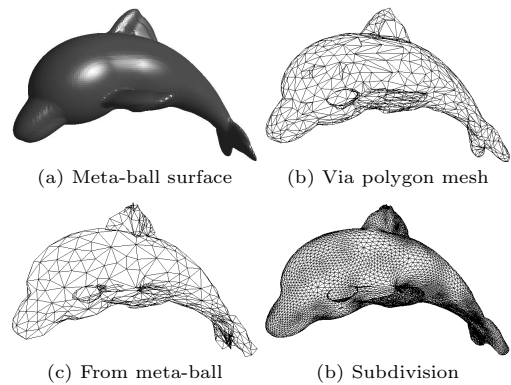


図 10 他手法との比較例  
Fig. 10 Comparison with the other techniques.

部で分割回数は増加しているが、全体として分割数は減少している。この結果から、誤差評価に推定距離を用いることにより、形状を保ったまま局所的分割の回数を減少させ、より少ないメッシュ数での変換が可能であることを確認できた。ただし、濃度値のみによる誤差評価は幾何学的な精度は保証されないが、変換元の曲面形状が単純な場合や、計算量を減少させたい場合には有効であると考えられる。

## 5.2 ポリゴン曲面からの変換との比較

他手法との比較例として、ポリゴン曲面のエッジ削減により直接細分割曲面のコントロールメッシュへ変換する Kanai の手法<sup>20)</sup>により生成されたコントロールメッシュと本手法によるものを図 10 に示す。図 10(a) のメタボール曲面より作られたポリゴン曲面(頂点数: 28648, 面数: 57292)に対し Kanai の手法を用いて変換されたコントロールメッシュは図 10(b) であり、本手法により変換されたコントロールメッシュは図 10(c) である。このとき、細分割曲面とメタボール曲面間の距離の二乗和の平均が、両手法で等しくなるように変換処理を行った。また、このコントロールメッシュから生成された細分割曲面を図 10(d) に示す。図 10(c) のコントロールメッシュでは尾ひれの部分で自己交差している箇所が見出されるが、図 10(d) の細分割曲面ではその部分での自己交差が表れていない点に注意されたい。

Kanai の手法を用いて、ポリゴン曲面をコントロールメッシュに変換する処理に要した時間は 15 秒程度で、頂点: 986、面: 1968 となった。ただし、メタボール曲面をポリゴン曲面に変換する処理に要した時間は 30 秒であった。本手法では、処理時間は 40 秒で、頂点: 661、面: 1318 である。また、Kanai の手法によるコントロールメッシュは、均一に分布している三角形メッシュから構成されているが、本手法によるコン

トロールメッシュは、元のメタボール曲面の形状に応じた三角形メッシュから構成されている。

以上の結果から、本手法は Kanai の手法の面数 (1968) より少ない面数 (1318) のコントロールメッシュで同程度の精度の変換を達成できているので、効率の良い変換手法であると結論できる。さらに、メタボール曲面からの総所要時間を考えると、本手法は Kanai の手法と同程度の計算時間で変換が可能である。

## 6. おわりに

本論文では、メタボール曲面から Loop 細分割曲面への変換手法を提案した。変換に際してメタボールの数学的な特徴を利用することにより、一定のフィッティング精度に対して、より少ない制御点のコントロールメッシュで細分割曲面に変換することが可能となった。変換に際してコントロールメッシュに対する手作業での前処理を必要としないので、形状の対話的な編集作業に双方の曲面モデルを統合して用いることができる。また、簡略化されたコントロールメッシュは、その制御点を操作して形状を微調整する際の作業負担を軽減する。さらに、細分割曲面に変換することにより、メタボール曲面を他の媒介変数曲面に変換することも容易になり、既存の CAD システムの曲面データに変換して各種のツールを利用することが可能となる。本研究では Loop 細分割曲面を用いたが、コントロールメッシュの局所的な分割規則を変更しさえすれば、他の細分割曲面を用いることも可能である。

検証が必要な点として、分岐成長モデルを用いる現在の手法ではメタボール曲面のトポロジの変化に対応できない点があげられる。そのため、メタボール曲面に応じた初期コントロールメッシュを生成し、エッジのつなぎ換えによるフィッティングの導入などが考えられる。また、変換アルゴリズム内で用いられる各パラメータは、現在手動で調整しているが、これらをメタボール曲面の形状に応じてある程度自動的に決定できるようにする予定である。たとえば、分岐成長の計算における変数  $s$  と  $t$  のステップサイズの値は形状全体で同じにしているが、変換元の形状に応じてその値を自動的に調整することが望ましい。すなわち、変換元のメタボールの曲率が大きくて単純な形状箇所であればステップサイズを大きくとり、逆に曲率が小さく分岐成長過程において変化の激しい形状箇所であれば、ステップサイズを小さくとることが考えられる。

今後の課題として、さらなる処理時間の短縮化、さらにメタボール以外の分布関数曲面に対応することなどが考えられる。また、変換処理の収束を保障するた

めに、ステップサイズが大きすぎる場合の変換の失敗を自動的に判定する機構も必要である。さらに、細分割曲面での形状操作の自由度を高めるために、制御点の配置関係や位置をある程度拘束できるような変換処理へ拡張していく予定である。

謝辞 イルカのデータを提供していただいた (株) メタ・コーポレーション・ジャパンの高沖英二社長に感謝いたします。

## 参考文献

- 1) DeRose, T., Kass, M. and Truong, T.: Subdivision Surfaces in Character Animation, *Computer Graphics*, Vol.32, Annual Conference Series, pp.85-94 (1998).
- 2) de Figueiredo, L., de Miranda, J., Terzopoulos, D. and Velho, L.: Physically-Based Methods for Polygonization of Implicit Surfaces, *Proc. Graphics Interface '92*, pp.250-257 (1992).
- 3) Ning, P. and Bloomenthal, J.: An Evaluation of Implicit Surface Tilers, *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol.13, No.6, pp.33-41 (1993).
- 4) Bloomenthal, J.: Polygonization of Implicit Surfaces, *Computer Aided Geometric Design*, Vol.5, pp.341-355 (1988).
- 5) Suzuki, H., Takeuchi, S., Kanai, T. and Kimura, F.: Subdivision Surface Fitting to a Range of Points, *Proc. IEEE Pacific Graphics '99*, Seoul, pp.158-167 (1999).
- 6) Takeuchi, S., Kanai, T., Suzuki, H., Shimada, K. and Kimura, F.: Subdivision Surfaces Fitting with QEM-based Mesh Simplification and Reconstruction of Approximated B-spline Surfaces, *Proc. IEEE Pacific Graphics 2000*, Hong Kong, pp.202-212 (2000).
- 7) 西村, 平井, 河合, 河田, 白川, 大村: 分布関数による物体モデリングと画像生成の一手法, 信学論 (D), Vol.J68-D, No.4, pp.718-725 (1985).
- 8) Blinn, J.F.: A Generalization of Algebraic Surface Drawing, *ACM Trans. Graphics*, Vol.1, No.3, pp.235-256 (1982).
- 9) 村上伸一, 市原英也: メタボール法による 3 次元図形の表示について, 信学論 (D), Vol.J70-D, No.8, pp.1607-1615 (1987).
- 10) Wyvill, G., McPheeters, C. and Wyvill, B.: Data Structure for Soft Objects, *The Visual Computer*, Vol.2, No.4, pp.227-234 (1986).
- 11) Catmull, E. and Clark, J.: Spline Surfaces on Arbitrary Topological Meshes, *Computer-Aided Design*, Vol.10, No.6, pp.350-355 (1978).
- 12) Doo, D.: A Subdivision Algorithm for



- Smoothing Down Irregularly Shaped Polyhedrons, *Proc. Int'l Conf. Ineractive Techniques in Computer Aided Design*, pp.157-165 (1978).
- 13) Stam, J.: Exact Evaluation of Catmull-Clark Subdivision Surfaces at Arbitrary Parameter Values, *Computer Graphics*, Vol.32, pp.395-404 (1998).
- 14) Nasri, A.H.: Polyhedral Subdivision Methods for Free-form Surfaces, *ACM Trans. Graphics*, Vol.6, No.1, pp.29-73 (1987).
- 15) Levin, A.: Interpolating Nets of Curves by Smooth Subdivision Surface, *Siggraph 1999, Computer Graphics Proceedings*, Los Angeles, pp.57-64 (1999).
- 16) Loop, C.: Smooth Subdivision Surfaces Based on Triangles, Master's thesis, University of Utah, Department of Mathematics (1987).
- 17) Labsik, U., Kobbelt, L., Schneider, R. and Seidel, H.P.: Progressive Transmission of Subdivision Surfaces, *Computational Geometry*, Vol.15, pp.25-39 (2000).
- 18) Shum, H.-Y., Hebert, M. and Ikeuchi, K.: On 3D Shape Synthesis, *Object Representation in Computer Vision*, pp.131-148 (1996).
- 19) Farin, G.: *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design*, Academic Press (1990).
- 20) Kanai, T.: MeshToSS: Converting Subdivision Surfaces from Dense Meshes, *Proc. 6th International Workshop on Vision, Modeling and Visualization 2001*, pp.325-332 (2001).
- 21) 稲辺雄樹, 栗山 繁, 金子豊久: 分布関数曲面から再分割曲面への変換手法, 情報処理学会第 61 回全国大会(平成 12 年後期) 予稿集, pp.4-61-62 (2000-10).
- 22) 谷 寿人, 栗山 繁, 金子豊久: メタボール曲面から細分割曲面への変換手法, *Visual Computing グラフィクスと CAD 合同シンポジウム 2002 予稿集*, pp.129-134 (2002).

(平成 14 年 12 月 27 日受付)

(平成 16 年 1 月 6 日採録)



谷 寿人(正会員)

1999 年国立旭川工業高等専門学校制御情報工学科卒業. 2003 年豊橋技術科学大学大学院工学研究科情報工学専攻修士課程修了. 同年(株)日立システムアンドサービス入社. NET 用フレームワークの開発に従事. 3 次元形状設計, ソフトウェア工学に興味を持つ.



栗山 繁(正会員)

1987 年大阪大学大学院工学研究科電子工学専攻修士課程修了, 翌年日本 IBM(株)入社, 東京基礎研究所にて CAGD システムの研究開発に従事, 1994 年広島市立大学情報科学部情報機械システム工学科助教授, 1998 年豊橋技術科学大学情報工学系助教授. 主に計算機支援幾何設計, CG 仮想人間の動作生成とその応用に関する研究に従事. 工学博士. ACM, IEEE, 電子情報通信学会, 映像情報メディア学会各会員.



金子 豊久(正会員)

1962 年東京大学工学部電気工学科卒業. 1964 年同大学院電気工学専攻修士課程修了. 1970 年プリンストン大学電気工学科博士課程修了(Ph.D.), 同年 IBM 入社ワトソン研究所研究員, 1982 年日本 IBM 東京基礎研究所に移り, 東京サイエンティフィックセンター長等歴任, 1994 年豊橋技術科学大学情報工学系教授. 主に医用画像処理と CG の応用に関する研究に従事. ACM, IEEE, 電子情報通信学会各会員. 電子情報通信学会フェロー.