

位相的ボリューム骨格化アルゴリズムの改良

竹島 由里子[†] 高橋 成雄^{††} 藤代 一成[†]

位相的ボリューム骨格化は、スカラ値に関する等値面の位相的な遷移を、ボリューム骨格木とよばれるグラフとして抽出する手法である。ボリューム骨格木は、入力スカラ場に潜在する大域的な構造を効果的に表現するが、逆にスカラ場の量子化や高周波ノイズの影響を受けやすく、大域的な構造の抽出に時間を要するケースが頻繁に生じていた。そこで、本論文ではこれらの計算に必要な時間を大幅に短縮するように位相的ボリューム骨格化アルゴリズムを改良する。具体的には、ボリューム骨格木抽出の計算アルゴリズムの改良それ自体に加え、スカラ値補間のための位相的な誤差基準を考慮した適応的四面体分割の基本アイデアに基づいて改良を行う。シミュレーションなどによるボリュームデータの解析例を通じて、本手法が大幅に計算時間を短縮できることを示し、さらに、得られたボリューム骨格木を用いて大規模なボリュームデータも効果的に可視化できることを示す。

Improvement of a Topological Volume Skeletonization Algorithm

YURIKO TAKESHIMA,[†] SHIGEO TAKAHASHI^{††} and ISSEI FUJISHIRO[†]

The topological volume skeletonization is an approach for extracting a volume skeleton tree that delineates the topological transitions of isosurfaces according to a given scalar field. Although the volume skeleton tree allows us to effectively represent the underlying global structures in the scalar field, it is often too sensitive to the quantization artifacts and high-frequency noise there, and thus requires a certain amount of computation time to extract the associated global structure. This paper therefore presents an improved topological volume skeletonization algorithm so as to accelerate its computation significantly. The contributions include adaptive tetrahedralization based on topological error criteria for efficient linear interpolation of an given scalar field as well as the improvement of skeletonization algorithm itself. Several experiments are conducted on simulated datasets to demonstrate that the present algorithm considerably reduces the computation time while allowing sophisticated visualization of large-scale volume datasets.

1. はじめに

最近の計算機や計測機器などの性能向上により、解析対象となるボリュームデータは大規模化の一途をたどっている。このようなデータを効果的に可視化するためには、解析によってボリューム内に潜在する大域的な特徴を頑健に抽出し、その結果を参照して可視化パラメータ値を制御する必要がある。しかし、このような大規模ボリュームデータは、局所的に複雑なスカラ場を含み、さらには量子化や高周波ノイズなどの影響を受けているため、ボリューム全体の特徴を安定に抽出することは難しい問題とされてきた。

このような問題を解決する手法として、位相的ボリューム骨格化 (topological volume skele-

tonization)¹⁾ があげられる。位相的ボリューム骨格化は、スカラ値に関する等値面の位相的な変化をたどることで、ボリュームデータが持つ局所のおよび大域的特徴の両方を考慮に入れた、スカラ場の頑健な解析手法を提供するものである。この手法は、ダイレクトボリュームレンダリングにおける伝達関数の基本設計方針¹⁾ を提供するだけでなく、インダイレクトボリュームレンダリングにおける特徴的な等値面の特定²⁾、等値面の包含関係を考慮したレンダリング手法³⁾、ボリュームデータの局所的な構造を反映した属性値の計算⁴⁾、区間型ボリュームを基本部品とするボリューム分解操作⁵⁾、ボリューム内で最も遮蔽が起こらずに内部構造が見えるような最適視点の計算⁶⁾、さらには時系列ボリューム解析のための指標計算⁷⁾ にも適用することができる。このように、位相的ボリューム骨格化は広範な応用に対する基礎をなす手法と位置づけることができる。

位相的ボリューム骨格化により得られたスカラ値に

[†] 東北大学
Tohoku University

^{††} 東京大学
The University of Tokyo

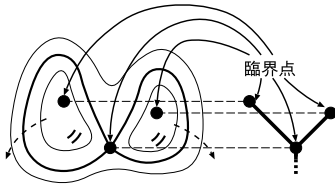


図1 等値面の位相変化(左)と対応するボリューム骨格木(右)
Fig.1 Topological transitions of the isosurface (left) and its corresponding volume skeleton tree (right).

関する等値面の位相変化は、ボリューム骨格木 (Volume Skeleton Tree) とよばれるグラフ構造によって表現される。図1に、等値面の位相変化とそれに対応するボリューム骨格木の例を示す。この図から分かるように、ボリューム骨格木のノードは、スカラ値の変化に応じて等値面が起こす局所的な位相変化の位置である臨界点 (critical point) を表し、さらにノード間のリンクは、大局的な臨界点の接続関係を表現している。このことから、大局的な接続関係を残しながらノイズなどに起因する重要度の低いノードをグラフから順次除去していく単純化を施すことで、入力ボリュームデータが持つ位相骨格を抽出することができる。しかし、入力データがあまりに大規模で、多量のノイズなどを含んでいる場合、単純化前のボリューム骨格木が非常に多くの臨界点を持つため、実際の計算時間がかかりすぎるといった問題があった。そこで本論文では、従来の位相的ボリューム骨格化に必要な計算時間を大幅に短縮する方法を提案する。

次章で関連する先行研究についてまとめ、3章でボリュームデータにおける臨界点の性質について述べる。続いて、4章と5章で、位相的ボリューム骨格化を大きく改善する基本アイデアである、

- (1) ボリューム骨格木抽出アルゴリズムの改良、
- (2) スカラ値補間のための適応的四面体分割、

の2つについてそれぞれ説明する。ボリューム骨格木抽出アルゴリズムは、従来提案されているアルゴリズムの中で計算量的に最適なものを組み合わせることによって、計算自体の効率化を図る。さらに、適応的四面体分割においては、位相的な誤差基準を新しく考案し、スカラ値の量子化やノイズから生じてしまう重要度の低い臨界点を効果的に避けることで、抽出される臨界点の個数を大幅に減らし、位相的ボリューム骨格化の計算を効率化する。6章では、シミュレーションデータなどの解析例を通して、提案手法が解析に要する時間を大幅に短縮することができ、さらにその結果を伝達関数設計にも効果的に応用できることを示す。最後に、7章で結論と今後の課題を述べる。

2. 関連研究

本章では、関連する先行研究をレベルセットグラフ解析、適応的四面体分割に分けてそれぞれ説明する。

2.1 レベルセットグラフに基づく等値面追跡

レベルセットグラフは、スカラ値の変化に対応する等高線/等値面の位相変化を抽象化したグラフであり、データ内のスカラ値の遷移を追う道具として用いられてきている。Reeb Graph⁸⁾、Contour Tree⁹⁾、そして図1に示されるボリューム骨格木¹⁾もレベルセットグラフの例であり、そのノードは、等値面が位相変化を起こす位置を与えるボリュームの臨界点に対応する。

このようなボリュームデータのレベルセットグラフは、計算量的に最適な構築アルゴリズムが van Kreveldら¹⁰⁾によって提案され、近年では Carrら¹¹⁾によって、任意次元の形状を扱うことのできるアルゴリズムとして整備されている。また、元来レベルセットグラフは等値面の連結成分数の変化しか追跡できず、個々の連結成分の位相(種数)変化を検出することができないという問題があったが、Pascucciら¹²⁾による等値面のオイラー数の変化を追跡する手法により解決された。さらに、Takahashiら¹⁾は、レベルセットグラフに単純化を施して、より大局的な等値面の位相変化を表すレベルセットグラフを抽出する手法を提案している。

また、レベルセットグラフを利用したボリューム内部構造探索の研究としては、まず Bajajら⁹⁾による、Contour Treeをインタフェースとした等値面遷移の追跡に関する先駆的な研究があげられる。最近では、Carrら¹³⁾によって、改善されたContour Tree抽出アルゴリズムと柔軟に等値面変化を表示できるインタフェースが提案されている。

このように、レベルセットグラフは等値面のスカラ値に対する遷移を手がかりに、ボリュームデータの内部構造を表現するものである。しかし、スカラ値の量子化の影響や与えられたデータにノイズが含まれる場合、レベルセットグラフは重要度の低い臨界点を不必要に抽出してしまうなどの問題がある。本論文で提案する手法を用いることにより、この問題を解決することができる。

2.2 適応的四面体分割手法

レベルセットグラフの抽出アルゴリズムは、与えられたボクセルのスカラ値が、四面体分割などで線形補間されていることが処理の前提となっている。一般的にボリュームデータのサイズが大きければ、レベルセットグラフに対する標準化の影響は少なくなるが、逆に

局所的なノイズの影響は大きくなりやすい．そこで，この四面体分割を適応的に行う必要性が生じてくる．

従来の適応的四面体分割は，順次必要に応じて四面体を細かく分割するトップダウン方式と，細かい四面体を順次縮退させて単純化していくボトムアップ方式の2つに分類することができる．トップダウン方式では，四面体を順次二等分して適応的四面体分割を生成する二分画法¹⁴⁾と，形の異なる四面体を導入して，補間の裂け目の原因となる T 頂点を避けるレッド・グリーン法¹⁵⁾がある．逆に，ボトムアップ方式としては，二分画法の逆操作で細かい四面体を順次融合させていく手法¹⁶⁾や稜線縮退操作を用いる手法¹⁷⁾などがある．

また，ボトムアップ方式に関しては，得られる等値面の位相型を制御する方法が提案されている．たとえば，Gerstner ら¹⁸⁾は二分画法の逆操作¹⁶⁾をベースとした手法を，Chiang ら¹⁹⁾は稜線縮退操作¹⁷⁾をベースにした手法をそれぞれ提案している．しかしながら本手法では，できるだけ四面体を分割しないで等値面の大局的な位相変化を追跡することが目的であるため，後述するように，トップダウン方式の適応的四面体分割を用いた位相構造の探索が適している．

3. 等値面とボリューム臨界点

本章では，ボリュームデータにおける等値面の振舞いと，その等値面が位相変化を起こす位置を与えるボリューム臨界点の性質について説明する．

3.1 ボリュームデータ表現に関する仮定

まず詳細に進む前に，ボリュームデータが一価関数 $w = f(x, y, z)$ (1)

の格子状サンプル点として表現されると仮定する．ここで， x, y, z は 3 次元座標値を表し， w は対応するスカラー値を示している．この定式化より，等値面は 2 つのカテゴリに分類することができる．1 つは，等値面内部のボクセルが境界上よりも大きなスカラー値を持つ中実等値面 (solid isosurface)，もう 1 つは小さなスカラー値を持つ中空等値面 (hollow isosurface) である．この分類は，Shinagawa ら⁸⁾による曲面の断面輪郭線の分類をボリュームに拡張したものである．ここで，我々の枠組みにおいては，一般性を失うことなく，一番外側の中実等値面が，スカラー値が減少するにつれてつねに拡大するものと仮定する．

3.2 臨界点の定義

ボリュームデータから順次異なるスカラー値で等値面を切り出すと，等値面の分裂や結合などの位相変化が見られる．ボリューム臨界点は，このような等値面の



図 2 極大点と極小点における等値面の位相変化
Fig. 2 Topological changes of isosurface at a maximum and a minimum.

位相変化が現れる点に対応する．図 1 の例では，3 つの臨界点を含んでおり，上側の 2 つの臨界点は等値面の生成に対応し，下側の臨界点はその 2 つの等値面が結合する接触点を表している．以下，本論文ではスカラー値が減少する方向に等値面の遷移を追うものとする．

数学的には，式 (1) で表されるスカラー場の臨界点 p は，次の条件を満たす点として定義される．

$$\frac{\partial f}{\partial x}(p) = \frac{\partial f}{\partial y}(p) = \frac{\partial f}{\partial z}(p) = 0 \quad (2)$$

Morse の補題²⁰⁾によると，臨界点の近傍において式 (1) は，次の 2 次関数の 1 つに対応する．

$$f = \begin{cases} -x^2 - y^2 - z^2 & \text{極大点 (インデックス 3)} \\ -x^2 - y^2 + z^2 & \text{鞍点 (インデックス 2)} \\ -x^2 + y^2 + z^2 & \text{鞍点 (インデックス 1)} \\ x^2 + y^2 + z^2 & \text{極小点 (インデックス 0)} \end{cases} \quad (3)$$

ここで，臨界点のインデックスは，対応するヘッセ行列の負の固有値の個数を表している．式 (3) から分かるように，ボリューム臨界点は極大点 (インデックス 3)，鞍点 (インデックス 2)，鞍点 (インデックス 1)，極小点 (インデックス 0) の 4 つのタイプに分類される．本論文では，この 4 つのタイプの臨界点を C_3, C_2, C_1, C_0 と表記することとする．ここで，それぞれの下付き添字は臨界点のインデックス値に対応していることに注意されたい．

図 2 は，極大点 (C_3) と極小点 (C_0) の周辺の等値面の変化を示したものである．極大点では等値面成分が 3 次元空間に新しく現れるのに対し，極小点では存在する等値面成分が消滅する．

インデックス 2 の鞍点では，局所的に 2 つの等値面部分が 1 つに結合するのに対し，インデックス 1 の鞍点では，局所的に 1 つの等値面部分が 2 つに分裂する．特に，このような鞍点においては，等値面の空間における配置，つまり等値面の埋め込み (isosurface embedding) を考慮すると，その位相変化は図 3 に示した 4 種類に分類することができる．

さらに，中実/中空等値面の性質により，鞍点における等値面の変化は，図 3 に示される 8 通りに限定される．この図において，中実等値面は黒の矢印で示さ

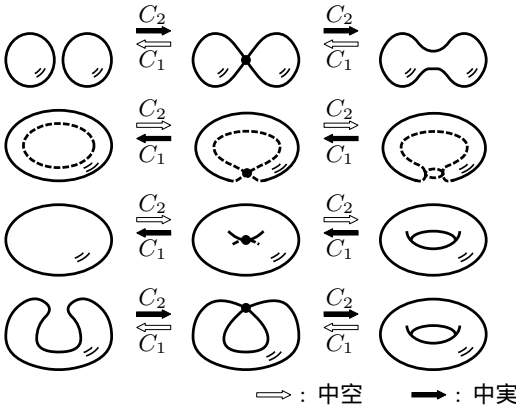


図 3 3次元空間への埋め込みを考慮した鞍点における等値面変化の分類

Fig. 3 Classification of isosurface changes at saddles depending on the embedding in 3D space.

れた4通りの遷移に従って変化を起こすのに対し、中空等値面は白の矢印の4通りの遷移に従って変化する。本枠組みでは、便宜上、ボリューム関数式(1)に仮想極小点を加えることによって、ボリュームデータ全体を位相的な3次元球面として表す。3次元位相球面は、次のオイラーの公式を満たす。

$$\#\{C_3\} - \#\{C_2\} + \#\{C_1\} - \#\{C_0\} = 0 \quad (4)$$

ここで、 $\#\{C_i\}$ はインデックス i の臨界点の個数を表している。これを用いることで、離散ボリュームサンプルから抽出された臨界点の整合性を検証することができる。

4. 位相的ボリューム骨格化

ボリューム骨格木は、局所的な特徴を表す臨界点をノードとし、その接続関係をグラフとして表すことで、ボリュームデータに潜在する大局的構造を表現する。そのため、最初にある程度詳細な特徴まで含めた状態でボリューム骨格木を抽出したのち、それ自身を評価し簡単化することで、重要な大局的構造を最終的に特定する必要がある。ボリューム骨格木抽出アルゴリズムの具体的な手順は、次のようにまとめられる。

- (0) ボリューム適応的四面体分割
- (1) Join Tree と Split Tree の構築 (図 4(a), (b))
- (2) Augmented Contour Tree の構築 (図 4(c))
- (3) 等値面の種数の変化の抽出 (図 4(d))
- (4) Contour Tree の構築 (図 4(e))
- (5) ボリューム骨格木の構築 (図 4(f))
- (6) ボリューム骨格木の簡単化 (図 4(g))

ここで、ステップ(1)~(4)は、現在提案されている手法のうち、計算量が最適である、Carrら¹¹⁾とPas-

cucciら¹²⁾の手法に基づいて行い、さらにステップ(5),(6)はTakahashiら¹⁾の手法を利用することで、より高速にボリューム骨格木を構築する方法を提案する。

我々の先行研究¹⁾では、臨界点を抽出した後、ボクセルフローネットワークとよばれる中間構造を生成し、それに基づいてボリューム骨格木を抽出していた。この手法では、分割した四面体の個数を M としたとき、 $O(M^2)$ の計算が必要であり、ボリュームデータのサイズが大きくなるにつれ、計算量も膨大なものとなった。しかし、今回採用した手法では、計算量を $O(M \log M)$ に抑えることが可能であり、さらに適応的四面体分割を導入することによって、 M の値自体をも減少させている。なお、ステップ(1)~(4)の詳細な計算量については、文献(11),(12)を参照されたい。また、新たにステップ(5),(6)を組み合わせることにより、単純(非退化)な臨界点だけを持つボリューム骨格木から、式(4)を満たしながら、与えられたボリュームデータの大局的な構造を抽出することが可能となる。

本章はこれ以降、各手順ごとに簡単に説明を加えていく。ただし、ボリューム骨格木抽出の前段階となる適応的四面体分割の生成法(ステップ(0))については、説明の便宜上5章に譲る。なお、本アルゴリズムは直交六面体格子と同じ接続関係を維持している格子構造(curvilinear grids)を持つボリュームデータに適用可能である。

4.1 Join Tree と Split Tree の構築

まず、すでにボリュームデータのスカラ値が四面体分割による線形補間を施されているとする。ここで本手法では、Carrら¹¹⁾のアルゴリズムにならない、スカラ値が減少するにつれて起こる等値面の生成と結合をJoin Tree(JT)、消滅と分裂をSplit Tree(ST)としてそれぞれ抽出することから始めていく。まず、JTを次のように構築する。四面体分割に頂点として含まれるすべてのボクセルを、対応するスカラ値に関して降順にソートする。そして、ソートされた配列の先頭から1つずつボクセルを取り出し、新しいノードとしてJTに追加していく。さらに現在までに構築したJTの各連結成分の中で、四面体分割において追加したボクセルと隣接するノードを含むものが存在するかどうかを調べる。存在する場合は、その連結成分の一番小さいスカラ値を持つノードと、新しく追加したノードをリンクで結ぶ。以上の手順から、JTは図4(a)のように等値面の生成と結合を表現することが分かる。逆にスカラ値に関する昇順ソートを用いるとSTが構築

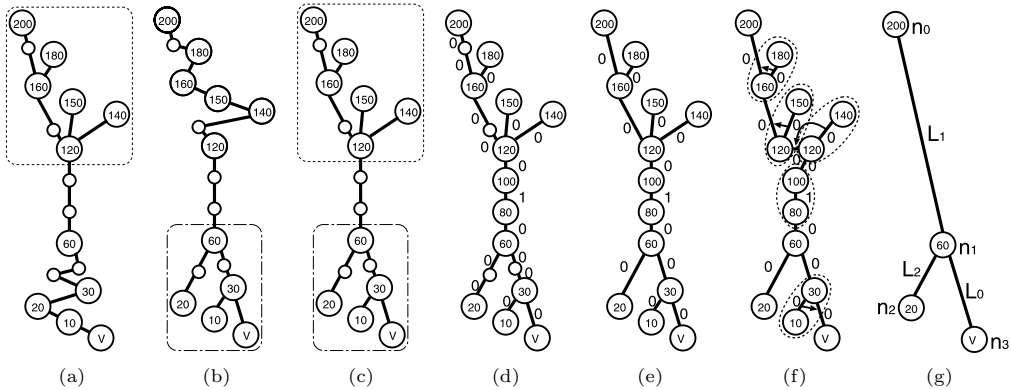


図4 骨格抽出アルゴリズムの手順。(a) Join Tree, (b) Split Tree, (c) Augmented Contour Tree, (d) 種数つき Augmented Contour Tree, (e) 種数つき Contour Tree, (f) ポリウム骨格木, (g) 簡単化後のポリウム骨格木。各ノードの数値はスカラー値を表し、V のノードは仮想極小点を表す

Fig. 4 Steps for the skeletonization algorithm. (a) A Join Tree, (b) a Split Tree, (c) an Augmented Contour Tree, (d) an Augmented Contour Tree with isosurface genera, (e) a Contour Tree with isosurface genera, (f) a volume skeleton tree, and (g) a simplified volume skeleton tree. The value of each node represents its scalar field value while the node with the letter "V" corresponds to the virtual minimum.

され、図4(b)のように等値面の消滅と分裂を表すことができる。ここで、図4では、グラフのノードがそのスカラー値の大きい順に上から下へと配置されていることに注意されたい。

4.2 Augmented Contour Tree の構築

次に、Contour Tree の前段階となる Augmented Contour Tree (ACT) を、JT と ST から構築する。前述のとおり、JT は等値面の生成と結合、ST は消滅と分裂を表すため、JT と ST の末端から ACT の先端と分岐を特定することができる。図4の例においては、図4(a)のJTにおいて破線で囲まれた部分と、図4(b)のSTにおいて一点鎖線で囲まれた部分を合わせることで、図4(c)に示すようなACTを構築することができる。

4.3 等値面の種数の変化の抽出

ACTは、等値面の成分数の変化を表現することはできるが、球からトーラスへなど、ドーナツ状の穴の個数である等値面の種数(位相型)の変化をとらえることはできない。そこで本手法では、Pascucciら¹²⁾の手法を用いて、このような等値面の種数の変化を起こすボクセルを検出する。この手法では、各ボクセルを通過する際の等値面のオイラー数の変化を、そのボクセルに接続する単体の個数を数えることで求めていく。ここで、対応するオイラー数は、

$$\begin{aligned} & \#\{\text{頂点}\} - \#\{\text{稜線}\} \\ & + \#\{\text{三角形}\} - \#\{\text{四面体}\} \quad (5) \end{aligned}$$

と定義される。すなわち、ボクセル周りのオイラー数の変化は、四面体分割における頂点と、それに接続する稜線、三角形、四面体の個数を数えることで計算できる。これにより、図4(d)のように、等値面の種数に変化を及ぼす臨界点を検出することができる。ここで、リンクに割り当てられている数字は、対応する等値面成分の種数を示す。

4.4 Contour Tree の構築

ACTからContour Tree(CT)を構築するには、ACTを構成するノードのうち、臨界点以外を取り除いてしまえばよい。たとえば、先のACTは、図4(e)のようなCTに変換される。この変換の際、削除される非臨界点のボクセルは、対応するCTの各リンクにリストとして保持される。このリストは、4.6節で述べるポリウム骨格木の簡単化処理のときに利用される。

4.5 ポリウム骨格木の構築

前のステップで得られたCTの多重臨界点を単純な(非退化な)臨界点に分解し、ポリウム骨格木を得る。ポリウム骨格木において、それぞれの臨界点は図5に示されるような単純な(非退化な)接続性を持つ¹⁾。図5では、 C_3 の臨界点で1つの等値面連結成分が生成し、 C_0 の臨界点で1つの等値面連結成分が消滅することを示している。また、 C_2 の臨界点では、2つの等値面連結成分が結合する場合と、1つの等値面連結成分の一部が結合する場合があり、同様に

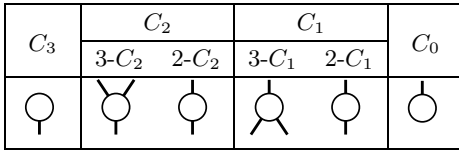


図 5 ポリウム骨格木における臨界点周りの接続性

Fig. 5 Connectivities around critical points in the volume skeleton tree.

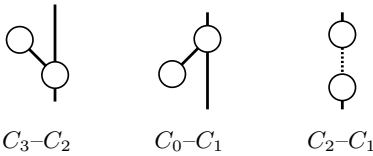


図 6 ポリウム骨格木の簡単化において削除される 3 つのパターン

Fig. 6 Three patterns to be removed in volume skeleton tree simplification.

C_1 の臨界点では、1 つの等値面連結成分が 2 つに分裂する場合と、1 つの等値面連結成分の一部が分裂する場合があることを表している。この分類を用いて、CT の臨界点をその多重度に応じて単純な臨界点に分解し、ボリューム骨格木を得る。図 4 (e) では、スカラ値 120 の臨界点が上向きのリンクを 3 つ持つため、多重度は 2 となる。そのため、図 5 の $3-C_2$ の単純な臨界点 2 つに分解して、図 4 (f) のようなボリューム骨格木を求めている。

4.6 ポリウム骨格木の簡単化

ボリュームの大局的な位相骨格を抽出する際には、先に述べたとおり、大局的な骨格にあまり寄与しない臨界点を含むかたちでボリューム骨格木を抽出し、その後ボリューム骨格木の構造を見ながら簡単化を施して、大局的な骨格を特定していく。これは、臨界点周りの局所的な特徴だけでは、ボリュームの大局的構造を評価できないためである。我々の手法においては、文献 1) にない、観察者の直感が働く程度にまでボリューム骨格木に簡単化を施し、ボリュームの大局的な特徴を抽出していく。具体的には、ボリューム骨格木の各リンクに重み値を割り振り、重み値の小さなものを削除することで簡単化を施し、その結果として大局的なボリューム内部構造を抽出していく。ボリューム骨格木から削除されるリンクのパターンは、図 6 に示されるように、 C_3-C_2 、 C_0-C_1 、 C_2-C_1 (または C_1-C_2) の 3 通りとなる¹⁾。リンクの重み値には、

$$\{ \text{リンクに対応するサブボリュームの体積} \} \times \{ \text{両端の臨界点のスカラ値の差} \} \quad (6)$$

を用いた。リンクに対応するサブボリュームの体積は、

4.4 節で述べたとおり、ボリューム骨格木の各リンクがボクセルのリストを持っているため、対応するリストに含まれるボクセルが持つ体積の和として計算される。たとえば、図 4 (f) の破線で囲まれた部分が簡単化により除去されたときには、図 4 (g) のようなボリューム骨格木が最終結果として得られることになる。

5. 適応的四面体分割

本章では、ボリューム骨格木抽出の前段階となる、ボリュームデータの四面体分割について述べる。与えられたスカラ場を線形補間する手法として一番単純なものは、ボリュームの各セルを一様に等しい四面体に分割する手法であり、従来法ではこれを用いていた。しかしながらこの場合、位相的ボリューム骨格化においてデータに含まれるセルすべてを処理する必要があり、セルの個数が増えれば増えるほど、骨格化に必要な計算時間も長くなってしまふ。そこで本手法では、スカラ場の特徴に応じてボリュームを適応的に四面体分割していくことで、四面体の頂点として含まれるボクセルの個数を減らすとともに、量子化や高周波ノイズの影響を受けにくい、頑健なボリューム骨格木抽出を実現していく。また、前節で示したアルゴリズムの計算量が、四面体の個数を M としたとき、 $O(M \log M)$ となることから、適応的に四面体の個数を減らすことにより、計算時間の短縮も図れる。2.2 節において既存の適応的四面体分割法について述べたが、本手法では、文献 14) で導入された一番単純なトップダウン方式である二分分割法を用い、詳細な解析が必要な特徴領域を、適応的に四面体分割していく。

5.1 二分分割法

ボリュームデータに粗い $N \times N \times N$ の初期分割が施されていて、それぞれの部分ボリュームが $(2^n + 1) \times (2^n + 1) \times (2^n + 1)$ 個のボクセルを含むとする。このとき、データ全体では $(2^n N + 1) \times (2^n N + 1) \times (2^n N + 1)$ 個のボクセルが含まれていることに注意する。二分分割法は、まず、初期分割された部分ボリュームの各々を、図 7 の左端のように 6 つの四面体に分割する。そして、各四面体に対して、内部に含まれるスカラ場の近似精度を適当な誤差基準を用いて評価し、精度が十分でないと判断したときには、図 7 のような二分分割を左から順に施していく。このとき、つねに四面体の一番長い稜線を分割していくことに注意する。そのため、分割される稜線は、それを共有する四面体すべてにとって一番長い稜線でなければならない。もし、稜線を共有する隣接四面体のうち、該当する共有稜線よりも長い稜線を持つ四面体が存在するならば、その四面体を一

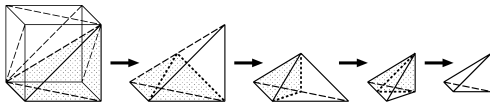


図 7 二分法における四面体分割

Fig. 7 Tetrahedral subdivision rule in the bisection method.

番長い稜線で先に分割してから，元の分割処理に戻るようにする．そして，すべての四面体が与えられた誤差基準を満たしたときに，適応的四面体分割は終了することになる．

5.2 適応的四面体分割のための誤差基準

ポリウムデータから，ポリウム骨格木を効率良くかつ確実に抽出するためには，適応的四面体分割の誤差基準を注意深く設定する必要がある．本手法では，一般的に用いられている幾何的誤差基準に加え，位相的誤差基準を新たに導入し，分割の早期の段階で，確実に大局的な位相骨格を把握できるようにしていく．

5.2.1 幾何的誤差基準

本手法では，一般的によく用いられる 2 乗平均平方根誤差を，幾何的誤差基準として用いていく．2 乗平均平方根誤差は，それぞれの四面体について次のように計算される．まず，ある四面体の内部（境界を含む）に存在するボクセル i のスカラー値を $\{p_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, m$)，さらに四面体の 4 つの頂点のスカラー値から重心座標を用いてボクセル i の位置に対応するスカラー値を補間したものを $\{q_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, m$) とする．このとき，この四面体の 2 乗平均平方根誤差は，

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (p_i - q_i)^2}{m}} \quad (7)$$

となる．この誤差基準を用いると，四面体に含まれるスカラー場が一定の勾配を持つ場合は分割が止まり，急激な変化を含む場合にはさらに分割が進むことに注意する．

5.2.2 位相的誤差基準

2 乗平均平方根誤差は，ポリウム骨格木の単純化処理のために不可欠な位相特徴を，早い段階で抽出できないことがしばしば生じる（図 9 (b) 参照）．そこで，四面体分割がポリウムの位相特徴を正確に反映しているかを測る，位相的誤差基準を新たに導入する²¹⁾．この誤差基準は，Gerstner ら¹⁸⁾ が導入した手法に深く関係している．彼らの手法では，図 8 に示すような一番長い稜線を共有する 4 個の四面体領域が，臨界点を含むかどうかという基準を用いている．しかし，彼らの目的は，等値面抽出の際に，その等値面の種数を保持しながら四面体分割の詳細度を制御するこ

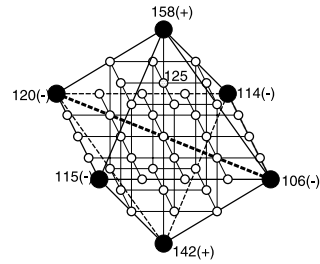


図 8 位相的誤差基準

Fig. 8 Topological error criteria.

とであり，前処理として幾何的誤差基準を用いた適応的四面体分割を施した後に，分割が進む際に生じる臨界点の階層構造をボトムアップに調べる必要がある．これに対し，本手法の目的は不必要な四面体の分割を回避することであるため，必要に応じて細分割を進めるトップダウン処理を対象とした位相的誤差基準を新しく導入する必要がある．

我々が導入する位相的誤差基準は，4.6 節でポリウム骨格木の単純化の際に導入した，リンクの重み値の式 (6) を模倣するものである．まず，図 8 のように，赤で示された分割対象となる一番長い稜線を共有する四面体の集合を見つける．ここで，大きな黒丸が現在四面体分割の頂点として用いられているボクセルであり，小さな白丸がこの四面体の内部（境界を含む）に含まれているボクセルを表す．我々はまず，分割対象となる一番長い稜線の分割点として，図 8 の白丸のボクセルのいずれかを採用したとき，その点が臨界点となるかどうかを調べる．これは，周囲の黒丸のボクセルとのスカラー値の差を見ることで調べることができる^{1), 18)}．たとえば，図 8 では，スカラー値 125 のボクセルを稜線の分割点として採用した場合，このボクセルは臨界点となる．ここで，対象となるすべてのボクセルが臨界点とならない場合は，この四面体の位相誤差はゼロとなる．臨界点になる場合は，次のようにして位相的誤差を求めます．

最初に，黒丸のボクセルと分割点として用いた白丸のボクセルの中から，スカラー値の最大値と最小値の差を求めます．そして，この差と四面体集合がなす空間の体積の積を，求める位相的誤差とする．これは，現在考慮している四面体に含まれる部分ポリウムが，ポリウム骨格木においてどのくらいの重み値を持つかを，式 (6) にならって近似していることに相当する．ここで，採用する白丸のボクセルの選び方によって臨界点が生じる可能性が複数ある場合には，位相的誤差が一番大きくなる場合を，この四面体集合に対応する最終的な位相誤差として用いていく．

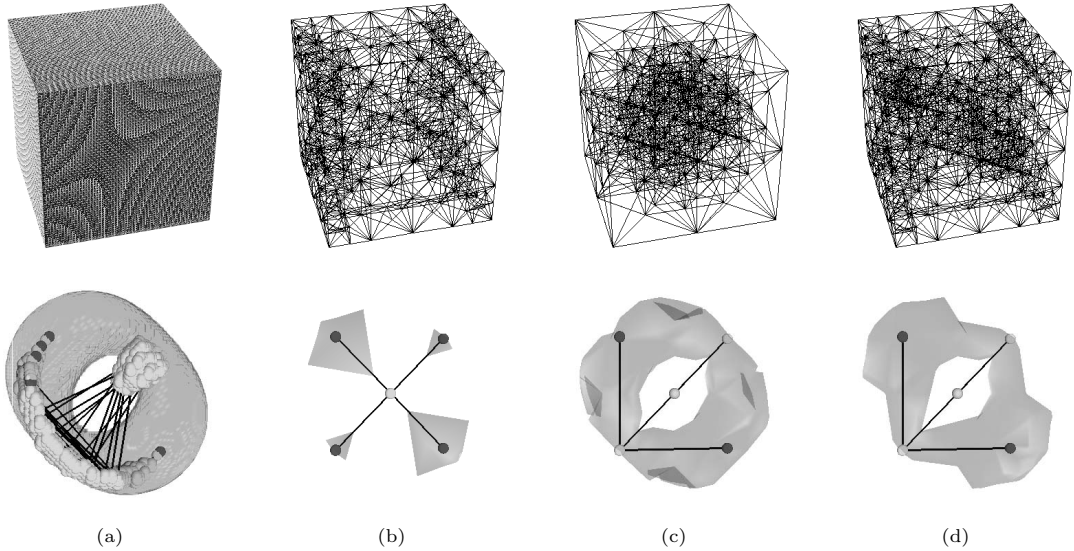


図9 関数 (8) から生成されたボリュームデータ (65 × 65 × 65) の四面体分割とボリューム骨格木 . (a) 通常の四面体分割 (四面体数 : 1,572,864), (b) 幾何的誤差基準による四面体分割 (四面体数 : 960), (c) 位相的誤差基準による四面体分割 (四面体数 : 904), (d) 幾何的誤差基準と位相的誤差基準の併用による四面体分割 (四面体数 : 1,342)

Fig. 9 Tetrahedralizations and topological volume skeletons of a 65×65×65 dataset generated from the function (8). (a) An ordinary uniform tetrahedralization (No. of tetrahedra: 1,572,864), (b) an adaptive tetrahedralization based on the geometric error criterion (No. of tetrahedra: 960), (c) an adaptive tetrahedralization based on the topological error criterion (No. of tetrahedra: 904), and (d) an adaptive tetrahedralization based on the geometric and topological error criterion (No. of tetrahedra: 1,342).

5.2.3 誤差基準の併用

確かに上記の位相的誤差基準は、ボリューム位相骨格を正確に抽出できる四面体分割をもたらすが、スカラ場の補間の観点から見ると、予期に反する不連続な部分を含む場合が多く、あまり効果的な補間を提供できない場合が多い (図9(c) 参照). 実際、これらの適応的四面体分割を、ボリュームデータの可視化などに利用する場合には、入力データの位相的特徴を反映しながらも、スカラ場の補間にある程度の滑らかさが必要となる. 本手法では、今まで述べてきた幾何的誤差基準と位相的誤差基準の両方を併用して、位相骨格を抽出するためのスカラ場の補間を実現している. 実際には、まずはじめに位相的誤差基準を用いた適応的四面体分割により、位相的特徴を正しく反映した四面体分割を行い、その後幾何的誤差基準を用いた四面体分割を適用することで、滑らかなスカラ場の補間を実現している.

適応的四面体分割では、それぞれの誤差基準が満たすべき閾値を変化させることにより、最終的に分割された四面体の個数を制御することが可能である.

6. 実験結果

本章では、位相的ボリューム骨格化を用いたボリュームデータ解析と、そのダイレクトボリュームレンダリングへの応用例について示す. 以下の可視化例はすべて、ボリューム骨格木を用いて半自動設計された伝達関数¹⁾ を利用している.

6.1 可視化結果

まず、次の関数

$$\begin{aligned}
 f(x, y, z) = & 4c^2((x - R)^2 + (z - R)^2) \\
 & - ((x - R)^2 + y^2 + (z - R)^2 + c^2 - d^2)^2 \\
 & + 4c^2((x + R)^2 + (z + R)^2) \\
 & - ((x + R)^2 + y^2 + (z + R)^2 + c^2 - d^2)^2 \quad (8)
 \end{aligned}$$

で表されるスカラ場を考える. ただし、 $0 < d < c$ かつ $c^2 + d^2 \geq 6R^2$ とする. 図9に、関数(8)を用いて生成した $65 \times 65 \times 65$ のボリュームデータ (スカラ値は1バイト符号なし整数に正規化) に異なる分割法を施し、抽出した位相骨格およびスカラ値 245 の等値面を示す. なお、それぞれの適応的四面体分割では、すべて同じ閾値を用い、誤差基準がその値を満たしてい

る間、分割を行った。図 9(a) に示されるように、通常の四面体分割（四面体数：1,572,864）を用いると、滑らかな補間結果が生成されるが、スカラ値の量子化とサンプルデータ生成の際の標準化のために生じる重要度の低い臨界点が多数抽出されてしまうことが分かる。図 9(b) は、幾何的誤差基準を用いて適応的四面体分割を行ったもの（四面体数：960）であるが、本来ならばドーナツ状の 1 つの等値面連結成分が生成されなければならないにもかかわらず、4 つの等値面連結成分が生成されてしまっている。これは、四面体数が少ないため間違った位相構造が抽出されていることを意味している。

これに対して、図 9(c) に示される位相的誤差基準を用いた四面体分割（四面体数：904）は、幾何的位相誤差基準を用いた場合と同じオーダの四面体数でも、より忠実に大局的な位相構造を抽出できていることが分かる。しかし、等値面の形状から明らかなように、ドーナツ状の等値面の四隅が内部に食い込んでしまっており、滑らかなスカラ場の補間を提供できていない。そこで、図 9(d) に幾何的誤差基準と位相的誤差基準を併用して四面体分割を行った結果（四面体数：1,342）を示す。その結果、等値面形状から、四面体数が少ないため形状は不完全ではあるが、正しい位相を持ちながら、四隅が内部に食い込むといったような現象は起きておらず、滑らかな補間結果が得られていることが分かる。以上の結果から、5.2.3 項で述べた、幾何的誤差基準と位相的誤差基準を併用することの妥当性を示しているといえる。

また、ここで示す結果はすべて、CPU が Pentium 4, 3.20 GHz, RAM が 1 GB の PC 環境に実装されたプログラムを使用している。このデータからポリウム骨格木を抽出するまでの計算時間は、図 9(a) が 5 分ほどかかるのに対し、図 9(b), (c), (d) はいずれも 2 秒程度で計算できる。このように計算時間が短縮された理由として、適応的四面体分割を採用することにより四面体の個数が減ったことがあげられる。

図 10 は、原子 ^{16}O における二体核子電荷密度分布をシミュレーション²²⁾ で求め、可視化した結果であり、データのサイズは $41 \times 41 \times 41$ である。図 10 は、抽出する四面体の個数を変化させた場合の四面体分割および、それらに付随して最初に抽出されるポリウム骨格木、単純化されたポリウム骨格木、ポリウム骨格木に基づき位相特徴を強調したポリウムデータの可視化結果を示している。図 10(a) と (b) は、適応的四面体分割の誤差基準の閾値を変化させ、約 10,000 個と約 30,000 個の四面体に分割し、(c) は

一様な四面体分割により 384,000 個の四面体に分割している。図 10(a) の約 10,000 個の四面体による近似は、得られる位相骨格も粗く、可視化結果の外側の赤い部分が二重に見えない。これに対し、図 10(b) のように四面体数を約 30,000 個まで増やせば、一様分割を用いた図 10(c) に匹敵するほどの結果を提供することができる。さらに、ポリウム骨格木を計算する際に、図 10(c) のような量子化やノイズの影響をあまり受けにくいことも分かる。図 10(a), (b), (c) の例に対し、ポリウム骨格木抽出にかかった計算時間はそれぞれ 4.2 秒、18.3 秒、54.8 秒であった。ここで、図 9 と比較して、一様四面体分割を行った場合に対する適応的四面体分割を行った場合の計算時間の短縮度合いが少ない理由として、対象とするデータの複雑さが関係していると考えられる。これは、適応的四面体分割はスカラ値が急激に変化する領域では再分割を繰り返すため、一様四面体分割との四面体の個数の差が小さくなるからである。

図 11 は、反陽子-水素原子衝突シミュレーション²³⁾ の可視化を示している。このデータの元のサイズは $129 \times 129 \times 129$ であり、一様四面体分割を用いるとメモリの制約により上記 PC 環境では計算できない。逆に、本手法で提案する適応的四面体分割を用いると、38.3 秒ほどで効果的に大局的位相骨格を検出でき、図 11(b) に示されるような、ポリウムの潜在的構造を検出し、可視化することができる。

またここでは、等値面の入れ子構造を効果的に可視化するために、多次元伝達関数²⁴⁾ を用いており、それぞれのボクセルに対して、スカラ値のほかに新たな特性値を計算している。本手法では適応的四面体分割を用いているため、四面体分割に頂点として含まれるボクセルの特性値だけを計算し、残りのボクセルの特性値は重心座標を用いて補間すればよく、可視化パラメータ値計算の高速化も同時に実現できる。

7. おわりに

本論文では、位相的ポリウム骨格化の計算時間を大幅に短縮するための改良法を示した。本手法を実現する 2 つの新しい貢献は、ポリウム骨格木抽出アルゴリズムの改善と、位相誤差をも考慮に入れた適応的四面体分割の導入である。シミュレーションなどにより得られるポリウムデータの可視化実験例をいくつか示すことで、本提案手法が可視化の質を落とすことなく、大幅に計算時間を短縮することができることを示した。

今後の課題として、より洗練された、ポリウム骨

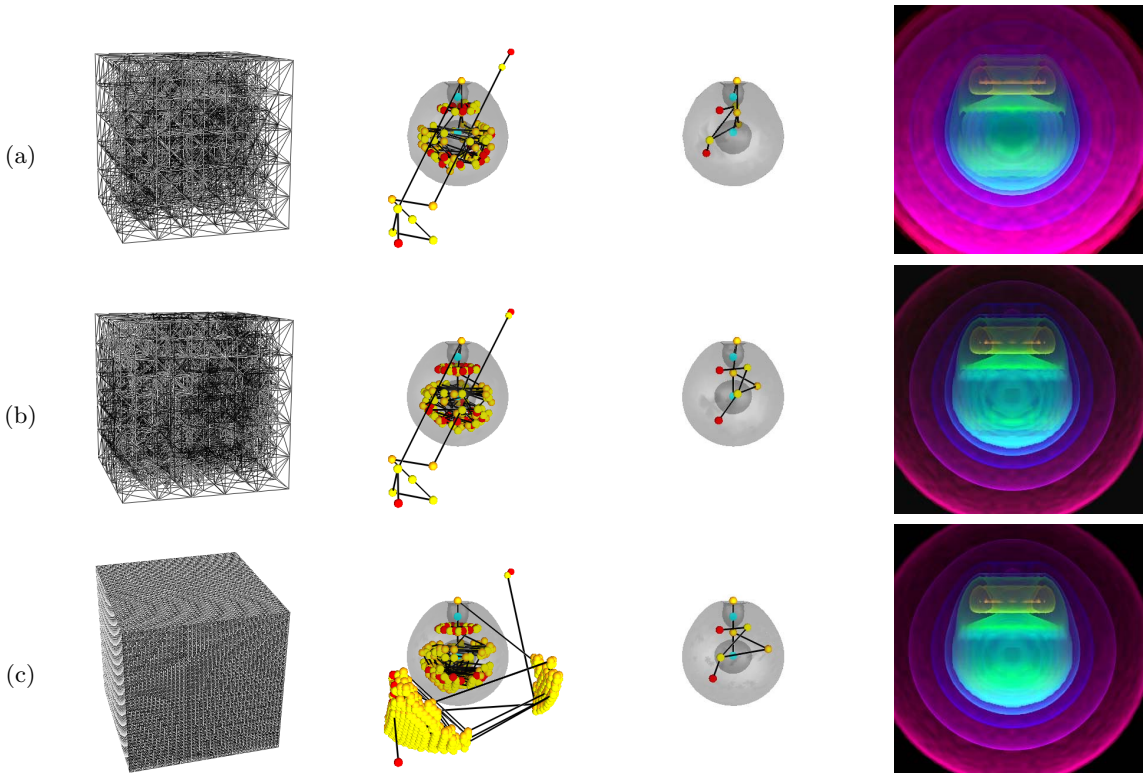


図 10 二体核子電荷密度分布シミュレーションデータの $(41 \times 41 \times 41)$ 四面体分割, 最初に得られるボリューム骨格木, 簡単化したボリューム骨格木, 可視化結果. (a) 四面体数が約 10,000 個の適応的四面体分割, (b) 四面体数が約 30,000 個の適応的四面体分割, (c) 四面体数が 384,000 個の通常の四面体分割

Fig. 10 Adaptive tetrahedralizations, initial and simplified volume skeleton trees, and visualization results of the nucleon volume dataset $(41 \times 41 \times 41)$. (a) An adaptive subdivision (No. of tetrahedra: approximately 10,000), (b) an adaptive subdivision (No. of tetrahedra: approximately 30,000), and (c) an ordinary uniform tetrahedralization (No. of tetrahedra: 384,000).

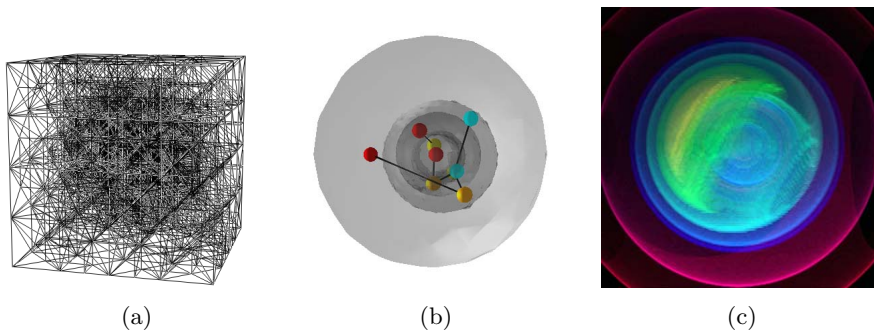


図 11 反陽子-水素原子衝突の可視化 (オリジナルのボリュームデータのサイズは $129 \times 129 \times 129$)
Fig. 11 Visualization of the antiproton-hydrogen atom collision volume dataset with resolution $129 \times 129 \times 129$.

格木の簡単化における停止条件の制御があげられる. 現在の実装では, 簡単化の閾値となるリンクの重み値を経験的に調整しているが, ユーザがボリュームデー

タの振舞いを確認しながら, 対話的に調整するインタフェースをサポートすることが必要である. また, 今回の実装では, 適応的四面体分割を施す際, 幾何的およ

び位相的誤差基準の閾値をあらかじめ与えている．実験的に線形補間に必要な四面体数の下限が分かっており，閾値はこれ以上の個数の四面体分割を行うよう設定されているが，場合によっては不必要な四面体分割を施している場合がある．ポリウムコヒーレンス²⁵⁾などのデータ自身の規則性を考慮に入れて，四面体分割における誤差基準の閾値を半自動的に調整することも今後の課題となる．

謝辞 本研究の初期段階で議論いただいた，アリゾナ州立大学の Gregory M. Nielson 教授に感謝申し上げます．本研究の一部は，科学研究費若手研究 (B) (No.14780189)，科学技術振興機構重点地域研究開発推進事業平成 17 年度「シーズ育成試験」による．

参 考 文 献

- 1) Takahashi, S., Takeshima, Y. and Fujishiro, I.: Topological Volume Skeletonization and Its Application to Transfer Function Design, *Graphical Models*, Vol.66, No.1, pp.24–49 (2004).
- 2) 徳永百重, 竹島由里子, 藤代一成, 高橋成雄: 位相解析に基づくポリウムビジュアライゼーションの高度化, 画像電子学会誌, Vol.32, No.4, pp.418–427 (2003).
- 3) Takahashi, S., Takeshima, Y., Fujishiro, I. and Nielson, G.M.: Emphasizing Isosurface Embeddings in Direct Volume Rendering, *Scientific Visualization: The Visual Extraction of Knowledge from Data*, pp.185–206, Springer-Verlag (2005).
- 4) Takeshima, Y., Takahashi, S., Fujishiro, I. and Nielson, G.M.: Introducing Topological Attributes for Objective-Based Visualization of Simulated Datasets, *Eurographics/IEEE VGTC Workshop Proceedings Fourth International Workshop on Volume Graphics*, pp.137–145, 236 (2005).
- 5) Takahashi, S., Fujishiro, I. and Takeshima, Y.: Interval Volume Decomposer: A Topological Approach to Volume Traversal, *Proc. Visualization and Data Analysis 2005*, Vol.5669, pp.103–114 (2005).
- 6) Takahashi, S., Fujishiro, I., Takeshima, Y. and Nishita, T.: A Feature-Driven Approach to Locating Optimal Viewpoints for Volume Visualization, *Proc. IEEE Visualization 2005*, pp.495–502 (2005).
- 7) 大塚理恵子, 藤代一成, 高橋成雄, 竹島由里子: T-map: 位相的特徴解析に基づく時系列ポリウムデータマイニング, 画像電子学会誌, Vol.31, No.4, pp.504–513 (2002).
- 8) Shinagawa, Y., Kergosien, Y.L. and Kunii, T.L.: Surface Coding Based on Morse Theory, *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol.11, No.5, pp.66–78 (1991).
- 9) Bajaj, C.L., Pascucci, V. and Schikore, D.R.: The Contour Spectrum, *Proc. IEEE Visualization '97*, pp.167–173 (1997).
- 10) van Kreveld, M., van Oostrum, R., Bajaj, C., Pascucci, V. and Schikore, D.: Contour Trees and Small Seed Sets for Isosurface Traversal, *13th ACM Symposium on Computational Geometry*, pp.212–220 (1997).
- 11) Carr, H., Snoeyink, J. and Axen, U.: Computing Contour Trees in All Dimensions, *Computational Geometry*, Vol.24, No.2, pp.75–94 (2003).
- 12) Pascucci, V. and Cole-McLaughlin, K.: Efficient Computation of the Topology of Level Sets, *Proc. IEEE Visualization 2002*, pp.187–194 (2002).
- 13) Carr, H. and Snoeyink, J.: Path Seeds and Flexible Isosurfaces Using Topology for Exploratory Visualization, *Proc. Joint Eurographics-IEEE TCVG Symposium on Visualization*, pp.49–58, 285 (2003).
- 14) Maubach, J.M.: Local Bisection Refinement for N -Simplicial Grids Generated by Reflection, *SIAM Journal of Scientific Computing*, Vol.16, No.1, pp.210–227 (1995).
- 15) Bey, J.: Tetrahedral Grid Refinement, *Computing*, Vol.55, No.4, pp.355–378 (1995).
- 16) Zhou, Y., Chen, B. and Kaufman, A.: Multiresolution Tetrahedral Framework for Visualizing Regular Volume Data, *Proc. IEEE Visualization '97*, pp.135–142 (1997).
- 17) Staadt, O.G. and Gross, M.H.: Progressive Tetrahedralizations, *Proc. IEEE Visualization '98*, pp.397–403 (1998).
- 18) Gerstner, T. and Pajarola, R.: Topology Preserving and Controlled Topology Simplifying Multiresolution Isosurface Extraction, *Proc. IEEE Visualization 2000*, pp.259–266 (2000).
- 19) Chiang, Y.-J. and Lu, X.: Progressive Simplification of Tetrahedral Meshes Preserving All Isosurface Topologies, *Computer Graphics Forum*, Vol.22, No.3, pp.493–504 (2003).
- 20) Fomenko, A.T. and Kunii, T.L.: *Topological Modeling for Visualization*, chapter 6, pp.105–125, Springer-Verlag (1997).
- 21) Takahashi, S., Nielson, G.M., Takeshima, Y. and Fujishiro, I.: Topological Volume Skeletonization Using Adaptive Tetrahedralization, *Proc. Geometric Modeling and Processing 2004*, pp.227–236 (2004).

- 22) Meißner, M. <http://www.volvis.org/>
- 23) Suzuki, R., Sato, H. and Kimura, M.: Antiproton-Hydrogen Atom Collision at Intermediate Energy, *IEEE Computing in Science and Engineering*, Vol.4, No.6, pp.24–33 (2002).
- 24) 竹島由里子, 高橋成雄, 藤代一成: 位相属性を用いた多次元伝達関数設計, *情報処理学会論文誌*, Vol.46, No.10, pp.2566–2575 (2005).
- 25) Fujishiro, I. and Takeshima, Y.: Coherence-Sensitive Solid Fitting, *Computers and Graphics*, Vol.26, No.3, pp.259–268 (2002).

(平成 16 年 9 月 8 日受付)

(平成 17 年 10 月 11 日採録)



竹島由里子 (正会員)

平成 11 年お茶の水女子大学大学院人間文化研究科博士課程修了。博士 (理学)。お茶の水女子大学大学院人間文化研究科助手, 東北大学流体科学研究所助手, 日本原子力研究所博士研究員を経て, 平成 17 年より東北大学流体科学研究所助手。ボリュームビジュアライゼーションに関する研究に従事。IEEE CS, ACM, 可視化情報学会各会員。



高橋 成雄 (正会員)

平成 9 年東京大学大学院理学系研究科情報科学専攻博士課程修了。博士 (理学)。群馬大学工学部助手, 同大学総合情報処理センター助教授, 東京大学大学院総合文化研究科助教授を経て, 平成 17 年より同大学新領域創成科学研究科複雑理工学専攻助教授。コンピュータグラフィックス, 幾何形状モデリング, ボリュームビジュアライゼーション, 地理情報システム等に興味を持つ。IEEE CS, ACM, Eurographics, 電子情報通信学会各会員。



藤代 一成 (正会員)

昭和 60 年筑波大学大学院博士課程工学研究科修士号取得退学。理学博士 (東京大学)。東京大学助手, 筑波大学助手・講師, お茶の水女子大学理学部情報科学科助教授・教授を経て, 平成 16 年より東北大学流体科学研究所教授。ボリュームビジュアライゼーションとグラフィックスを中心にビジュアルコンピューティング全般に関する研究に従事。主な著書に『CAD/CAM』(編著, 丸善), 『コンピュータビジュアライゼーション』(共編著, 共立出版), 『情報の可視化』(共著, 岩波書店)等。Computer & Graphics エディタ。画像電子学会副会長, 可視化情報学会社員, ビジュアルデータマイニング研究会委員長。IEEE CS, ACM, Eurographics, 日本バーチャルリアリティ学会, 日本計算工学会, 日本機械学会各会員。