包括的ネットワーク生成における構造遷移

河 内 佑 美[†]　吉井　伸一郎[†]

様々なネットワーク構造の普遍的性質を追究することを目的とし，本研究では包括的に構造生成が可能なモデルを用いて構造生成と構造の遷移過程について議論を行う．既存のモデルを組み合わせ，一定ノード数，一定リンク数のもとリンクをつなぎ替えることによってネットワークを生成する．このとき，リンクのつなぎ替え確率とその試行回数という 2 つのパラメータによって，スケールフリーネットワーク，スモールワールドネットワーク，ランダムネットワークなど異なる特徴的な構造を持つネットワークが生成されることを示す．また，制御パラメータを軸とした平面上にパラメータ値の網羅的探索結果からネットワークの構造生成遷移マップを作り，ネットワーク構造間の関係や位置づけを明らかにする．特に，既存のネットワーク構造生成モデルの概念がこの遷移マップの一部分として表現されていることが分かり，ネットワーク構造の包括的生成や遷移過程に関して本研究での探索方法が有用であることを示す．

Structural Transitions on Comprehensive Network Generation

Yuumi Kawachi[†] and Shinichiro Yoshii[†]

This paper attempts to exhibit various network structures comprehensively. We combine the existing network models with a fixed number of nodes and links that generates specific structures by rewiring the links. It is found that scale-free networks, small-world networks, random networks would be generated with two control parameters, the rewiring probability and the rewiring trial times. From the simulation experiments, the relationships among network structures become clear by making a structural transition map on two axes of the control parameters. Especially, parts of this transition map express the existing concepts of network generation models. Therefore, our searching approach is useful for comprehensive generation and transitions of various network structures.

1. はじめに

ネットワークとはシステムに存在する複数要素の相互作用系によって形成されるあらゆるものを指す．実世界には様々な領域に多くのネットワークが存在している．特に，インターネットや WWW が普及し，ネットワークという概念は一般的なものになった．また今まで要素とその相互関係というネットワークとして認識されていなかったものに対しても，トポロジ的視点からとらえられるようになった．その結果，複雑で大規模に見えるがゆえにランダムであると考えられてきたネットワーク構造の一部について，分野の異なる領域にでさえ，ある共通の秩序や法則が存在するという事実が分かってきた．

その中でも代表的な構造が Barabási らの発見したスケールフリーネットワーク[1),2)] や Watts らが定義したスモールワールドネットワーク[3),4)] である．実世界に存在する多くのネットワークシステムは，すでに内在されている制御パラメータや起因要素を通じて出現した様々な構造が具現化したものとしてとらえることができる．

そこで本研究では，スケールフリーネットワーク，スモールワールドネットワークを含め，異なるネットワーク構造における普遍的性質を追究するために，一定ノード数，一定リンク数のもと，制御パラメータに依存して包括的に構造を生成させる．既存のネットワークモデルを組み合わせることによって生成されるすべてのネットワークのノード数とリンク数が一定であることにより，異なる構造間での比較が可能となる．特に近年，マルチエージェントやゲーム理論の分野においてネットワーク構造を考慮した研究がさかんに行われている．ノード数・リンク数が一定でありながら構造が異なるネットワークを生成できるということは，システムの挙動をネットワーク構造に依存した形で比較可能となり有用性があると考える．さらに，パラメー

† 北海道大学大学院情報科学研究科
Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University

タに対し網羅的に構造を探索することによって，構造間の関係性を明らかにする構造生成の遷移マップを作ることができる．

本論文の構成として，まず従来のネットワーク研究を紹介する．次に，その背景を基盤として，包括的なネットワークモデルを既存のネットワークモデルを組み合わせることで提案する．生成されたネットワークの構造を分類する判断基準として既存の定量的指標をいくつか導入し，シミュレーション実験によって得られたネットワーク構造の同定を行う．最後に，モデルの制御パラメータ値によって網羅的に構造探索を行い，得られたネットワーク構造生成遷移マップについての議論を行う．

2. 従 来 研 究

Barabási らや Watts らによる構造の発見以来，世界中の研究者がネットワーク構造に注目してきた．多くの異なる領域での共通構造の探索[5),6)] やスケールフリーネットワーク形成のためのモデル構築[7)~9)]，さらにはスケールフリー構造を持ちながらスモールワールド特性を有するネットワークモデルの構築[10),11)] など様々な研究が進められてきた．また，エージェント間での通信ネットワーク構造によって現れる機能の違いなどネットワーク構造を利用したマルチエージェント研究[12),13)] も進んでいる．しかしながら現在のところ，個々のネットワーク構造やそれらを利用した研究が多く，様々な構造全体の関係性を扱った研究はまだない．

Barabási らによるスケールフリー構造形成メカニズムは優先的選択によるものであり，ノード数の増加によりネットワークが成長し，構造が形成されていく．一方，Watts らが提唱したスモールワールドネットワークモデルは，レギュラーネットワークのリンクをノード数とリンク数が一定のもとランダムにつなぎ替えることによりスモールワールド特性が出現する．これらは，各構造を説明する重要なモデルであるが，出現するネットワーク構造間に明確な境界が存在しているわけではない．

そこで本研究は，Barabási らや Watts らのモデルを組み合わせた様々なネットワーク構造をより包括的に扱うモデルを用いて，構造生成や構造遷移について議論を行う．このモデルによって生成されたネットワークの構造を分類することによって構造の境界を設定し，得られる構造生成遷移マップの一部分に Barabási らや Watts らのモデル概念が出現していることを示す．

3. リンクつなぎ替えの優先的・反優先的選択を行う Watts-Strogatz モデル

レギュラーネットワークを初期構造として，ノード数とリンク数が一定のもと，リンクをランダムにつなぎ替える Watts らのスモールワールドネットワークモデルを基盤に，このモデルからスケールフリーネットワークが生成されるリンクのつなぎ替えアルゴリズムを考える．Watts-Strogatz モデルでのランダムなつなぎ替えの代わりに，次数の高いノードほどより多くのリンクを獲得する確率が高いという Barabási らの優先的選択を適用する．しかしながら，優先的選択のみを適用した場合，1 や 2 など次数の低いノードは現れてこない．ノード数とリンク数がつねに一定なので，リンク先を優先的選択で選んだとしてもリンク元は変わらないからである．そこで我々は優先的選択と同時に，次数の低いノードほどリンクを消失する確率が高い反優先的選択を行うアルゴリズムを提案する．優先的選択が “The rich get richer” ならば，反優先的選択はいわば “The poor get poorer” である．以下に，提案モデルのアルゴリズムを示す．

(1) **レギュラーネットワーク生成**
ノード数 n，各ノードの次数 k の一次元規則格子であるレギュラーネットワークを生成する．全ノードを円状に並べたとき，各ノードから $k/2$ 近傍のノードにリンクを張る．このとき，全リンク数は $nk/2$ となる．

(2) **リンクのつなぎ替え**
各リンクに対して，確率 α でつなぎ替えを行う．ノード i とノード j 間のリンクはノード i，j の次数 k_i，k_j の関係が $k_i > k_j$ であるとき，確率 α でノード i とノード m 間につなぎ替えられる．このときノード m は式 (1) に示す優先的選択を表す確率 $\Pi(k_m)$ によって選ばれる．ここで，分母の l には i，j は含まない．また，$k_i > k_j$ であるときノード j がリンクを失うということが反優先的選択，“The poor get poorer” を表している．

$$\Pi(k_m) = \frac{k_m + 1}{\Sigma_l (k_l + 1)} \tag{1}$$

すべてのリンクに対して手順 (2) を繰り返す試行を 1 試行とし，r 試行回繰り返す．リンクをつなぎ替えることによって孤立ノードが出現する場合，つなぎ替えは行わないとする．また，すでにノード i，m 間にリンクが存在する場合，他のノードを選択する．提案モデルはつなぎ替え確率 α，繰返し試行数 r の 2 パ

ラメータによってネットワークを生成する.

4. 定量的指標による構造分類

4.1 定量的指標

生成されたネットワークの構造を同定するために,グラフ理論の視点から,既存の定量的指標である平均最短パス長とクラスタリング係数[3),4)]を考える.さらに,これら 2 つの指標と次数分布解析との組合せにより,ネットワーク構造をスケールフリーネットワーク,スモールワールドネットワーク,ランダムネットワークに分類する.以下に指標の詳細と構造の分類方法を示す.

4.1.1 平均最短パス長 L

対象とするネットワーク(グラフ)G のノードの集合を $V(G)$ とし,要素数を $N = |V(G)|$ とする.また,各ノード $i \in V(G)$ に対し,その他すべてのノード $\forall j \in V(G)$ について各最短パス長 $d(i,j)$ を求め,その平均を $\bar{d}_i$ とする(式 (2)).L はすべてのノード $\forall k \in V(G)$ について $\{\bar{d}_k\}$ のメディアンとして定義される(式 (3)).

$$\bar{d}_i = \frac{1}{N-1}\sum_j d(i,j) \tag{2}$$

$$L = median_k\{\bar{d}_k\} \tag{3}$$

4.1.2 クラスタリング係数 C

任意のノード i に隣接するノードで構成されるサブグラフを Γ_i とする.また Γ_i のリンクの集合を $E(\Gamma_i)$ とすると,その要素数は $|E(\Gamma_i)|$ である.このとき,ノード i のクラスタリング係数 C_i は,Γ_i の全結合リンク数 $\binom{k_i}{2}$ に対する $|E(\Gamma_i)|$ の割合となる(式 (4)).グラフ G のクラスタリング係数 C はすべてのノード $\forall i \in V(G)$ に対する C_i の平均として定義される(式 (5)).

$$C_i = \frac{|E(\Gamma_i)|}{\binom{k_i}{2}} \tag{4}$$

$$C = \frac{1}{N}\sum_i C_i \tag{5}$$

4.1.3 L,C の正規化

L と C の値を初期構造の平均最短パス長 $L(0)$,クラスタリング係数 $C(0)$ によって正規化を行う.ここで,0 はリンクのつなぎ替え確率 $\alpha = 0$ であることを示す.ノード数 n,各ノードの次数 k のレギュラーネットワークは一次元規則格子であるので $L(0)$,$C(0)$ は上記の定義により以下のように示される.

$$L(0) = \frac{n(n+k-2)}{2k(n-1)} \tag{6}$$

$$C(0) = \frac{3(k-2)}{4(k-1)} \tag{7}$$

ネットワークの平均最短パス長とクラスタリング係数は,それぞれ正規化された値 $L/L(0)$,$C/C(0)$ によって定量化する.

4.2 ネットワーク構造の分類

提案モデルによって生成されたネットワークの構造を,上記の L,C そして次数分布によって分類する.

(1) 次数分布を解析する.
ノードの次数 k とその度数 $P(k)$ による次数分布が,$P(k) \sim k^{-\gamma}$ のべき乗則に従っていると見なせるときスケールフリーネットワークであると分類する.

(2) $L/L(0)$,$C/C(0)$ の値を解析する.
$L \approx L_{rand}$,$C \gg C_{rand}$ であるときスモールワールドネットワークであると分類する.L_{rand},C_{rand} はランダムネットワークの値であり,詳しくは 4.2.1 項に記す.

(3) 次数分布と $L/L(0)$,$C/C(0)$ の値を解析する.
次数分布が Poisson 分布に近い釣鐘型であり,かつ $L \approx L_{rand}$,$C \approx C_{rand}$ であるときランダムネットワークであると分類する.

表 1 は構造を判別するための特徴を上記の分類法に従ってまとめたものである.ここで ◯ は特徴としてあてはまるものもの,— は特徴としてあてはまらないもの,空白はどちらでもよいものを示している.

4.2.1 ランダムネットワークの定義

本論文で扱うランダムネットワークはランダムネットワークの 1 つのクラスであるので,そのネットワークの指定を行い構造判別における指標とする.そこで Erdös-Rényi モデル[14)]によるランダムグラフの生成方法に従い,ノードを $n = 1000$ 個用意し一様乱数によって選んだ任意の 2 つのノード間にリンクを付加していく手順を平均次数 $k = 10$ となるよう $nk/2$ 本付け加える.このネットワークを本論文ではランダムネットワークとする.シミュレーションの結果,独

表 1　構造判別のための特徴
Table 1　Features for structure classification.

特徴		SF	SW	R
次数分布	べき乗則	◯		—
	Poisson 分布に近い釣鐘型	—		◯
L,C の値	$L \approx L_{rand}$,$C \gg C_{rand}$		◯	—
	$L \approx L_{rand}$,$C \approx C_{rand}$		—	◯

SF:スケールフリー　SW:スモールワールド　R:ランダム

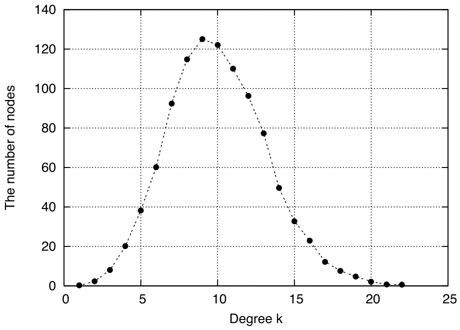

図 1 ランダムネットワークにおける次数分布
Fig. 1 Degree distribution of a random network.

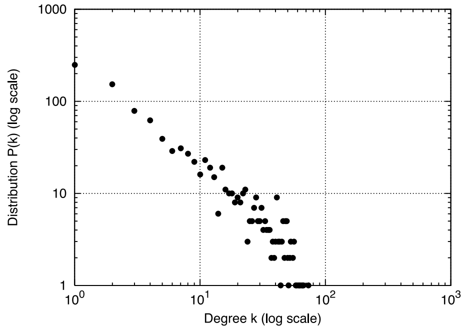

図 2 $(\alpha, r) = (1.0, 3)$ における次数分布
Fig. 2 Degree distribution at $(\alpha, r) = (1.0, 3)$.

立ノードやネットワークの分断はなく，平均最短パス長 L_{rand} とクラスタリング係数 C_{rand} は式 (8)，式 (9) のように定まる．また次数分布は横軸に次数，縦軸にその度数をとると**図 1** のようになり，Poisson 分布に近い釣鐘型であるといえる．L，C，次数分布それぞれの値はシミュレーションを 10 回行った平均である．これら L_{rand}，C_{rand}，次数分布に近い特徴を持つネットワークを本論文ではランダムネットワークとし構造判別の指標とする．

$$L_{rand}/L(0) = 4.994/50.450 \simeq 0.0990 \qquad (8)$$

$$C_{rand}/C(0) = 0.00695/0.667 \simeq 0.0104 \qquad (9)$$

5. 構造生成遷移

初期設定をノード数 $n = 1000$，各ノードの次数 $k = 10$ とし，つなぎ替え確率 α（$0 \leq \alpha \leq 1$），繰返し試行数 r（$0 \leq r \leq 10$）の各値に対して提案モデルを用いてネットワークを生成する．以下に判別方法に従って分類した結果を示す．

まず次数分布について α に沿って r を増加させながら調べていくと $(\alpha, r) = (1.0, 3)$ のとき，次数分布は**図 2** のようになる．横軸に次数，縦軸にその度数をとり両対軸とも *log* スケール化したものである．これはほぼ直線上に分布が見られることからべき乗則に従った次数分布と見なせ，スケールフリーネットワークが生成されたと分かる．

次に $0 \leq \alpha \leq 1$ に対し，$r = 3$，100 の場合の $L/L(0)$ と $C/C(0)$ の変化を**図 3** に示す．横軸は *log* スケール化した α，縦軸は $L/L(0)$，$C/C(0)$ の値を表す．$r = 3$ についての変化に注目して L，C が $L \approx L_{rand}$，$C \gg C_{rand}$ となる値をとるとき，つまり図 3 において $C/C(0) - L/L(0)$ が最大になる α の値の近辺で，スモールワールドネットワークであると同定できる（$r = 100$ については後述する）．

そして，式 (8)，式 (9) より，$L/L(0)$，$C/C(0)$ が

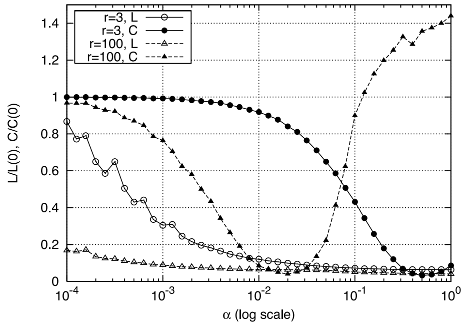

図 3 繰返し試行数 $r = 3$，100 それぞれについて，つなぎ替え確率 α に対する $L/L(0)$，$C/C(0)$ の変化
Fig. 3 Transitions of $L/L(0)$ and $C/C(0)$ for rewiring probability α with the number of repetition $r =$ 3, 100.

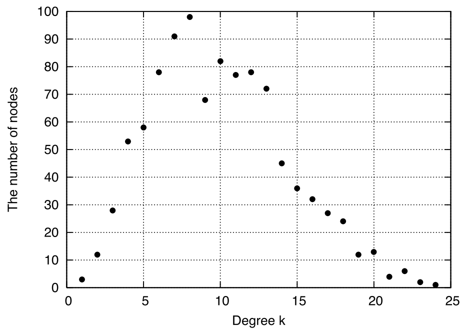

図 4 $(\alpha, r) = (10^{-0.6}, 3)$ における次数分布
Fig. 4 Degree distribution at $(\alpha, r) = (10^{-0.6}, 3)$.

ともにこれらの値に近い場合，また非常に小さい値である場合，ランダムネットワークである可能性がある．そのときの α の値で生成されたネットワークの次数分布を横軸に次数，縦軸にその度数をとり調べてみる．図 3 での $r = 3$ について，$L/L(0)$，$C/C(0)$ の値が小さい $\alpha = 10^{-0.6}$ で**図 4** のような次数分布を示し，図 1 に示したような，Poisson 分布に近い釣鐘型の分布をしていることからランダムネットワークであると考えられる．

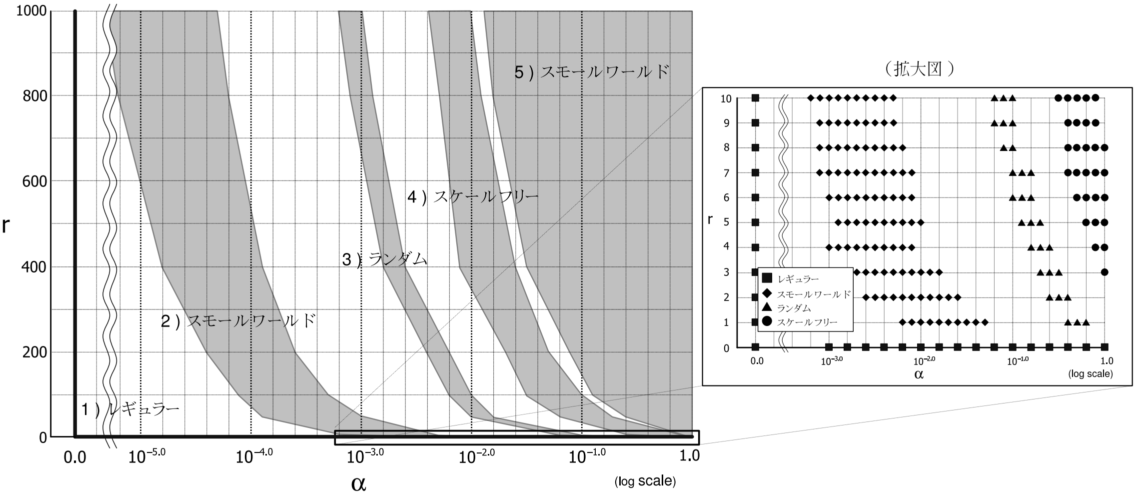

図 5　α-r 平面（$0 \leq r \leq 1000$，$0 \leq r \leq 10$（拡大図））におけるネットワーク構造の生成遷移
Fig. 5　Distribution of network structures on α-r plane.

5.1　構造生成遷移マップ

上記の分類方法と同様に，つなぎ替え確率 α（$0 \leq \alpha \leq 1$），繰返し試行数 r（$0 \leq r \leq 10$）での各値についても生成された構造を解析，分類し $\alpha - r$ 平面上にその結果をプロットすると**図 5**（拡大図）のようになる．

次数分布がべき乗則に従っていると判断できるときスケールネットワークであるとし，全体の実験結果から，$C/C(0) - L/L(0) > 0.75$ であるときスモールワールド，$L/L(0) < 0.07$ かつ $C/C(0) \sim 0.1$ であり，次数分布が Poisson 分布に近い釣鐘型であるときランダムネットワークとして $\alpha - r$ 平面上にプロットした．横軸は log スケール化したつなぎ替え確率 α，縦軸は繰返し試行数 r である．横軸は log スケール化してあるため，本来は $\alpha = 0.0$ の点は存在しないが比較のために示しておく．$\alpha = 0.0$ または $r = 0$ であるとき，初期構造なのでレギュラーネットワークとなる．$r \geq 3$ で，横軸に沿って構造を見ると，4 つの構造が出現していることが分かる．

次に，つなぎ替え確率 α と繰返し試行数 r の範囲を $0 \leq \alpha \leq 1.0$，$0 \leq r \leq 1000$ に設定し，探索範囲を拡大する．例として，図 3 に $r = 100$ の場合における $L/L(0)$，$C/C(0)$ の変化を示す．$r = 100$ のとき特徴的なのは，$\alpha \sim 1.0$ においてクラスタリング係数が非常に高くなることである．**図 6** に示す $(\alpha, r) = (1.0, 100)$ のときの次数分布から，Watts-Strogatz モデルで出現するネットワークとは異なるスモールワールドネットワークが出現していることが分かる．Watts-Strogatz モデルでのスモールワールドネットワークは，リンクのつなぎ替え確率が非常に小さい値で出現するので次数分布は初期構造の次数に偏ったグラフになる．

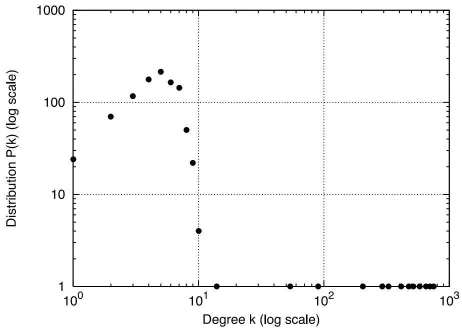

図 6　$(\alpha, r) = (1.0, 100)$ における次数分布
Fig. 6　Degree distribution at $(\alpha, r) = (1.0, 100)$.

この結果をふまえ，$r > 10$ についても (α, r) の各値で生成されたネットワークの構造を解析，分類し $\alpha - r$ 平面上にプロットしていくと図 5（$0 \leq r \leq 1000$）のように各構造の生成領域を示した構造生成遷移マップを作ることができる．つまり，図 5（拡大図）は図 5（$0 \leq r \leq 1000$）の一部を示していることになる．また，生成される実際の構造を**図 7** に示す．

6. 考　　察

図 5 より，様々なネットワーク構造を 1 つのモデルにより生成可能であることが分かった．ノード数，リンク数一定のもと構造が変化するということは，ノード間のリンクの存在確率によってネットワークの構造が決定されると考えられる．特に，提案モデルの場合，リンク数の多いものはより多く，また少ないものはよ

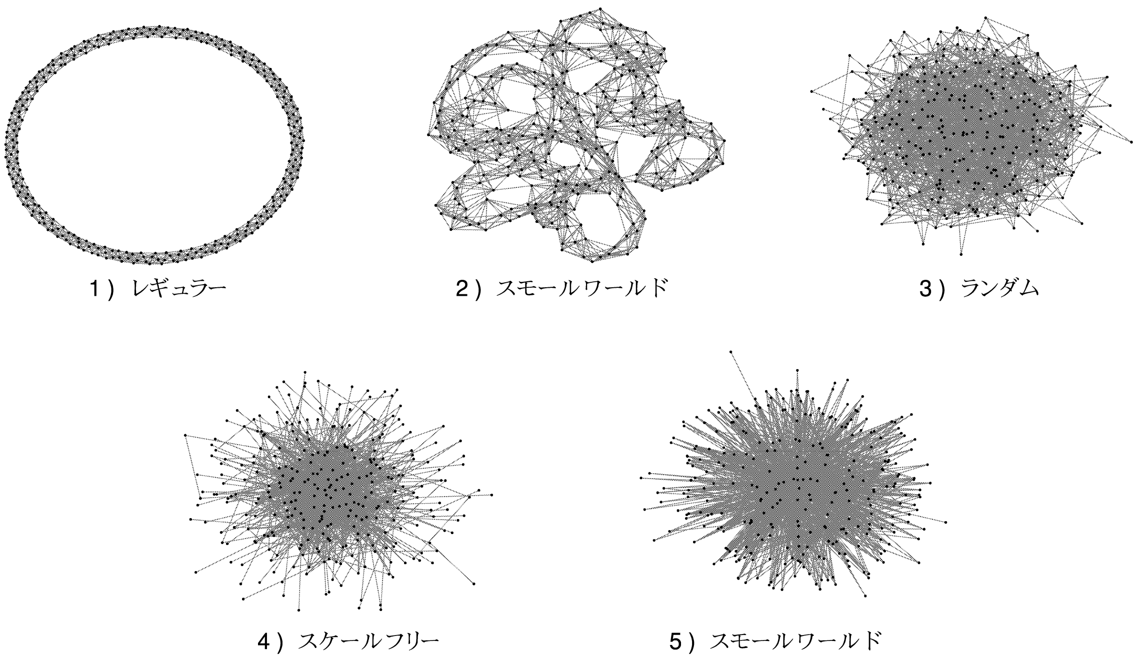

図 7 提案モデルにより生成されたネットワーク構造
Fig. 7 Network structures generated by proposed model.

り少なくなるという優先的・反優先的選択のリンクつなぎ替えアルゴリズムのため，スケールフリーネットワーク（図 5，図 7 の 4)）や Watts-Strogatz モデルとは異なる構造を持つ高クラスタ度のスモールワールドネットワーク（図 5，図 7 の 5)）などが出現してきた．一方で，つなぎ替え確率が非常に小さい場合，優先的選択・反優先的選択の影響は反映されず，Watts-Strogatz モデルのスモールワールドネットワークと等価のネットワーク（図 5，図 7 の 2)）が生成された．また，ランダムネットワーク（図 5，図 7 の 3)）については，4.2.1 項で定義したランダムネットワークの特徴に近いものが生成された．これらを構造生成遷移マップとして表すことにより，各構造間の関係性や位置づけが明らかになった．

出現した構造の特徴的な点の 1 つは，図 3 のように，リンクつなぎ替えの繰返し試行数 $r \geq 3$ での各 r について，つなぎ替え確率 α の増加にともない，クラスタリング係数 C が一度減少した後，再び増加することである．$C/C(0)$ が最小値をとる α を $\alpha_{C_{min}}$ とすると，$\alpha_{C_{min}} - \Delta\alpha$ である α でランダムネットワークが出現し，$\alpha_{C_{min}} + \Delta\alpha$ である α でスケールフリーネットワークが出現する．つまり $\alpha_{C_{min}}$ での構造は，ランダムネットワークとスケールフリーネットワークの中間で，次数の低いノード数が増加している途中経過の点であるといえる．

また，他の特徴的な点としては，r が大きくなると α が高い値で $C/C(0)$ の値が 1.5 に近づくことである．本論文の場合ノード数 $n = 1000$，ノードの平均次数 $k = 10$ であるので，式 (7) から $C(0) = 0.667$ である．クラスタリング係数が非常に高いとき，つまり C〜1.0 となるとき $C/C(0)$〜1.5 となるのである．このとき，出現したネットワークは L と C の関係からスモールワールドネットワークであると分類できるが，Watts-Strogatz モデルでのスモールワールドネットワークとの比較を行うために定量的解析を行う．両ネットワークともネットワーク全体としては L が小さく C が大きい状態であるが，個々のノードにおけるクラスタリング係数は異なっていると考えられる．

そこで各次数に対するクラスタリング係数の分布について $(\alpha, r) = (1.0, 100)$ の場合を**図 8** に，また $(\alpha, r) = (10^{-3.6}, 100)$ の場合を**図 9** に示す．横軸を次数，縦軸をその次数に対応するクラスタリング係数とし，両対軸 *log* スケールをとる．これらのグラフにおいて次数とクラスタリング係数の相関係数を算出すると，提案モデルで出現したスモールワールドネットワークの相関係数は図 8 から −0.79 であり，Watts-Strogatz モデルと等価のスモールワールドネットワークの相関係数は図 9 から −0.43 であることが分かった．つまり，提案モデルで出現したネットワークでは，優先的・反優先的選択というリンクのつなぎ替えからハ

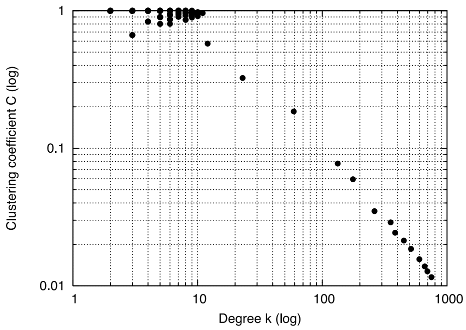

図 8　$(\alpha, r) = (1.0, 100)$ における次数–クラスタリング係数分布
Fig. 8　Degree - Clustering coefficient distribution at $(\alpha, r) = (1.0, 100)$.

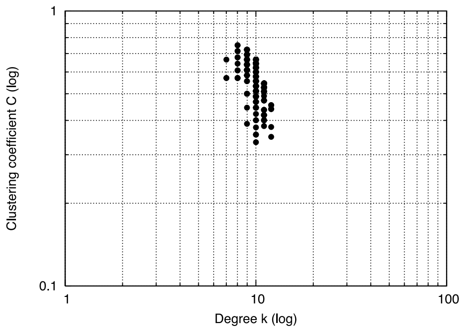

図 9　$(\alpha, r) = (10^{-3.6}, 100)$ における次数–クラスタリング係数分布
Fig. 9　Degree - Clustering coefficient distribution at $(\alpha, r) = (10^{-3.6}, 100)$.

ブノードにつながる次数の低いノード間のリンクがほとんどなく，ハブノードのクラスタリング係数が小さくなる傾向にある．一方で，次数の低いノードはほとんどハブにつながっており，そのハブどうしも密にリンクが張られているのでクラスタリング係数が 1 に近くなる傾向にある．これらより次数とクラスタリング係数の相関が Watts-Strogatz モデルのスモールワールドネットワークより強いことが分かる．さらにネットワーク全体の構造は，図 6 の次数分布からも分かるように，非常に多くのリンクを持つ数個のハブノードとそれらにつながる次数の低い他のノードによって構成されており，スター構造のネットワークが幾重にも重なっている状態であるといえる．

本研究では，図 5 の構造生成遷移マップとしてネットワーク構造を包括的に表現したが，Barabási らや Watts らのモデルでの概念がこのマップの一部分に現れると考えられる．つまり，提案モデルでの任意の r 軸上，たとえば図 5（拡大図）での $r = 1$ では，$0.0 \leq \alpha \leq 1.0$ の範囲においてレギュラーネットワーク，スモールワールドネットワークそしてランダムネットワークが現れるので，マップの一部分が Watts-Strogatz モデルに相当する．Barabási らなどのスケールフリー構造生成モデルは，ランダムネットワークを初期構造とし，優先的選択の繰返しによってスケールフリー構造が出現するという意味で，マップの α 軸上，たとえば図 5 での $\alpha = 10^{-2.0}$ 上の一部分のように，ランダムネットワークやスケールフリーネットワークが生じるプロセスとして理解できる．本論文では扱わなかったが，さらにノード数についてのパラメータ軸を増やすことによって，ネットワークの成長・崩壊を含んだモデルのダイナミクスも包含される．

構造生成遷移マップのような位相空間上のプロットによって，あらゆるネットワーク構造を体系づけることが可能であると仮定すると，その空間を構成する軸，つまり任意のパラメータ群に依存して構造が決定されると考えられる．これらパラメータ群の意味するものが，ネットワークの普遍的性質の一部として顕現したものであるといえる．

7. おわりに

本研究は，ネットワークの普遍的性質を探究するために，既存のネットワーク生成モデルを組み合わせ，異なるネットワーク構造を包括的に生成することが可能であることを示した．また，制御パラメータに依存して生成された様々な構造や構造の遷移過程についての議論を行った．特に，この制御パラメータを軸とした平面グラフでの構造生成遷移マップは，各構造間の関係性を表すとともに，既存のネットワーク構造モデルの概念が一部分として表現されていることが分かった．本論文では，ノード数とリンク数の値を固定して実験を行った結果であるが，パラメータ数をさらに増やすことによって多次元的な構造生成遷移マップを作成し，ネットワークの普遍的性質に迫ることができるのではないかと考えている．さらに，これらのモデルと実ネットワークにおけるアナロジをとることにより，一般理論化することが今後の課題でもある．

参　考　文　献

1) Albert, R. and Barabási, A.L.: Emergence of scaling in Random Networks, *Science*, Vol.286, pp.509–512 (1999).
2) Barabási, A.L.: *LINKED: The New Science of Networks*, Perseus Publishing, Cambridge (2002).
3) Watts, D.J. and Strogatz, S.H.: Collective dynamics of ‘small-world’ networks, *Nature*,

Vol.393, pp.440–442 (1988).
4) Watts, D.J.: *Small Worlds: The Dynamics of Networks Between Order and Randomness*, Princeton University Press (1999).
5) Amaral, L.A.N., Scala, A., Barthélémy, M. and Stanly, H.E.: Classes of small-world networks, *PNAS*, Vol.97, pp.11149–11152 (2000).
6) Strogatz, S.H.: Exploring complex networks, *Nature*, Vol.410, pp.268–276 (2001).
7) Albert, R. and Barabási, A.L.: Topology of evolving networks: Local events and universality, *Phys. Rev. Lett*, Vol.85, 5234 (2000).
8) Caldarelli, G., Capocci, A., De Los Rios, P. and Munoz, M.A.: Scale-free networks from varying vertex intrinsic fitness, *Phys. Rev. Lett*, Vol.89, 258702 (2002).
9) Mukherjee, G. and Manna, S.S.: Quasistatic scale-free networks, *Phys.Rev.E*, Vol.67, 012101 (2003).
10) Klemm, K. and Eguíluz, V.M.: Highly clustered scale-free networks, *Phys. Rev. E*, Vol.65, 036123 (2002a).
11) Klemm, K. and Eguíluz, V.M.: Growing scale-free networks with small-world behavior, *Phys. Rev. E*, Vol.65, 057102 (2002b).
12) Abramson, G. and Kuperman, M.: Social games in a social network, *Phys. Rev. E*, Vol.63, 030901 (2001).
13) Delgado, J.: Emergence of social conventions in complex networks, *Artificial Intelligence*, Vol.141, Issues 1–2, pp.171–185 (2002).
14) Albert, R. and Barabási, A.L.: Statistical mechanics of complex networks, *Reviews of Modern Physics*, Vol.74, No.47 (2002).

(平成 17 年 5 月 25 日受付)
(平成 18 年 1 月 6 日採録)

河内 佑美（学生会員）

昭和 54 年生．平成 17 年北海道大学大学院工学研究科システム情報工学専攻修士課程修了．北海道大学大学院情報科学研究科複合情報学専攻博士後期課程在籍．複雑系・ネットワークに関する研究を行う．

吉井伸一郎（正会員）

昭和 46 年生．平成 10 年北海道大学大学院工学研究科システム情報工学専攻博士後期課程修了．工学博士．日本学術振興会特別研究員（PD）として，進化的計算理論の研究に従事．平成 10 年英国リバプール大学客員研究員．平成 13 年現ソフトバンク BB 株式会社入社．Web サービスや DSL 等の通信技術に関する研究に従事．平成 16 年 4 月より，北海道大学大学院情報科学研究科複雑系工学講座助教授，複雑系・ネットワークに関する研究を行う．IEEE，人工知能学会，精密工学会各会員．