

結合適応度地形による動的なネットワーク

中 里 研 一[†] 有 田 隆 也^{††}

多くのネットワークに共通して現れる普遍的な現象，すなわちスモールワールド性，スケールフリー性，の由来について考察する．結合適応度地形と呼ばれる枠組みから見ると多くのネットワークは，その構成要素の動力学として連鎖的な変異という共通の機構を持っていると考えることができる．そのような観点にたつて動的なネットワークモデルを構成し，その挙動を調べると，それは，スモールワールド性，スケールフリー性，負の結合相関といった普遍的な現象が再現可能であることが示される．

Dynamic Complex Networks with Coupled Fitness Landscapes

KENICHI NAKAZATO[†] and TAKAYA ARITA^{††}

In this paper, we introduce a new simple model of dynamic complex networks. From the view of 'coupled fitness landscape', the elements of many networks have cascading dynamics. The model describes such chain evolution and slow dynamics of networks which is induced by the dynamics of elements. The model can reproduce the universal phenomena, like 'small world', 'scale-free', and 'negative-assortativity'.

1. はじめに

自然界，あるいは人間社会にはネットワークと呼べるものが数多く存在する．たとえば，化学反応のネットワーク，食物網，経済システムのネットワーク，WWW，あるいは，神経回路網，人間関係のネットワークなどである．これらネットワークは頂点に相当するものと辺に相当するものの組合せを見出すことができるのであれば，いたるところに存在する．このようにいたるところに見出されるネットワークであるが，それらの多くにはスモールワールド性，スケールフリー性といった共通した特性が見られることが指摘されている^{1),6),16)}．

これら様々なネットワークは，それぞれ独自の構成要素を持っている．したがって，ネットワークとしての振舞いがそれぞれ異なってもおかしくはない．にもかかわらず，現実には多くのネットワークに共通した普遍現象（スモールワールド性，あるいはスケールフリー性）が存在する．これは何故であろうか．本論

文ではこの問題に関して，ある解答を試みる．すなわち，種々のネットワークの構成要素はそれぞれ多様ではあるものの，そこには各々の構成要素の動力学に由来した，ある共通した動機構が備わっていると見なせる．そして，それがネットワークを駆動し，結果として多くのネットワークに共通の普遍現象をもたらしている，というものである．つまり，個々のネットワークレベルでの現象に応じて個別のモデルを考えるとというアプローチではなく，多くのネットワークとその構成要素の動力学に通じて成立する，ある共通な見方にたったモデルを考える．そしてその見方にたつて考えると，多くのネットワークに普遍現象（スモールワールド性，スケールフリー性）は必然的である可能性を示す．特に，ここで共通した動機構として採り上げるのは，各構成要素間を伝わる連鎖的な変異機構であり，これは結合適応度地形⁸⁾ という見方に基づくものである．本論文では，この連鎖的な変異機構を持つ構成要素からなる動的なネットワークを Bak-Sneppen モデル^{2),13)} を用いてモデル化し，数値実験によってその振舞いを調べる．そしてそのような動的なネットワークは (i) つねにスモールワールド性を示す (ii) パラメータに応じてスケールフリー性を示す領域がある，そして (iii) つねに負の結合相関¹²⁾ を示す，の3点が特徴であること，つまり多くのネットワークに共通した普遍現象を再現することが可能であることを

[†] 名古屋大学大学院人間情報学研究科
Graduate school of human infomatics, Nagoya university

^{††} 名古屋大学大学院情報科学研究科
Graduate school of information science, Nagoya university

示す。

1.1 結合適応度地形とは

結合適応度地形は、本来生物の共進化現象をモデル化することを意図したものであるが、その適用範囲は生物の共進化現象のみには限定されない。以下このことを説明する。

生物は突然変異と自然淘汰を通して進化してきたと考えられている。自然淘汰は適応的（子孫を数多く残す）なものを選択する側面を持っており、そのため、進化は適応度の最適化への過程といえるような面を持つ。もし、この過程が十分に静的な状況で起こるならば、それは適応度地形と呼ばれるもので表現することができる。ここでは生物の進化は凹凸のある地形上を高みに向かって進んでいく過程にたとえられる。すなわち、適応度の高低を地形上の高さ、地形上の位置を生物の表現型、そして、地形上の移動を進化と見なす。ただし、十分に静的な状況とは、この地形が不変であると見なせる状況である。一方、地形が不変ではない状況も考えられる。そのような状況として考えられるものの1つに共進化と呼ばれるプロセスがあげられる。生物種間に相互作用が存在する場合を考えると、それぞれの種にとってより適応的なあり方は、相互作用する他の種のあり方に依存する。したがって、他の種が進化すればその種にとっての適応的な状態も変化する。このような相互関係のもとで進む進化を共進化と呼ぶが、結合適応度地形とはこのような過程を表現するものである。つまり、一方の種が進化をした（適応度地形上を移動した）場合、他方の種の適応度地形に変化が生じると考える。共進化の過程はこのような動的な適応度地形、すなわち結合適応度地形上の運動にたとえられる。この結合適応度地形の枠組み上でのダイナミクスを簡単に考察してみる。まず、ある要素（種）が進化する。すると、その要素と結合された要素、すなわち相互作用する要素の地形はそれにつられて変動を受ける。そして各々の要素は変動後の地形上を進化し、その周囲に影響を及ぼす。このように、結合適応度地形上でのダイナミクスには雪崩的な連鎖機構が内在する。

ここでは結合適応度地形の概念を本来の意味どおりに生物の進化を用いて説明したが、その適用範囲は生物、あるいは生態系に限定されるものではない。すなわち、結合適応度地形が前提としているのは（局所的な）最適化を行っている多数の要素と、それらの間に相互作用が存在していることのみであり、相互作用のネットワークの多くはこの条件を満たしていると考えられる。たとえば、経済システムなどはそのような系

の典型である。ここでは構成要素となる企業等は最大の利潤を産むべく戦略の更新（最適化）を行い続ける一方、それら企業間には依存関係などの相互作用が存在し、各々の最適化問題は独立ではない。つまり、各々の企業の持つ適応度地形は動的であり、他企業のものと同様に結合されている。ただし、ここでは企業の戦略が表現型、利潤が適応度に対比されるものと考えた。さらに、もう1つの例としてWWWをあげる。ここでは、各々のウェブページの内容が表現型、それに対する何らかの評価を適応度にとえることができる。特に、それぞれのウェブページの評価が、他のウェブページと独立ではない場合、つまりリンク先と関連を持っているような場合には、ここで述べたような結合適応度地形という見方が可能となる。ほかにも遺伝子、あるいは蛋白質の相互作用ネットワークの進化過程、などにも適用可能であろう。

1.2 結合適応度地形のモデル

結合適応度地形のモデルについて述べる。標準的なものとしてはNKCS適応度地形⁸⁾があげられる。これはNK適応度地形⁸⁾を共進化の場合に拡張したものであり、結合適応度地形の考え方に最も忠実であると思われるが、その分煩雑でもある。それに対して、最も単純なモデルと見なせるのは、Bak-Sneppenモデル^{2),13)}である。これは結合適応度地形のもたらす雪崩的な側面にのみ焦点を当てたものであり、きわめて単純なモデルである。ここでの議論では、結合適応度地形の連鎖的変異機構さえあれば十分であり、煩雑さを避けるためにこのモデルを結合適応度地形のモデルとして採用する。

ここではBak-Sneppenモデルについて簡単に述べる。Bak-Sneppenモデルは生物の断続平衡進化⁷⁾を説明するモデルとして提案されたものであるが、ここでは雪崩、すなわち連鎖的な進化が断続平衡に到達し、その状態において雪崩のサイズにベキ則が現れる。すなわち、自己組織化によって臨界状態³⁾へと到達する。このBak-Sneppenモデルは一次元上に配置された相互作用のネットワークを生態系として想定したものであるが、その振舞いはネットワークのトポロジには依らないことがいくつかの例で示されており^{9),10)}、また、動的なネットワーク上でもその性質が維持されることが報告されている^{5),15)}。

1.3 結合適応度地形と動的ネットワーク

結合適応度地形を持つ要素集団を頂点に持ち、それらの結合関係（相互作用関係）をリンクとするような相互作用のネットワークを考える。本論文で考えるのはこの相互作用のネットワークの挙動であるが、その

ネットワークはどのように発展するのだろうか。

再び経済システムを例にとって考える。頂点は企業、リンクは企業間の相互依存関係である。企業が戦略を変更した、あるいは何らかの変化が起きたとき、それにつられてその企業と他企業との依存関係（の強さ）も変化するであろう。そのような変化の累積によっては、やがて依存関係がなくなってしまう場合や新しく依存関係が生じる場合が考えられる。このようにして経済システムは動的に変化していくと思われるが、これを動的なネットワークの発展過程として表せば、次のようになる。ある頂点に何らかの変動が生じる。その際、それにともなってその頂点と他の頂点との結合関係（結合の強さ）に変化が生じ、それらの累積がやがてリンクの切断や結合を産む。つまり、相互作用のネットワークは、各々の頂点の変動に同期してその結合関係を少しずつ変化させながら発展すると考えられる。

本論文では、結合適応度地形の考え方が適用可能な相互作用系に対して、そのネットワークのダイナミクスが以上のプロセスで進行するものと仮定して議論を進める。さらに、個々の要素の変化にともなう要素間の結合関係の小さな変動はランダムなものに見せると仮定することにし、系のおおよそのリンク数を外部パラメータとして扱うこととした。

以下、まずモデルについて具体的に説明し、次いで、その挙動について述べる。そして機構、その意味するところについて考察をする。

2. モデル

2.1 Bak-Sneppen モデル

まず、Bak-Sneppen モデル²⁾ について説明する。

Bak-Sneppen モデルは N 個（固定）の要素 V^i とそれらを配置する一次元トラスから構成されており、トラス上で隣接する要素間には相互作用がある。各々の要素は内部状態 b_n^i を持ち、これは $(0, 1)$ の一様乱数として与えられる。ただし、添字 n はタイムステップに対応する。この内部状態 $\{b_n^i\}$ は各ステップで以下のような手順による更新を繰り返す。

- (1) $\{b_n^i\}$ の中から最小の b_n^k を選択する。
- (2) 選択された b_n^k および、その要素と相互作用のある要素、すなわち V^{k+1} , V^{k-1} の持つ内部状態 b_n^{k+1} , b_n^{k-1} を一様乱数によって更新（リセット）し、その他の内部状態はそのままとして、 $\{b_{n+1}^i\}$ とする。

ここで、各々の要素が持つ内部状態とは、それぞれの要素に起こる次の変化（進化）までに要する時間

（すなわち適応度地形の形状に関する情報）を表している、と考えることができる¹³⁾。結合適応度地形上では、ある要素の表現型に変化が起こると、相互作用の及ぶ範囲の要素の地形に変化が生じることになり、その結果それらの要素に表現型上の変化はなくても、次の変化（進化）までに要する時間、すなわち適応度地形の形状には影響が及ぶ。上記の手続きはこのようなプロセスをモデル化していると考えられる。より具体的に書けば、最初の手続きで、そのステップにおいて表現型が進化する唯一の要素を選択し、次の手続きでは、その要素の表現型の進化による（自他への）影響（適応度地形の形状の変化）を表現している。

このモデルはステップ数が進むにつれて、ほとんどの内部状態がある一定の値 λ 以上の値を示すような状態へと自己組織化する。この状態において、どれか 1 つ以上の要素の内部状態が λ を下回っている状態の持続時間（ステップ数）にベキ分布が現れる。この持続時間は、進化の連鎖の時間的規模を表しており¹³⁾、その分布にベキ法則がなりたつことをもって断続平衡進化⁷⁾ に対する説明としている。

2.2 ネットワーク進化をともなうモデル

モデルについて説明する。モデルは N 個（固定）の要素（頂点）とそれらをつなぐ相互作用を表すリンクから構成される。各要素 V^i は Bak-Sneppen モデルに倣い、各ステップ n において内部状態 b_n^i を持ち、それらは Bak-Sneppen モデル同様の手続きによって各ステップごとに更新されるものとする。この更新の手続きを再び具体的に示す。ただし、 $\{N^k\}$ とは、要素 V^k の近傍である。

- (1) 内部状態 b_n^i のうち最小のものを持つ要素 V^k を選択する。
- (2) 要素 V^k 、およびその近傍 $\{N^k\}$ に含まれる要素の内部状態をすべて一様乱数によって更新、その他の内部状態はそのままの値、として $\{b_{n+1}^i\}$ を生成する。

また、このモデルではこれに加え、ネットワークの進化に関する手続きが存在する。

まずネットワークの表現について説明する。ネットワークは各々の要素間の結合強度 $\{a_n^{ij}\}$ によって表現されており、それぞれ $(0, 1)$ の範囲の値をとるものとする。この結合強度に条件

$$a_n^{ij} + a_n^{ji} > \Theta \quad (1)$$

が成立する場合には要素 V^i - V^j 間に結合（相互作用）が存在し、そうでない場合には結合は存在しないものとする。つまり、この結合強度 $\{a_n^{ij}\}$ とは、要素間の結合の有無、強さを反映したものである（同一要素間

の結合，同じ組合せの要素間の多重結合はともに許可しない).

また，全系に対してごく緩い形でリンク数をほぼ一定にするような拘束条件を課す．すなわち

$$\sum_{i,j} a_n^{ij} = const. \tag{2}$$

とする (特に今回は一定値として 1 を用いた). したがって，このモデルにおいてはおよそのリンク数が外部パラメータとなる．

次にネットワークの進化について述べる．ネットワークの進化は結合強度 $\{a_n^{ij}\}$ の増減によって実現する．この増減は各ステップにおいて内部状態 $\{b_n^i\}$ の値が最小となる要素 V^k に関して起こるものとし，その際，ランダムで微小な変異を加える．より具体的に書くと (k を除く) すべての要素 $i (1 \cdots N)$ に対して，

$$a_{n+1}^{ki} = a_n^{ki} + \delta \tag{3}$$

とする．ただし δ は微小とし ($-\mu, \mu$) の範囲の一樣乱数によって生成する．この手続きは，各ステップにおいて表現型の進化のある要素は他要素との結合関係，すなわち結合の強さの変化をもともなうと見なすことに相当している．また，この手続きは表現型の進化の内容と，結合強度の変化の仕方 (大小) とには直接的な相関関係はなく，ランダムなものであると見なせる，と仮定することを意味するものとなっている．そして，この手続きを踏んだうえで結合強度に関する拘束条件 (2) を維持するために各ステップごとにこれを正規化する．

このようにして，表現型の進化の蓄積を通じてネットワークの進化，リンクの張り替えが生じるが，その際，リンクの張り替え，すなわち結合関係に変化のあった要素に関しては，すべて内部状態 b_n^i の更新をとともなうものとする．つまり，他の要素との相互作用の有無が変化した場合にもやはり適応度地形には変動が生じるものと考えることとする．

以上がモデルの全容であるが，ここでこのモデルの概要をまとめると，

- 適応度地形の形状に基づいて表現型の進化が起こる要素 (種) が選択される，
- 表現型の進化が起こった要素は他の要素との結合強度も (ランダムに) 変異する，
- 表現型の進化が起こった要素と相互作用のある要素の適応度地形の形状も変化する，

となる．さらに，このモデルにはリンク数，あるいは結合強度に関する拘束条件があるため，パラメータ Θ によって全系の相互作用の密度は変化し，また，それ

に応じて系の振舞いは変化することになる．

3. 結 果

実験結果を示す．以下ではすべて $N = 1000, \mu = 1.0/N^2$ とし，初期条件はそのつど $(0, 1)$ の範囲の一樣乱数を用いて作成した．ただし，結合強度 a_0^{ij} に関しては拘束条件 (2) を満たすように正規化したものを用いている．

まず，ネットワークの形態について大まかな特徴を述べる．ネットワークはパラメータ Θ の値によって，1 つあるいは小数の頂点にリンクが集中する集中型のネットワーク，次数分布に (部分的な) ベキ型の分布が現れる，すなわちスケールフリー性を持つネットワーク，次数分布が単峰性となる，すなわちランダム型のネットワーク，といった 3 つの状態を示す．また，ネットワークが複数の巨大なクラスタに分離することはほとんどなく，つねに最大のクラスタと，後はリンクを持たない孤立ノードとで構成されることがほとんどである．すなわち，リンクどうしは密集する傾向を持っている．

これらのネットワークの特徴を次数分布でみると図 1 のようになる．この図は，図に示したそれぞれのパラメータで 5.0×10^4 ステップにわたる実験を行い，その間に現れたネットワークすべてを統計して作成し，累積分布を両対数表示したものである．それぞれのステップごとの次数分布をとっても多少のゆらぎが観察される程度でほとんど形状に差異はない．ただし，ここに示したパラメータ領域を越えて Θ を大きくするか小さくしても次数分布に形態的な大きな変化はない．図は， Θ が小さい領域から Θ が大きい領域に向かって，ランダム型の分布から集中型の分布へと移り変わることを示しており，その間にベキ型

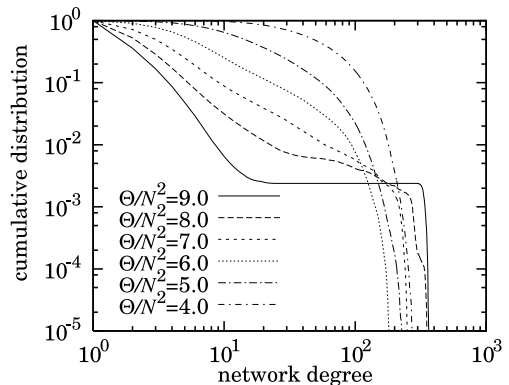


図 1 次数分布
Fig. 1 Degree distribution.

の分布を示す状態 ($\Theta/N^2 = 7.0$) を持っていることが分かる．すなわち，次数分布は，その平均値前後に集まる状態 ($\Theta/N^2 = 4.0$) から，あらゆるスケールにわたって分布が広がる状態 ($\Theta/N^2 = 7.0$) を経て，2つのスケールに完全に分離した分布を示す状態 ($\Theta/N^2 = 9.0$) へと移り変わる．

このようにネットワークは Θ の値に依存して姿を変えるが，ここで示した3つの典型的なネットワーク間のパラメータ領域ではその形を連続的に変えていく．この間の最大ネットワークのサイズ (S) とそこに含まれるリンク数 (L) の密度 (L/S^2) の推移を図2に，それらネットワークのクラスタリング係数，平均経路長¹⁶⁾の推移を図3に，そして結合相関¹²⁾を図4に示す．ここで，結合相関とは，隣接ノード間の次数の相関係数を指す．いずれも， 5.0×10^4 ステップの計算を行い，そのうちから(十分と思われるステップ数として 2.0×10^4 ステップを経過した後) 200 ステップごとに取り出したネットワーク 150 個の平均によって計算したものである． Θ の増加にともない，ネットワークのサイズ，およびリンク密度は単調に減少し，クラスタリング係数は一度減少の傾向を見せた後増加に転ずる．これは，前述のリンクの集中化の傾向に由来している．つまり，はじめ飽和気味であったリンクは Θ の増加にともなって減少しネットワークサイズ，クラスタリング係数ともに減少する．一方，リンクには集中化の傾向があるので，後のクラスタリング係数の増加をもたらす．一方，平均経路長ははじめ増加した後で減少へと転ずるが，極値を示すのは $\Theta/N^2 = 7.0$ 付近であり，ネットワークにスケールフリー性が現れる点と一致している．図4では，隣接する頂点の次数の相関係数を示しているが，どのような Θ の値においてもその値は負の値を示しているのが特徴である．特に， Θ の値が増加し，ネットワークにおけるリンクの集中度が増していくと，その負の相関はより大きくなっていることが分かる．これらの特徴を生み出す要因については，以下で述べるダイナミクスに関することも含めて次章で論ずる．

次にネットワーク上で起こるダイナミクスについて示す．このモデルではネットワーク上を進化の連鎖(雪崩)が伝わることになるが，そのサイズ，すなわち持続時間(ステップ数)を図5に示す．各パラメータセットごとに 1.0×10^5 ステップの計算を行い，それぞれの場合ごとに，内部状態 $\{b_n\}$ のうちどれか1つ以上が閾値 λ 以下の値を示し続ける期間(ステップ数)を雪崩のサイズとし，その分布をとったものである．それぞれのパラメータごとにほぼベキ型の分布を

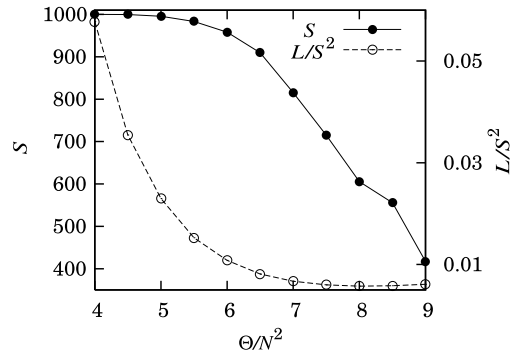


図2 最大ネットワークのサイズ，リンク数の密度
Fig.2 Size of giant component (S) and edge density (L/S^2).

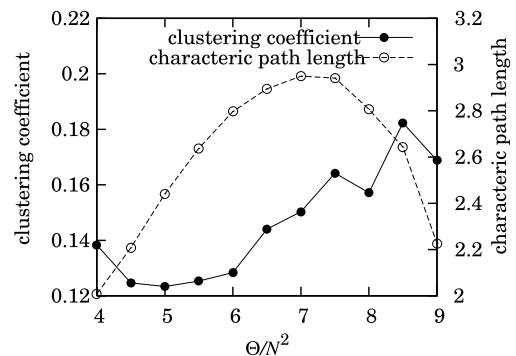


図3 クラスタリング係数，平均経路長
Fig.3 Clustering coefficient and characteristic path length.

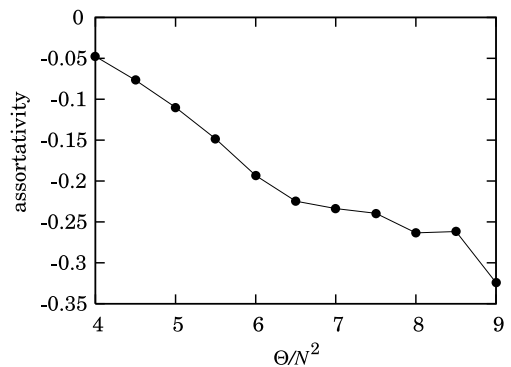


図4 結合相関
Fig.4 Degree correlation.

示しているが， $\Theta/N^2 = 9.0$ の場合は大きな雪崩への偏りが大きく，比較的小規模のものと大規模のものへの分離が起こっているようにも見える．

一方，以上に示したようなネットワークが形成される機構，過程，あるいは，ネットワークトポロジの特徴と，ネットワーク上のダイナミクスとの関係は，どのようなものなのであろうか．以下ではそれらについ

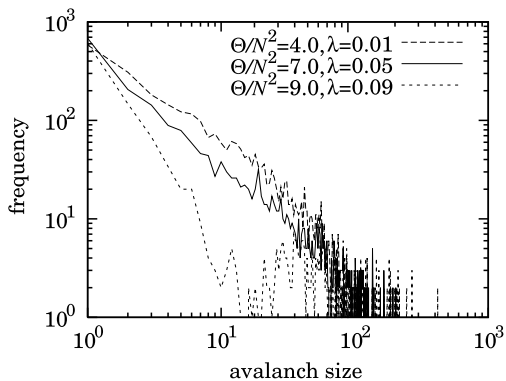


図 5 進化の雪崩のサイズの分布

Fig. 5 Distribution of the size of evolutionary avalanches.

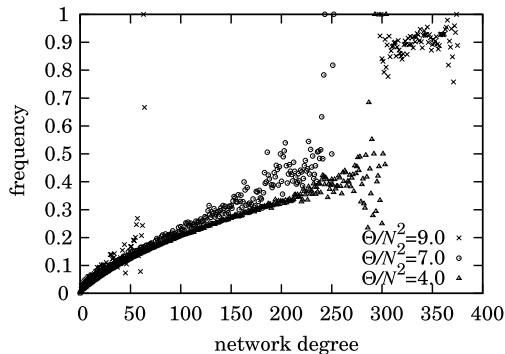


図 7 次数に対するリセット頻度

Fig. 7 Reset-frequency of a node vs degree.

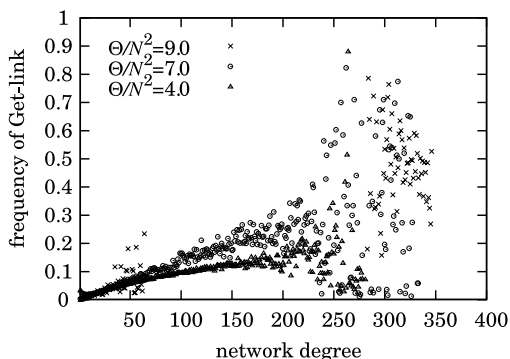


図 6 各次数のノードごとのリンク追加頻度

Fig. 6 Frequency of Get-link.

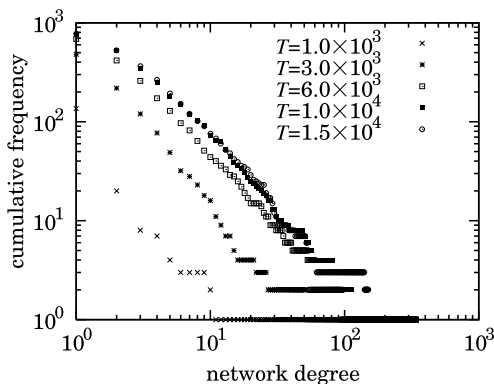


図 8 次数分布の時間発展

Fig. 8 Time series of degree distribution.

てのデータを示す。

最初に、リンクが新しく結合されるノードの特徴を図 6 に示す。各ノードの次数に対するリンクの切替えの頻度であるが、どの次数でリンクの切替えが起こりやすいか、その確率を 5.0×10^4 ステップの計算をもとに割り出したものである。ただし、遷移期間を考慮してはじめての 2.0×10^4 ステップのデータは用いていない。図からわかるとおり、次数の増加に対してリンクの追加の頻度は、次数の増加に沿って増加傾向を見せることが分かるが、その増加の仕方はスケールフリー性を示すパラメータ領域において線形となっている。これに比べると、ランダム型のネットワーク領域では高次数での頻度の増加が抑えられている。また、集中型のネットワークとなる領域では次数が小さい場合と大きい場合とに分離があり、次数が高い領域に関しては揺らぎが非常に大きいのが特徴である。集中型のネットワークにおいては、ハブに相当するノードの数が非常に小さいうえ、リンクの切替えも集中的に起こり、追加、消失の回数そのものが大きいためである。また、リンクが消去されるノードの特徴に関しても、

図 6 とほぼ同じ結果となることを示すことができる。系が平衡状態に達しているので、リンクの追加、消去がほぼ釣り合っているためである。

次に、次数と各ノード上に起こる進化、すなわち $\{b_n^i\}$ のリセット頻度との関係を図 7 に示す。ある次数を持つノード 1 つにどのくらいの頻度でリセットがあるかを表したものである。次数が高くなるほど、リセット頻度は高くなるというはっきりとした相関関係が存在する。つまり、リンクの集中するノードではノードに起こるダイナミクスそのものが非常に速くなり、逆にリンクの少ないノードではノードのダイナミクスは非常にゆっくりしたものとなることを示している。

一方、平衡状態に達する以前、すなわち遷移期間における発展過程はどのようなものであろうか。図 8 は、 $\Theta/N^2 = 7.0$ 、すなわちスケールフリー性が現れる領域における次数分布の時間発展を示したものである。どの時間で見てもほぼ直線上に分布をしていることが分かる。つまり、スケールフリー性を維持しながら

ネットワークはそのサイズのみを増加させていると思われる。

4. 考察とまとめ

本論文では、結合適応度地形で表現されるような局所過程を持つ要素集団から構成される相互作用のネットワークを Bak-Sneppen モデルを用いてモデル化し、その振舞いについて調べた。

ネットワークとしての振舞いは系に与えられたパラメータ、すなわち、相互作用の密度によって変化し、相互作用の密度が疎な状態から密な状態へと移り変わるにつれて、集中型のネットワーク、スケールフリー性を持つネットワーク、ランダム型のネットワーク、とそれぞれ異なったトポロジを示す(図1)。その間のネットワークの各種パラメータの推移(図3, 2)によると、スケールフリー性が出現するパラメータ領域は相互作用の密度が中程度、すなわち平均経路長が極値を示しているパラメータ領域に一致している。一方、相互作用の密度が低くなるとリンクは一極に集中し、リンク密度も中間のパラメータ領域に比べて若干ながら増加する。つまり、リンクの出現位置という観点においてネットワークは秩序だった状態を示しているといえるが、逆に相互作用の密度が高くなるとリンク数の増加によるリンク位置の乱雑化の傾向が顕著になり、ランダム性の強いネットワークとなる。ただし、この間においてどのパラメータ領域でもリンクの集中化の傾向は存在しており、クラスタリング係数は同一サイズのランダムグラフと比べてかなり大きな値を示すとともに、また、ネットワークが複数に分裂することもない。このように、集中型のネットワークからのランダム化への途上でスケールフリーネットワークが出現する現象はほかにも報告例^{4), 11)}があり、いわゆるスモールワールドネットワークがトラス上の規則的な格子状のネットワークとランダムネットワークとの中間として位置づけられる¹⁶⁾のに対し、スケールフリーネットワークの場合は、集中型のネットワークと、ランダムネットワークとの中間として理解できることを示唆している可能性もある。

次に、ネットワークの発展過程について述べる。スケールフリーネットワークはいわゆる優先結合¹⁾によって構成できることが知られている。このモデルとの違いは、つねに成長するネットワークが仮定されていることであるが、優先結合的にリンクが追加されるという現象については類似している。しかし、このモデルの場合、リンクが追加される一方で、リンクの消去も同様に起きており、特に平衡状態に到達後は両者

は釣り合いをほぼ保つ形で推移する。つまり、次数の高いノードほどリンクの切替え頻度は高くなっており、それにともないハブに相当するノードも固定ではなく容易に変化する。ただし、集中型のネットワークとなる場合においては、ハブとそれ以外との次数における断絶が大きく、ハブに相当するノードに入れ替わりが起きることはない。では、どのようにして‘活発な’ノードと‘不活発な’ノードが生じているのであろうか。各ノードがそれぞれ進化を行う場合、その進化は近傍のノードに影響を与え、近傍のノードの進化を誘因する。そして連鎖的に生じる進化の過程にはリンクの切替えをとまなう。ハブになっているようなノードでは他のノードからの‘刺激’の頻度が高くなり、進化の頻度が高くなる。一方で、進化の頻度の高いノードは他のリンクとの結合強度が変化する確率も高まり、やがてその中から多くのリンクを獲得し、ハブへと成長するノードが現れることになる。つまり、あるノードにリンクの集中化が起きたとすれば、それは短期的に集中的進化が起きたことを示唆しており、逆に、集中的な進化がなければ、リンクの集中化が起こることは考えにくい。図4に示した、結合相関における負の相関傾向はこのような集中的な進化の過程を示唆していると思われる。高次数のノードに低次数のノードが繋がった構造、すなわち負の結合相関を示す構造は、高次数ノードどうしの密な結合よりも進化を局所的に停留させやすい。というのは、前者ではネットワーク上を流れる進化の雪崩が特定のハブを中心として停留する確率が高いのに対し、後者では雪崩に特定の中心が発生しにくいと考えられるからである。

本論文で考察した連鎖型の機構によるネットワークを、現実のネットワークに置き換えるとどんなことが示唆されるであろうか。たとえば、WWWの場合であれば、更新頻度の高いサイトほど多くのリンクを集める傾向が発生している可能性がある。商業ネットワークであれば、商売相手の多い商社と、その商社の企業戦略の変更頻度との間に正の相関関係などが見られる可能性も考えられる。また、生物のネットワークであれば種の進化の速度や頻度と相互作用のネットワークのトポロジとに何らかの関係が存在する可能性がある。一方、スケールフリーネットワークとして有名な論文引用のネットワーク¹⁴⁾のような最適化をとまなわないようなネットワーク、すなわち、個々のノードがダイナミクスを持たないような場合にはこの連鎖機構はあてはまらない。つまり、このようなケースのネットワークの発展機構は、もっと別の次元の要因に由来しているであろう。

このモデルは、 Θ のある領域においてスケールフリー性を示し、またつねにスモールワールド性を示している。つまり、次数分布に部分的なべき型の分布が現れるようなパラメータ領域が存在し、また、つねに平均経路長が短く、クラスタリング係数が高いという特徴を示している。その意味では連鎖的変異機構がネットワークの発展を司る普遍機構となっている可能性を支持していると考えられるが、このモデルにはもう1つの大きな特徴がある。すなわち生成されたネットワークがつねに負の結合相関を示すという点である。現実のネットワークの示す結合相関に関する報告例¹²⁾によれば、負の結合相関(図4)は、工業系のネットワーク、生物系のネットワークなどに共通した特徴であり、社会的なネットワークでは逆に正の相関を示す。このような分類をこのモデルで扱っているような連鎖的変異機構の有効性という観点から再検討することはここでの議論の正当性を確認するうえで有用であろう。

ここでの議論は定性的なものが主であり、各ノードに起こるリセットの頻度と優先結合の度合いとの関係などの定量的、理論的考察、あるいは、最後に触れた現実のネットワークによるデータを用いた比較考察などが今後の課題としてあげられる。また、本論文で述べたのは比較的リンクが希薄な場合のみであり、ネットワークの変動速度に関しても比較的穏やかな場合に限っているが、より広範な領域での挙動を調べることも課題である。

謝辞 本研究は文部科学省 21 世紀 COE 「計算科学フロンティア」の援助による。

参 考 文 献

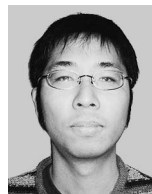
- 1) Albert, R. and Barabási, A.-L.: Statistical Mechanics of Complex Networks, *Rev. Mod. Phys.* Vol.74, pp.47–97 (2002).
- 2) Bak, P. and Sneppen, K.: Punctuated Equilibrium and Criticality in a Simple Model of Evolution, *Phys. Rev. Lett.* Vol.71, No.24, pp.4083–4086 (1993).
- 3) Bak, P., Tang, C. and Wiesenfeld, K.: Self-organized criticality: An explanation of the $1/f$ noise, *Phys. Rev. Lett.* Vol.59, No.4, pp.381–384 (1987).
- 4) Cancho, R.F. and Solé, R.V.: Optimization in complex networks, *cond-mat/0111222* (2001).
- 5) Christensen, K., Donangelo, R., Koeller, B. and Sneppen, K.: Evolution of Random Networks, *Phys. Rev. Lett.* Vol.81, No.11, pp.2380–2383 (1998).
- 6) Dorogovtsef, S.N. and Mendes, J.F.F.: *Evolution of Networks*, Oxford University Press, Ox-

ford (2003).

- 7) Gould, S.J. and Eldredge, N.: Punctuated Equilibrium Comes of Age, *Nature* Vol.366, pp.223–227 (1996).
- 8) Kauffman, S.: *Origins of Order*, Oxford University Press, Oxford (1993).
- 9) Kulkarni, R.V., Almaas, E. and Stroud, D.: Evolutionary dynamics in the Bak-Sneppen model on small-world networks, *cond-mat/9905066* (1999).
- 10) Moreno, Y. and Vazquez, A.: The Bak-Sneppen Model on Scale-Free Networks, *Europhys. Lett.* Vol.57, No.5, pp.765–771 (2002).
- 11) Nakazato, K. and Arita, T.: Evolution of complex food web structure based on mass extinction, *Proc. 5th International Conference on Simulated Evolution and Learning*, pp.1–6 (SWP-1-103) (2004).
- 12) Newman, M.E.J.: Mixing patterns in networks, *Phys. Rev.* Vol.E67, 026126 (2003).
- 13) Newman, M.E.J. and Palmer, R.G.: *Modeling Extinction*, Oxford University Press, Oxford (2003).
- 14) Redner, S.: How Popular is Your Paper? An Empirical Study of the Citation Distribution, *Eur. Phys. J.* Vol.B4, No.2, pp.131–134 (1998).
- 15) Slanina, F. and Kotrla, M.: Extremal dynamics model on evolving networks, *Phys. Rev. Lett.* Vol.83, No.26, pp.5587–5590 (1999).
- 16) Watts, D.: *Small Worlds*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey (1999).

(平成 17 年 5 月 24 日受付)

(平成 18 年 1 月 6 日採録)



中里 研一

1974 年生。1998 年京都大学工学部物理工学科卒業。2000 年京都大学大学院工学研究科修士課程修了。現在、名古屋大学大学院情報科学研究科(後期課程)在学中。



有田 隆也（正会員）

1960年生．1983年東京大学工学部計数工学科卒業．1988年同大学大学院工学系研究科博士課程修了．工学博士．名古屋工業大学講師，カリフォルニア大学ロサンゼルス校客員

研究員を経て，現在，名古屋大学大学院情報科学研究科教授．人工生命や情報科学の研究に従事．複雑適応系，言語の進化，進化的計算論等に興味を持つ．人工知能学会，電子情報通信学会，日本認知科学会，日本数理生物学会各会員．
