

## 超大規模半正定値計画問題に対する高性能汎用ソルバの開発と評価

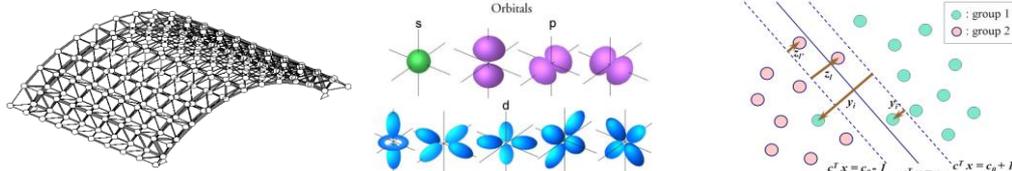
中央大学&JST CREST

藤澤克樹

半正定値計画問題(SDP)は組合せ最適化, システムと制御, データ科学, 金融工学, 量子化学など非常に幅広い応用を持ち、現在最適化の研究分野で最も注目されている最適化問題の一つとなっている。また今後のエネルギー供給計画(スマートグリッド等)では非線形の複雑な最適化問題を扱う必要があり、これらの問題に対して強力な緩和値を算出できる SDP の高速計算技術の確立が急務とされている。SDP に対しては高速かつ安定した反復解法である内点法アルゴリズムが存在しているが、巨大な線形方程式系の計算(行列要素の計算と行列の Cholesky 分解の二つ)が大きなボトルネックとなっている。著者らのグループでは内点法アルゴリズムを記述した汎用 SDP ソルバ SDPARA の開発・評価・公開を15年以上行っており、疎性の追求、計算量やデータ移動量などによる計算方法の自動選択などの技術を他に先駆けて実現し、大規模な並列計算等によって上記のボトルネックの高速化と世界最大規模の SDP を高速に解くことに成功している。今回、半正定値計画問題(SDP)用の最適化ソルバとして、すでに世界最速級であった SDPARA に対して様々な改良を行った。具体的には線形方程式系の系に関する前者のボトルネックに対しては CPU アフィニティやメモリアンターリーブ技術を駆使し、多数 CPU コア(16,320 コア)の並列計算によって高いスケラビリティを得ることに成功した。また後者のボトルネックに対しては Cholesky 分解部分の GPU 化処理部分などに改善を行った。この結果、東京工業大学スーパーコンピュータ TSUBAME2.5 の4080台のGPUを同時に利用することにより、世界記録更新(233万制約)およびペタフロップス超(1.713PFlops)の実行速度を達成することに成功した(図1)。

**半正定値計画問題(SDP)**は現在最も注目されている**数理最適化問題**の一つ

- 組合せ最適化、データマイニング、量子化学、制御分野など非常に幅広い応用を持っている
- 高速かつ安定した反復解法である内点法アルゴリズムが存在している



- **SDPARA** は現在開発&公開を行なっている大規模な SDP に対する並列ソルバー
- 通信と計算のオーバーラップ & 多数 GPU による並列計算 ⇒ 東工大 TSUBAME 2.5 **4080 GPU's(NVIDIA K20X)** での大規模分散並列化 ⇒ 浮動小数点演算 **1.713 PFlops** の達成と **世界最大規模の SDP(233万制約超)** を初めて 解くことに成功した

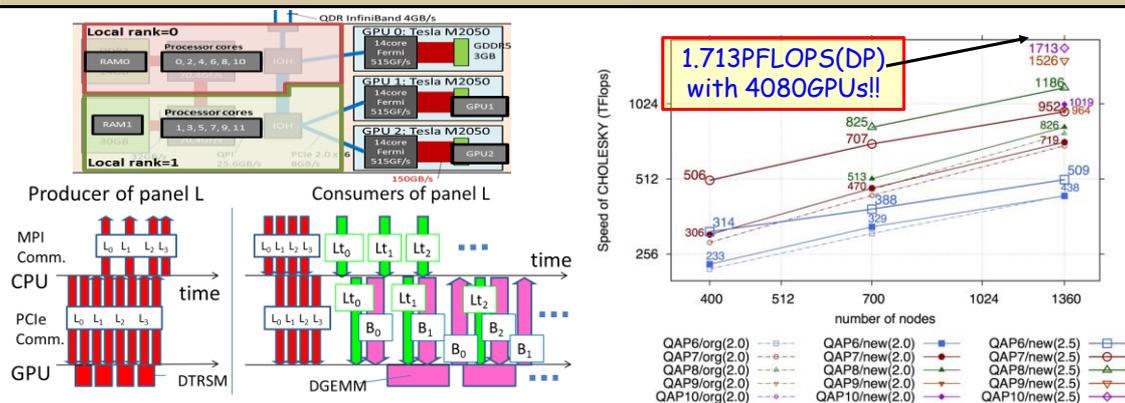


図 1 : 半正定値計画問題に対する大規模並列計算