無限状態数パズルの解探索

五十嵐力　柴原一友　但馬康宏　小谷善行
東京農工大学

概要

計算機でパズルを解くという試みは古くからあるものの、解かれたパズルのほとんどは状態数が有限個のものである。本研究では、状態数が無限に存在する無限状態数パズルの一つである長方形アウトを計算機で解くシステムについて述べる。長方形アウト解答システムでは、無限個の状態を探索に必要な有限個の状態に限定する。これは、ピースの移動可能範囲内においてピースの移動自由度が0になる点(特徴点)にピースを移動することで次のピースの移動可能範囲が局所的に最大になることに基づき、状態遷移をピースが特徴点にある状態に限定するものである。これによって計算機により最短6手の長方形アウトの解を求めた。

A Solver of Infinity States Puzzles

Chikara Igarashi　Kazutomo Shibahara
Yasuhiro TAJIMA　Yoshiyuki KOTANI
Tokyo University of Agriculture and Technology

Abstract

A lot of puzzles have ever been solved by the computer, but the number of states of most solved puzzles is finite. We will describe a solver of Rectangular-Jam that is a infinity states puzzle. This system limit states for search to feature points whose degree of freedom is 0 because when a piece move to a feature point, the movable range of an another piece is locally the maximum. This system solved Rectangular-Jam by six moves.

１．はじめに

計算機でパズルを解くという試みの歴史は古く、また計算機の処理速度向上や新しい探索アルゴリズムの提案などにより、これまで多くのパズル問題が計算機によって解かれてきた。しかし、これまで解かれたパズルに多く共通する点として、状態空間が有限であることが挙げられる。本稿では、状態数が無限に存在するパズルとして、長方形アウト[1]の解探索を行うことを目的とする。

２．無限状態数パズル

これまで計算機で解かれてきたパズル問題は、そのほとんどが有限の状態数を持つパズルである。状態数が有限であるとは、閉空間内で

状態が不連続に遷移することを表す。逆に、開空間内で状態が遷移する場合、または状態が連続的に遷移する場合は状態数が無限となる。例えば一般的なスライディングパズルの一つである１５パズルは有限状態数パズルである。これは、ピースを入れる箱という制約があるため、状態は閉空間内で遷移する。また状態の遷移は、あるピースを一つ隣に移動するという不連続な遷移である。実際にはピースを一つ隣に移動する間に無限の状態が存在するが、その途中の状態すべてに対して解に至る状態遷移がないことが自明であるため、省略することが可能であり、状態遷移先がピースを一つ隣のマスに移動した状態だけという不連続な遷移で表すことができる。

一方、例えばペントミノパズルの箱の大きさが無限大、すなわち開空間上にピースを敷き詰めるような場合、ピースの置き方は不連続であるが状態は無限に存在する。また、任意の形に切り分けられる裁ち合わせパズルなども、切り分けの可能性が無限に存在するため無限状態数パズルと表せる。無限状態数パズルは他に、本稿で扱う長方形アウトや知恵の輪などが挙げられる。

３．長方形アウト

長方形アウトはスライディングパズルの一つであり、GPCC の 2007 年の問題[2]として採り上げられた。

長方形アウトは図３．１に示すように、下辺に穴の開いた外枠と４枚のピースで構成される。４枚のピースのうち１枚は他の３枚に比べて厚みが薄くなっており、このピースだけが下辺の穴を通ることができる。

長方形アウトは１５パズルのような従来のスライディングパズルに対して空き領域が大きく、ピースがその中で自由に平行移動、回転できることが特徴である。このためピースの移動、回転に伴う状態の遷移が連続的になり、無限の状態を考慮する必要がある。

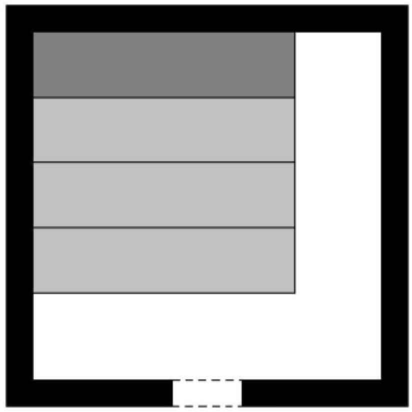


図３．１　長方形アウト

本稿で扱う長方形アウトの問題は、図３．１の状態から、最上段のピースを下辺中央の穴から取り出した状態への遷移手順を求めるものとする。

４．長方形アウトの解探索

４．１　計算機上の盤面情報

長方形アウトは状態が連続であるという性質上、従来の有限状態パズルのように、ある座標にピースが「ある」か「ない」かだけで表現することができない。本システムでは、ピースの状態は図４．１に示すように辺を表す４本の線分、すなわち４頂点の座標および４辺の直線の式で表す。

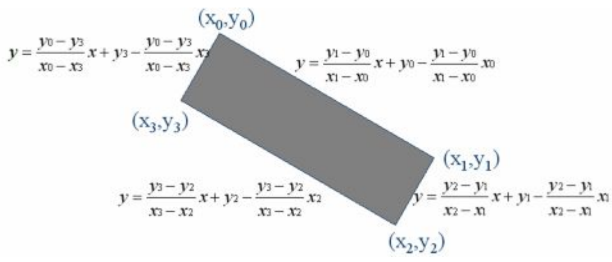


図４．１　ピースの状態表現

長方形アウトの制約の一つとして、ピース同士、もしくはピースと外枠が重なってはならない。この制約を満たすために、ピースの任意の辺を表す線分が、他のすべてのピースの辺の線分および外枠の線分と交わらないようにする。すなわち、正しい状態からあるピースを微小量動かしたときにそのピースの辺の線分と他のピースや外枠の辺の線分が図４．２のように交わるならば、その移動は制約に反するため行えない。

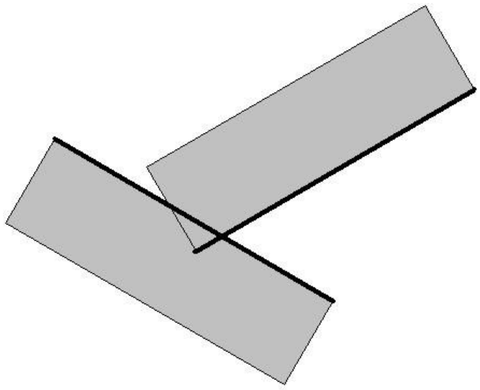


図４． ２　ピースの接触判定

４． ２　探索における遷移状態の限定

長方形アウトはピースの移動が連続的である。これは、ピースを移動した際に遷移する状態数が無限に存在することを意味する。このため、長方形アウトの解探索においては無限個の状態の中から有限個の遷移状態を見つける必要がある。厳密には、計算機上で無限個の状態すべてを表現することが不可能であるため、計算機で扱う以上は状態数は膨大ではあるものの有限個に限定される。この膨大な有限個の状態の中から、探索するうえで有効な遷移状態を限定する必要がある。そこで筆者らは、ピースの自由度が少なくなった状態をピースの状態に関する特徴点とし、この特徴点が探索するうえで有効な状態であると考えた。これは、次に動かすピースの移動可能範囲ができるだけ広くなるように現在のピースを移動させていくことで、移動可能範囲内の特徴点が現在状態から解状態に至るまでの最短経路中の状態に含まれるというヒューリスティクスに基づいている。

ここで、簡単化のためピースを円形とし、ピースの状態を重心座標(x,y)で表すとする。このとき、各成分に対する拘束条件、すなわち外枠や他のピースとの接触がなければ、ピースの自由度は２である。また、例えばピースの右側が外枠と接触している場合、ピースを x 方向の壁側に移動できないため、自由度は１となる。図４． ３にピースの移動自由度の例を示す。

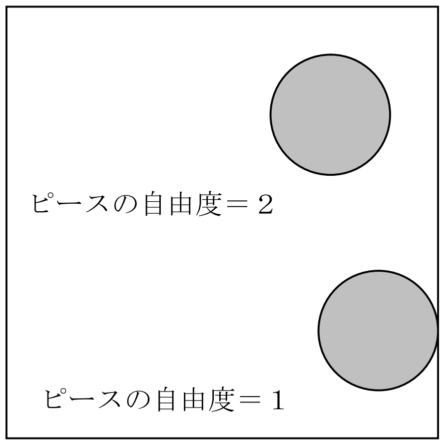


図４． ３　ピースの自由度

次に、ピースが２個ある場合におけるピースの状態特徴点について述べる。図４．４の例はピース A を動かすとした状態を示している。

図４． ４の状態においてピース A の重心の移動可能範囲を示すと図４． ５のようになる。この移動可能範囲の内部にピース A の重心があるとき、ピース A の自由度は２である。また移動可能範囲の境界線上では x 方向もしくは y 方向のどちらかに拘束条件があり、自由度は１になる。さらに移動可能範囲の境界線の頂点部分においては、x 方向および y 方向の両方に拘束条件があるため、自由度が０となる。

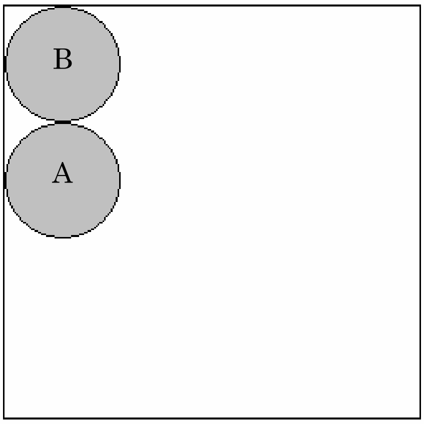


図４．４　ピース状態特徴点の例

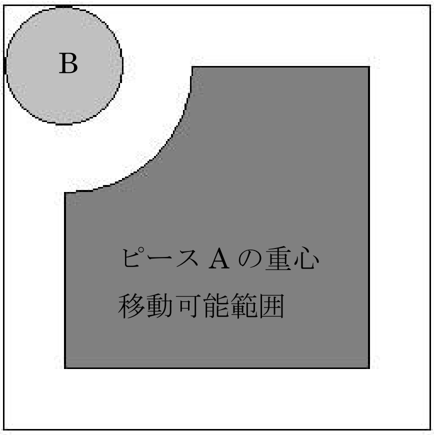


図４．５　図４．４におけるピースＡの
重心移動可能範囲

本システムでは、ピースの自由度が０となる状態をピースの状態に関する特徴点とみなし、遷移状態をこの状態に限定する。これは、自由度が０である状態のピースを微少量動かして自由度を０でなくした場合、他のピースの移動可能範囲が局所的に減少するためである。図４．６(a)では、図４．５におけるピースＡの重心移動可能範囲の中から右上の特徴点を選択し、ピースＡを移動した状態におけるピースＢの重心移動可能範囲を表している。図４．６(b)ではピースＡを自由度２の場所に移動した状態を表している。この例においては、(a)の移動可能範囲が(b)の移動可能範囲を完全に包含

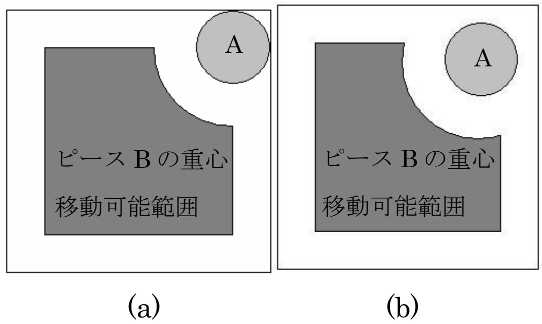


図４．６　ピースＡの位置によるピースＢの
重心移動可能範囲の減少

している。

ただし、状態によっては自由度が０の位置から微少量移動させることで局所的に次のピースの移動可能範囲が増加する、すなわち移動可能範囲が完全に包含しない場合がある。例として大きいピースＡを右上の特徴点に移動したときの小さいピースＢの重心移動可能範囲を図４．７に示した。

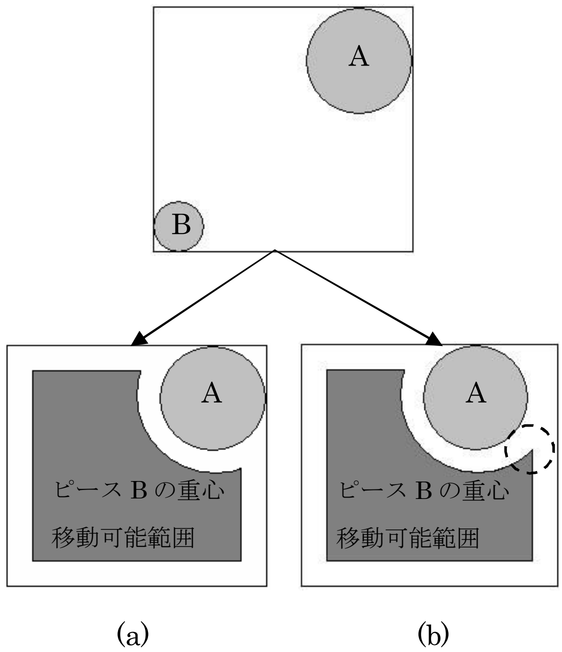


図４．７　自由度増加による
移動可能範囲の増加

ピース A を自由度０の状態から自由度１の状態に微少量移動させたとき、ピース B はピース A と外枠との隙間にもぐりこむ形で移動可能範囲が増加する。しかし、ピース B を右上に移動させることが重要であるならば、ピース A が右上にないときにピース B の移動可能範囲は右上部分が局所的に最大になる。このためピース A の特徴点からの微小変化によるピース B の移動可能範囲の増加分は考慮する必要がなくなる。

以上から、図４．５に示すピース A の重心移動可能範囲における自由度が０となる特徴点を遷移状態とすると、図４．４の状態の次状態への遷移は図４．８に示すようになる。

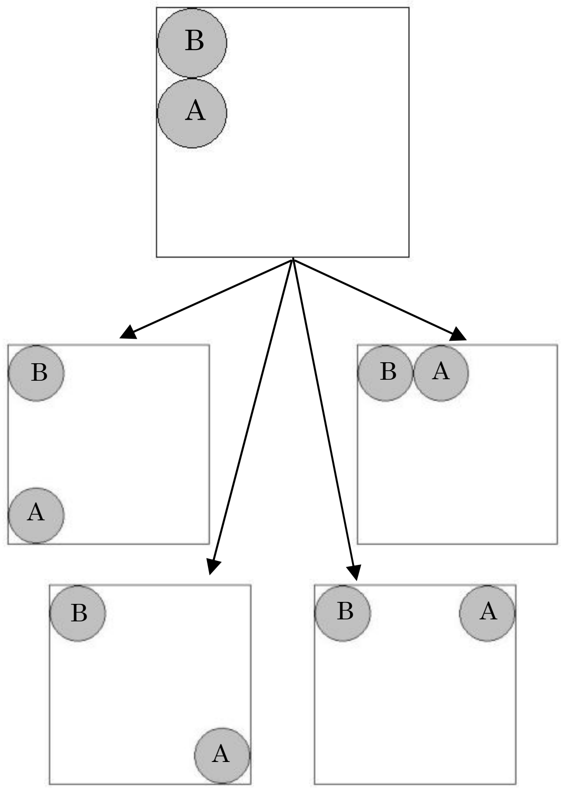


図４．８　特徴点への状態遷移

なお、本システムでは厳密に移動可能範囲の頂点を特徴点として抽出しておらず、ピースを右上、左上、右下、左下の４方向に移動できなくなるまで平行移動させた点を特徴点として近似している。図４．９は平行移動による状態遷移の例を表している。

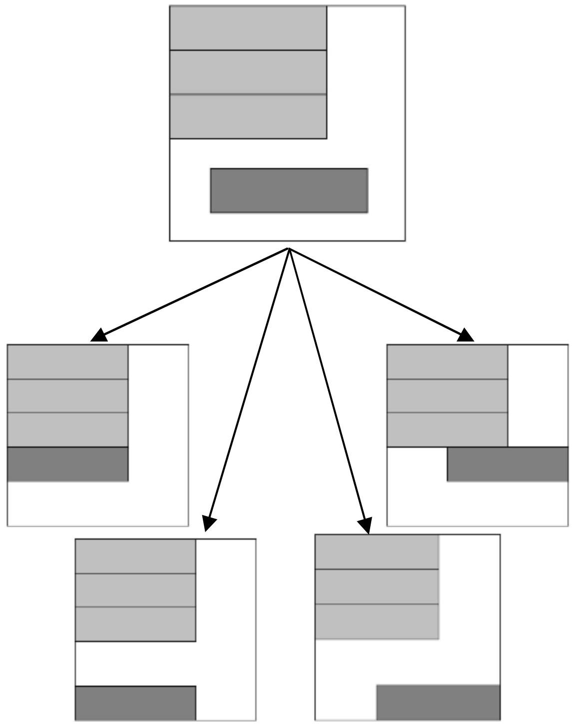


図４．９　平行移動による状態遷移

また、長方形アウトにおいては、ピースの状態が重心座標(x,y)の他に回転角 θ が加わった３自由度となる。回転角 θ の自由度は重心座標に強く依存し、重心座標を回転の中心点にすると x もしくは y のいずれかの自由度がなくなった時点で θ の自由度も０になってしまう。そこで、図４．１０に示すように、ピースの隣接している２頂点、もしくは１頂点と隣接した辺の一点を外枠や他のピースに接したまま動けなくなるまで回転するという動作を設けた。すなわち、一定方向に力を加えたまま、壁や他のピースをこするようにして回転させるような動作である。この動作により、ピースの辺が他のピースや外枠の辺と接しているときに θ の自由度は０となる。

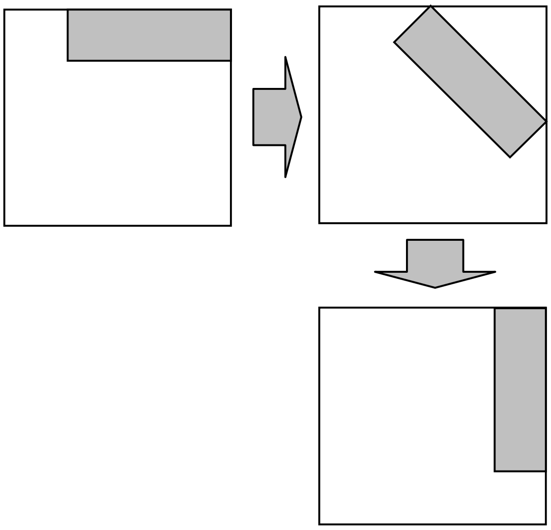


図４．１０　ピースの壁ずらし回転

また、状態遷移はピース一つの動作ではなく、複数ピースが同時に任意方向に平行移動もしくは壁ずらし回転することを可能とする。これらのことから本システムにおける長方形アウトの一手を、次のように定めた。

定義：長方形アウト解探索システムにおける一手

全ピース集合 P_{all}

任意のピース集合 $P \subseteq P_{all}$

平行移動方向集合

　　M＝{ 左上, 右上,左下, 右下 }

とし、P を動かすものとする。このとき、動かす種類は次に定める平行移動、壁ずらし回転のどちらかである。

・平行移動

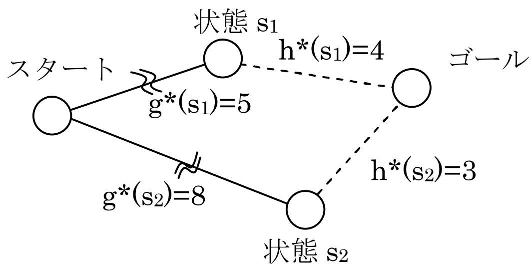
ピース p(∀p∈P)に対して、移動方向 m(∃m∈M)を定める。P をすべて同時にそれぞれ定めた方向に P がすべて動けなくなるまで平行移動させる。

・壁ずらし回転

ピース p(∀p∈P)に対して、前の一手において定められた移動方向 m(∃m∈M)にある壁や他のピースに p の２頂点または１頂点と隣接した辺を接したまま回転させる。

４．３　A*アルゴリズムによる探索順序選択

長方形アウトの解探索として、A*アルゴリズム[3]を用いる。A*アルゴリズムでは、スタート状態から現在状態 s までの最小コスト推定値 g*(s)と、現在状態 s からゴール状態までの最小コスト推定値 h*(s)の和がスタート状態からゴール状態までの最小コスト推定値 f*(s)であるとし、f*(s)が最小となる状態から探索を行うものである。図４．１１に A*アルゴリズムの例として、スタート状態からゴール状態に至る最短の経路を探索する問題の探索途中例を示す。図４．１１は、スタートから推定最小コスト 5 によって到達できる状態 s_1、および推定最小コスト 8 によって到達できる状態 s_2 を見つけた探索状態を表している。この探索状態において、次に探索を行う状態が s_1 か s_2 かを選ぶため、それぞれの状態からゴールまでの推定最小コストを計算する。そしてそれぞれの状態に対してスタートからゴールまでの最小コスト推定値 $f^*(s_1)$,$f^*(s_2)$を計算する。この例では $f^*(s_1) < f^*(s_2)$となるため、状態 s_1 から先に探索を行う。



$f^*(s_1) = 9$

$f^*(s_2) = 11$

図４．１１　A*アルゴリズムの例

長方形アウトの場合の状態 s における最小コストはそれぞれ、スタート状態から動かしてきたピースの移動回数を g*(s)、外に出す目的ピースと下辺の穴の間にあるピースの数＋１、すなわち目的ピースを外に出すために移動しなければならないピースの数を h*(s)とする。本システムでは、目的ピースの各頂点から下辺の穴を結ぶ直線上にあるピースの数を目的ピースと下辺の穴の間にあるピースとして計算した。この g*(s)および h*(s)を用いて、未探索の状態の中から f*(s)が最小になる状態を選び、探索する。

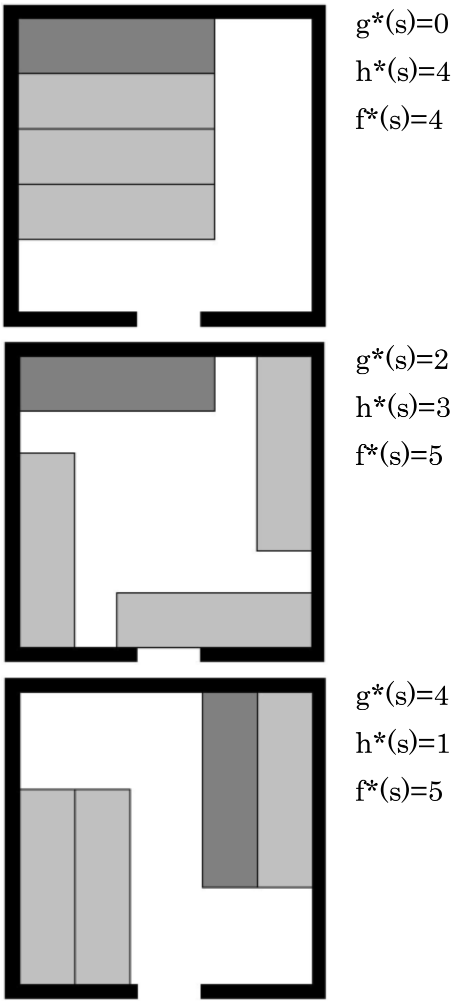


図４．１２　途中状態における
推定最小コスト例

５．長方形アウト解探索システム実行結果

長方形アウト解探索システムの実行の結果、最短６手で解く手順を出力した。図５．１にシステムが出力した解の一例を示す。この解は最短６手で解けたもののうち最もピース移動回数が少ない解である。1、３、５，６手目は矢印方向への平行移動、２、４手目は壁ずらし回転を行っている。

６．長方形アウト解探索システムの考察

今回作成した長方形アウト解探索システムは、一手におけるピースの動作が右上、左上、右下、左下の４方向に現在位置から平行移動するというものであった。しかし、これでは移動可能範囲内における特徴点すべてを網羅できない可能性がある。厳密にすべての特徴点に遷移するため、ピースの辺もしくは２頂点が常に他のピースや外枠に接しながら移動するような動作が必要である。

また、長方形アウトのような状態が連続的であるパズルでは、状態をハッシュテーブルに保持して利用することが困難である。これは、同一とみなせる二つの局面においても、ごく微小な座標の相違によって同一局面とは扱われないためである。このように局面の保持を行わなかったため、同一局面を計算してしまい、全解探索には至らなかった。探索の効率化のため、同じとしても差し支えない局面の判定を行うのが今後の課題である。

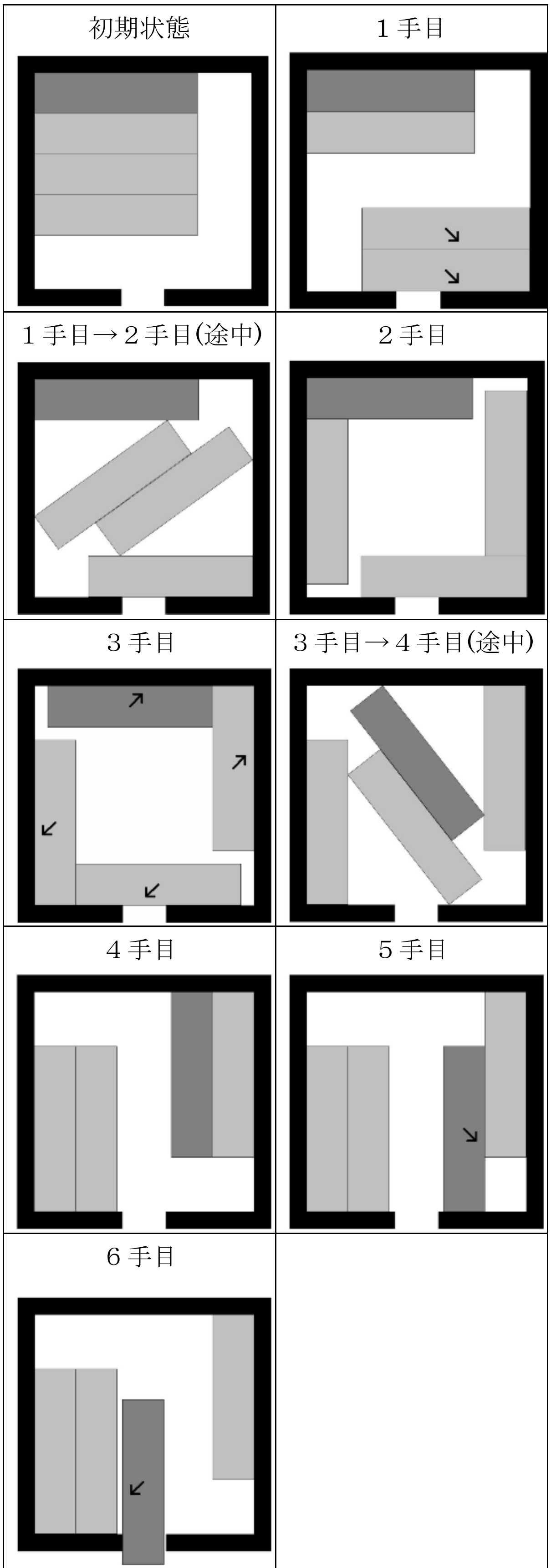


図５．１　長方形アウト解探索システムの出力

７．おわりに

本稿では、状態数が無限に存在するパズルの一つである長方形アウトの解答システムについて述べた。

長方形アウト解探索システムでは探索する状態を特徴点だけに制限し、解探索を行った。

長方形アウト解答システムの実行の結果、最短６手での解を出力した。

参考文献

[1] iwahiro's puzzles: パズルの紹介, http://home.r01.itscom.net/iwahiro/main/jpn_contents/jpn_intro.html#rectangularjam_page

[2] GPCC2007 問題, http://hp.vector.co.jp/authors/VA003988/gpcc/gpcc07.htm#p1

[3] 伊庭斉志, 探索のアルゴリズムと技法, サイエンス社, pp.57-64, 2002