GPU向けのI/O最適な比較ソートアルゴリズム

小池 敦[1,a)]　定兼 邦彦[1,b)]

1. はじめに

本報告では GPU を用いた並列比較ソートアルゴリズムを提案する．GPU 上でプログラムを高速動作させる場合，コアの計算量だけでなくメモリアクセスについても適切に考慮する必要がある．筆者らは GPU 上のアルゴリズムを評価するためのモデルとして AGPU モデル [1] を提案しており，本モデルの I/O 計算量を用いることにより，メモリアクセスの評価を行うことができる．提案アルゴリズムは I/O 計算量のオーダーが理論的な下界と一致する．また，実 GPU 上でも高速に動作する．

2. AGPU モデル

AGPU モデル [1] は GPU 向けアルゴリズムの設計と評価を行うための並列計算モデルである．本モデルのアーキテクチャを図 1 に示す．AGPU モデルは，デバイス内のコア総数 p，マルチプロセッサ内のコア数 b，マルチプロセッサ内の共有メモリの容量 M，メモリのワード長 w の 4 つのパラメータで規定される．マルチプロセッサ内の b 個のコアは同期実行しており，b を用いることでバンクコンフリクトやコアレッシング等の評価を行うことができる．

アルゴリズムの実行時間を評価する基準として，時間計算量と I/O 計算量を使用する．

3. 提案アルゴリズム

既存の GPU 向け比較ソートである GPU-Warpsort [2] を改良する．GPU-Warpsort では，内部でソート列を 2 個ずづマージする処理があるが，提案アルゴリズムでは，ヒープのデータ構造を用いることにより $d(d > 2)$ 個ずつマージできるようにする．

n 要素をソートする時の時間計算量は，GPU-Warpsort，提案アルゴリズムともに $\mathcal{O}\left(\frac{n}{p}\log b \log \frac{n}{b}\right)$ となり，どちらのアルゴリズムも自明な時間計算量下界 $\mathcal{O}\left(\frac{n}{p}\log n\right)$ と比較し，高々 $\mathcal{O}(\log b)$ 倍となる．

I/O 計算量については，GPU-Warpsort が $\mathcal{O}\left(\frac{n}{b}\log \frac{n}{b}\right)$ なのに対し，提案アルゴリズムは $\mathcal{O}\left(\frac{n}{b}\log_{\frac{M}{b}} \frac{n}{b}\right)$ となる．提案アルゴリズムの I/O 計算量は比較ソートアルゴリズムの I/O 計算量下界 [3] と一致する．

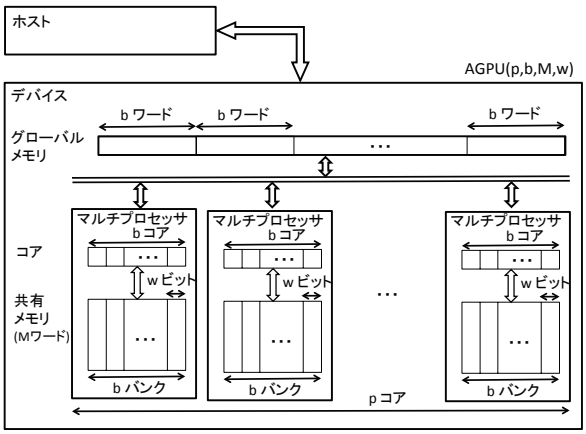

図 1　AGPU モデルのアーキテクチャ

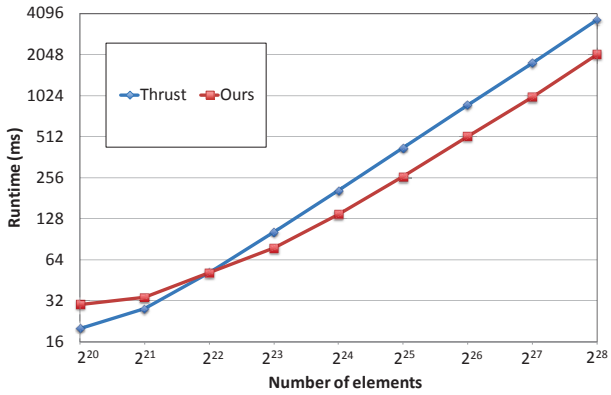

図 2　比較ソートの計算速度

4. 実験結果

標準ライブラリである Thrust の比較ソートと提案アルゴリズムを比較した結果を図 2 に示す．使用した GPU は NVDIA 社の Tesla K20c である．要素数が 2^{28} の時，提案アルゴリズムは Thrust よりも 1.8 倍高速である．

参考文献

[1] 小池 敦, 定兼 邦彦：GPU のための並列計算モデル，コンピュテーション研究会 IEICE-COMP2012-42，電子情報通信学会 (2012).

[2] Ye, X., Fan, D., Lin, W., Yuan, N. and Ienne, P.: High performance comparison-based sorting algorithm on many-core GPUs, *Parallel Distributed Processing (IPDPS), 2010 IEEE International Symposium on*, pp. 1–10, DOI: 10.1109/IPDPS.2010.5470445 (2010).

[3] Aggarwal, A. and Vitter, Jeffrey, S.: The input/output complexity of sorting and related problems, *Commun. ACM*, Vol. 31, No. 9, pp. 1116–1127, DOI: 10.1145/48529.48535 (1988).

1　国立情報学研究所　〒 101–8430 東京都千代田区一ツ橋 2–1–2
a)　koike@nii.ac.jp
b)　sada@nii.ac.jp

ⓒ 2014 Information Processing Society of Japan