

疎な3次元形状を制約条件とした未校正照度差ステレオ法による密な3次元形状の推定

上川 智幸^{1,a)} 宮崎 大輔^{1,b)} 馬場 雅志^{1,c)} 古川 亮^{1,d)} 青山 正人^{1,e)} 日浦 慎作^{1,f)}

概要：3次元モデル化を行う上で、密な3次元形状を取得することは非常に重要である。本稿にて提案する手法では、レンジセンサより得た形状を制約条件とすることで、未校正照度差ステレオ法を起点とした密な法線の推定を行う。はじめにレンジデータの制約を用いて未校正照度差ステレオ法の曖昧性を解いた後、求められた法線および光源方位、さらには入力画像から影や鏡面反射を取り除いた線形化画像を最適化するような処理を繰り返す。このようにして法線、アルベド、光源方位、線形化画像を同時に得られることが本手法の利点であり、同時に入力データが形状および画像のみであることから、計測の負担が少なく汎用性の高い手法にもなっている。

1. はじめに

近年では、管理や公開が容易であることや、劣化しないため修復に利用できるといった観点から、歴史的建造物や史跡、彫像等といった文化財をデジタルデータとして保存するデジタルアーカイブが注目を浴びている。立体物をデータ化することを3次元モデル化といい、詳細なモデル化には膨大な手間が必要となる。

3次元モデルを生成する方法としてレンジセンサのような専用の計測装置を用いる方法が挙げられる。この方法では物体の大まかな形状を素早く計測することができるが、一般的にレンジセンサの分解能はあまり高くないため、物体表面の微細な形状を求めることができない上、表面法線のデータにも誤差が乗りやすく、3次元モデルの見えは実物体と大きく異なってしまう場合がある。そのため、法線データを別の手法によって求め、形状データと統合することでより精度の高い3次元モデルを生成する研究が、様々な方面から行われている。

物体の法線を推定する手法のひとつである照度差ステレオ法 (Photometric Stereo) [1] では、光源方位を変化させることで得られる複数枚の画像の明度の変化から法線を推定する。この方法ではカメラの分解能に応じた密度の形状

が得られるため一般的なレンジセンサよりも高密度な形状を得ることが出来るが、照度差ステレオ法のみで形状を得ようとすると、法線情報から形状を復元する際に全体の形状が歪んでしまう可能性がある。さらに、照度差ステレオ法を用いるためには光源方位が既知であり、物体表面が Lambert 反射面でなければならないという制約がある。光源方位を記録する必要があるために計測の手間が多く、いかにして影や鏡面反射の影響を取り除くかという問題もある。このように画像を用いた3次元モデル化のためのアルゴリズムにおいて、光源方位が未知であることや、対象物体に影や鏡面反射が存在することが問題となる例は少なくない。

本研究では、密な法線の推定を光源方位が未知な環境下でも行えるようにすることで、計測の負担を軽減することを目的とする。本手法はレンジセンサによって得られたレンジデータと、光源方位を変化させて得られた複数枚の画像を入力とする。これらの入力データをもとに未校正照度差ステレオ法 (Uncalibrated Photometric Stereo) [2] を行い、その際に生じる曖昧性をレンジデータから得た法線情報を利用して解くことで光源方位を求める。現実には存在する物体は理想的な Lambert 反射物体ではないことや、レンジデータから得られる法線の精度はそれほど良くないことから、ここで求める光源方位は正確なものではない。しかし、画像から影や鏡面反射を取り除く処理 (これを画像の線形化と呼ぶ) を行いつつ、レンジデータを制約条件とした最適化を繰り返すことで、法線やアルベド、各画像の光源方位、線形化された画像を同時に、また正確に求めることができる。

¹ 広島市立大学大学院
〒731-3194 広島県広島市安佐南区大塚東 3-4-1

a) kamikawa@ime.info.hiroshima-cu.ac.jp

b) miyazaki@hiroshima-cu.ac.jp

c) baba@hiroshima-cu.ac.jp

d) ryo-f@hiroshima-cu.ac.jp

e) masa@hiroshima-cu.ac.jp

f) hiura@hiroshima-cu.ac.jp

2. 関連研究

前述した通り，形状データと法線データをそれぞれ求め，統合することによって密な3次元モデルを生成する研究が数多く行われている。

Nehabら[3]は，レーザレンジセンサで取得した3次元形状と照度差ステレオ法によって推定した法線を組み合わせることにより，密な形状データを取得する手法を提案した。後にこの手法は岡谷ら[4]によって改善された。また，落合ら[5]はレーザレンジセンサによって得られた3次元形状上に，照度差ステレオ法によって得られた表面法線をマッピングすることで密な形状を表現した。これらの研究と同様に，我々の研究もレーザレンジセンサによって得られた3次元形状と，画像とを組み合わせることによって，密な形状（法線）情報を推定している。

また，我々の提案手法の中では画像の線形化と呼ばれる，画像から影や鏡面反射を取り除く処理を行っている。画像の線形化についても様々な研究が行われており，森ら[6]は主成分分析を利用して光学現象の分類を適切に行うことで，画像の線形化を実現した。向川ら[7]はRANSACに基づく画像の線形化手法を提案しており，一方で宮崎と池内[8]は特異値分解を繰り返し計算することで画像の線形化を行った。我々の線形化手法は森らの手法[6]を基にしており，それに加えて半影の影響を考慮することで，より正確な画像の線形化を実現している。

3. 提案手法

本研究は光源方位が未知な環境下において密な法線を推定することを目的としており，レンジセンサによって得られたレンジデータ，および光源方位を変化させて得られた複数枚の画像を入力とする。はじめにレンジデータを制約条件とした未校正照度差ステレオ法を用いて各画像の光源方位を求める。この光源方位は影や鏡面反射の影響により誤差を持つが，ループ処理による最適化によって法線・アルベド・光源方位を正確な値に近づけてゆく。最適化ループの中では入力画像から影や鏡面反射を取り除く処理を行っており，これを画像の線形化と呼ぶ。提案手法の概要を示したものが図1である。

3.1 未校正照度差ステレオ法

対象が Lambert 反射物体であると仮定し，単一強度の平行光源を1つのみ置いた環境の場合，観測輝度 i は次の式で表すことができる。

$$i = \mathbf{s} \cdot \mathbf{l} \quad (1)$$

$\mathbf{s} = (s_x, s_y, s_z)^T$ は単位法線ベクトルとアルベドの積を表す表面ベクトル， $\mathbf{l} = (l_x, l_y, l_z)^T$ は単位光源方位ベクトルである。また，画像数を F ，画素数を P とすると，すべて

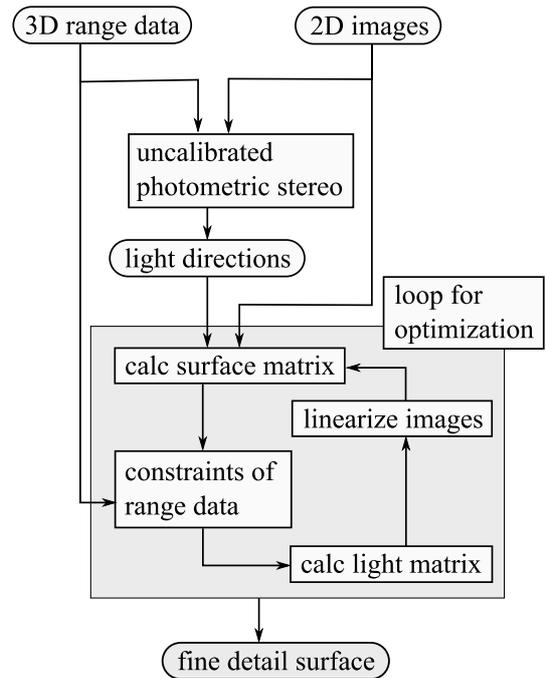


図1 提案手法の概要図

の入力データを次の行列で表すことができる。

$$I = \begin{pmatrix} i_{11} & \cdots & i_{1F} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{P1} & \cdots & i_{PF} \end{pmatrix} \quad (2)$$

この行列 I を画像行列と呼ぶ。画像行列 I は次のように計算できる。

$$I = SL \quad (3)$$

$$S = \begin{pmatrix} s_{1x} & s_{1y} & s_{1z} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ s_{Px} & s_{Py} & s_{Pz} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$L = \begin{pmatrix} l_{x1} & \cdots & l_{xF} \\ l_{y1} & \cdots & l_{yF} \\ l_{z1} & \cdots & l_{zF} \end{pmatrix} \quad (5)$$

以上の式より，画像行列のランクは3であることがわかる。ここで，画像行列 I に対して特異値分解を行う。

$$I = UWV^T \quad (6)$$

U ， W ， V^T のサイズはそれぞれ $P \times F$ ， $F \times F$ ， $F \times F$ である。 W は特異値を含み，その値は降順である。これらの行列は次のように表すことができる。

$$U = \begin{bmatrix} U' & U'' \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} W' & 0 \\ 0 & W'' \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$V^T = \begin{bmatrix} V'^T \\ V''^T \end{bmatrix}$$

U' ， W' ， V'^T のサイズはそれぞれ $P \times 3$ ， 3×3 ， 3×3 で

ある．画像行列のランクが3であるため，これらの行列を用いて画像行列を次のように表現できる．

$$I = U'W'V'^T \quad (8)$$

ここで表面行列と光源行列は次のように表現できる．

$$S' = U'W'^{1/2}, \quad L' = W'^{1/2}V'^T \quad (9)$$

この S' , L' は表面行列，光源行列として正しい値ではなく，正しい S と L を推定するためには S' と L' の間に存在する曖昧性を解く必要がある．曖昧性 A は次のように表される．

$$S = S'A, \quad L = A^{-1}L' \quad (10)$$

ここで A は 3×3 の正則行列である．

本手法では曖昧性を解くためにレンジデータの法線を利用する．画素 p に対応するレンジデータの法線を $n_p = (n_{px}, n_{py}, n_{pz})^T$ としたとき， n_p に直交する異なるベクトルを2つ求め，これらを $m'_p = (m'_{px}, m'_{py}, m'_{pz})^T$ ， $m''_p = (m''_{px}, m''_{py}, m''_{pz})^T$ とする．このとき，画素 p の表面ベクトル $s_p = (s_{px}, s_{py}, s_{pz})^T$ は次の2つの条件を満たす．

$$s_p^T m'_p = 0, \quad s_p^T m''_p = 0 \quad (11)$$

これらの式は，式(10)より，次のように表すことができる．

$$s_p^T A m'_p = 0, \quad s_p^T A m''_p = 0 \quad (12)$$

このとき A を

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (13)$$

とすると，式(12)を変形することで次の式が得られる．

$$CA' = O,$$

$$C = \begin{pmatrix} C'_1 \\ C''_1 \\ C'_2 \\ C''_2 \\ \vdots \\ C'_P \\ C''_P \end{pmatrix}, \quad A' = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \\ a_{31} \\ a_{32} \\ a_{33} \end{pmatrix}, \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$C'_p = \begin{pmatrix} s'_{px} m'_{px} \\ s'_{px} m'_{py} \\ s'_{px} m'_{pz} \\ s'_{py} m'_{px} \\ s'_{py} m'_{py} \\ s'_{py} m'_{pz} \\ s'_{pz} m'_{px} \\ s'_{pz} m'_{py} \\ s'_{pz} m'_{pz} \end{pmatrix}^T, \quad C''_p = \begin{pmatrix} s'_{px} m''_{px} \\ s'_{px} m''_{py} \\ s'_{px} m''_{pz} \\ s'_{py} m''_{px} \\ s'_{py} m''_{py} \\ s'_{py} m''_{pz} \\ s'_{pz} m''_{px} \\ s'_{pz} m''_{py} \\ s'_{pz} m''_{pz} \end{pmatrix}^T \quad (14)$$

ここで P は画素数であり， C , A' , O のサイズはそれぞれ $2P \times 9$, 9×1 , $2P \times 1$ である． A' は A の各要素を並び替えた行列であり， A' が0でないことから C のランクは9とならず，最大で8となる．このとき A' は C の零空間と同値であるため， C に対して特異値分解を行ったとき最小特異値に対応する右特異ベクトルが A' となり，曖昧性 A を求めることができる．曖昧性を解いたことにより，式(10)から光源方位が推定できる．

3.2 ループ処理による最適化

式(3)で表される画像行列 I には影や鏡面反射が含まれていないため，入力画像に影や鏡面反射が存在する場合，3.1節の方法で求めた光源方位には誤差が生じてしまう．そのため，レンジデータを制約条件とした補正を繰り返すことで，画像から影や鏡面反射を取り除きつつ，正しい法線・アルベド・光源方位を求める．

Lambert 反射物体における観測輝度は式(3)で表されるため， S および L は以下の式で求めることができる．

$$S = IL^+ \quad (15)$$

$$L = S^+ I \quad (16)$$

また，画像から影や鏡面反射を取り除くことを画像の線形化と呼び，これについては3.3節にて説明する．画像の線形化および式(15)，式(16)の計算を繰り返すことで，正しい法線・アルベド・光源方位を求めることができる．

上記の計算を繰り返す場合，微小な誤差が少しずつ蓄積されてしまい，最終的に求められる法線方向が全体的に歪んでしまったり，全体的に別の方向を向いてしまう場合がある．これは未校正照度差ステレオ法の曖昧性と同様に， $I = SL = S'AA^{-1}L'$ となるような A が存在するためである．そこで，ここでもレンジデータを制約条件として使用する．レンジデータから得られる法線は一つ一つには誤差があるものの，全体として見たときには大まかに正しい方向を向いている．式(15)によって計算された表面行列 S が歪んでしまうことを防ぐために， S の方向を全体的にレンジデータの法線行列 N の方向へと向けるような変換行列 A を求める．表面行列を正規化したもの(方向に関する成分だけを抜き出したもの)を N' としたとき， N' が N に近づくような行列 A は以下の式で求められる．

$$N'A = N \quad (17)$$

$$A = N'^+ N \quad (18)$$

画素数を P とすると， N および N' のサイズは $P \times 3$ ， A のサイズは 3×3 である．ここで求められた A を用いて表面行列 S を変換することで， S の値が歪んでしまうことを防ぐ．最適化ループ全体の流れについては，図1にて既に示している通りである．

3.3 画像の線形化

式 (3) によって求められた I を I_{linear} としたとき、もとの I と I_{linear} とを比較することで各画素を拡散反射領域、鏡面反射領域、影領域、半影領域に分類する。鏡面反射領域および影領域、半影領域に分類された箇所について I_{linear} の画素を I へと埋め込むことで、画像から影や鏡面反射を取り除く。この分類は、それぞれの光学現象が次のような性質を持つことに基づく。

(a) 拡散反射領域

I_{linear} の画素値は影や鏡面反射を含まない場合の値が求まるため、拡散反射領域の画素値は I と同等である。そのため f 番目の画像の画素 p について、 I_{linear} の画素値を $i_{(f,p)}^L$ と表すと、次の式が成り立つ。

$$i_{(f,p)}^L = i_{(f,p)} \quad (19)$$

(b) 鏡面反射領域

I_{linear} の画素値は鏡面反射成分を含まないため、鏡面反射領域の画素値は I よりも I_{linear} の方が小さくなる。画像に生じるノイズにはどの画素にも一定量加算される加法ノイズ、画素値に乘算で乗る乗法ノイズが存在するため、それぞれに対応できるように閾値 T_{sp1} , T_{sp2} を設定し、次の2式 (20), (21) を組み合わせて鏡面反射領域を判別する。

$$i_{(f,p)}^L < i_{(f,p)} - T_{sp1} \quad (20)$$

$$i_{(f,p)}^L < (1 - T_{sp2})i_{(f,p)} \quad (21)$$

(c) 影領域

様々な外部要因により、実画像の影領域の画素値は0にならない。そこで、閾値 T_{sh} より暗い画素を影領域と判断する。撮影環境によって最適な閾値 T_{sh} の値は異なるため、実験では影領域の画素値を手動で数点サンプリングすることで、閾値 T_{sh} を設定する。なお、物体表面の法線が光源方位を向いていないために生じる影を attached shadow、他の物体により光が遮られるために生じる影を cast shadow と呼ぶ。理想的な Lambert 反射面は表面法線が光源方向を向いていない場合に負の値を持つため、attached shadow が生じる箇所は線形化を行うことで負の値となる。

(d) 半影領域

閾値 T_{sh} だけでは、回折現象などにより cast shadow の境界部分に生じる影の薄い部分を正しく判別することができない。このような領域を半影領域と呼ぶ。 I_{linear} の画素値は cast shadow の影響を含まないため、半影領域の画素値は I よりも I_{linear} の方が大きくなる。鏡面反射領域の判別と同様に閾値 T_{p1} , T_{p2} を設定することで、次の2式 (22), (23) を組み合わせて半影領域を判別する。

$$i_{(f,p)}^L > i_{(f,p)} + T_{p1} \quad (22)$$

$$i_{(f,p)}^L > (1 + T_{p2})i_{(f,p)} \quad (23)$$

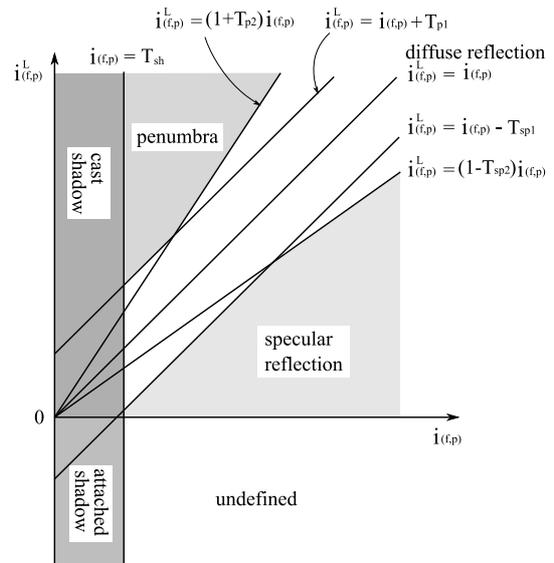


図 2 光学現象の分類基準

鏡面反射領域および半影領域では辺縁部に近づくほどその影響が小さくなり、拡散反射成分のみによる画素値に近づく。そのため閾値処理のみで鏡面反射や半影を取り除くことは困難である。そこで鏡面反射領域および半影領域については、鏡面反射領域あるいは半影領域であると分類された領域に対して領域拡張の処理を行うことで、辺縁部の分類を行う。

光学現象の分類基準を $i_{(f,p)}$ と $i_{(f,p)}^L$ で張られる2次元平面として考えると、図2の通りになる。(a)~(d)で挙げた領域のいずれにも分類されず、図2において undefined に分類されるような光学現象は存在しない。そのため、この領域に分類された点は、線形化段階の誤差に起因するものであると考えられる。

3.2節における最適化のループ処理の中では、上記の閾値 T_{sp1} , T_{sp2} , T_{p1} , T_{p2} を徐々に厳しくすることで画像の線形化を行う。これは、初期状態の入力画像は鏡面反射や影を含んでおり、それらの影響を強く受けてしまうため、画像行列 I と I_{linear} の画素値の違いについて初めは鈍感に、繰り返すごとに次第に敏感に反応させることで、正確な画像の線形化を行うためである。

4. シミュレーション実験

提案手法によって得られる結果を数値的に評価するため、シミュレーションデータによる実験を行った。入力として使用したデータを図3に示す。対象物体は球であるが、入力形状は疎なものであり、かつ精度が悪いことを仮定してノイズを加えている。入力に使用した画像は8bit画像であり、枚数は24枚である。

また、画像の線形化処理を行う際の閾値は次のように設定した。

$$T_{sp1} = 0.8e^{-(k-1)/50.0}$$

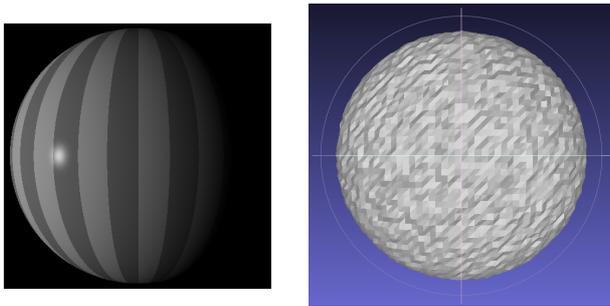


図 3 入力データ (左: 全画像のうちの 1 枚, 右: 3 次元形状)

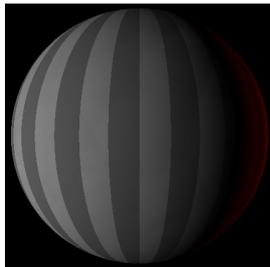


図 4 図 3 左側の線形化画像

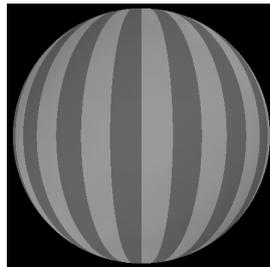


図 5 推定アルベド

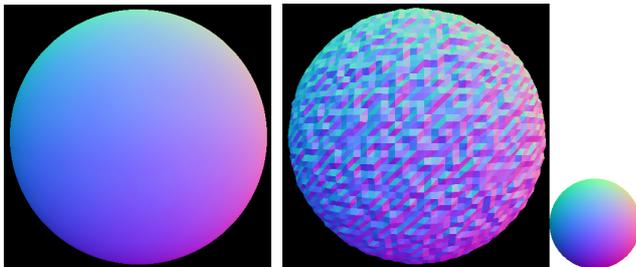


図 6 推定法線

図 7 入力形状から得られる法線

$$T_{sp2} = 80e^{-(k-1)/50.0}$$

$$T_{p1} = 1.0e^{-(k-1)/50.0}$$

$$T_{p2} = 120e^{-(k-1)/50.0}$$

$$T_{sh} = 3$$

ここでの k は繰り返し回数である．最適化ループ処理の終了条件を $T_{sp1} < 0.01$ としたとき，最終的に得られた法線・アルベド・線形化画像を図 4~6 に示す．ここでは線形化画像の負の値を赤色で表現している．また，提案手法によって得られた法線との比較のために，図 3 の入力形状から得られる法線情報を図 7 に示す．入力形状は非常に疎なものでありながら，提案手法によって密度の高い法線が得られたことが分かる．

背景を除いた球の部分の全画素について，法線ベクトルの推定値と真値とが成す角度を誤差としたときの，最大誤差・最小誤差・平均誤差・標準偏差を表 1 に示す．表 1 の左は提案手法によって得られた法線の誤差，右は入力形状から得られた法線の誤差である．入力形状に平均 25 度以上の大きな誤差がある場合でも，提案手法によって得られる法線の誤差は平均 5 度以下と精度良く求められていることが分かる．同様に，推定されたアルベドの誤差を表 2 に

表 1 法線の誤差 (deg)

提案手法		入力形状	
最大値	13.286767	最大値	74.530075
最小値	0.000000	最小値	0.068999
平均値	4.741382	平均値	26.683871
標準偏差	2.380527	標準偏差	14.690993

表 2 推定アルベドの誤差

最大値	32.112618
最小値	0.000007
平均値	4.149185
標準偏差	4.562735

表 3 推定光源方位の誤差

最大値	7.672454
最小値	3.036979
平均値	4.824258
標準偏差	1.460663

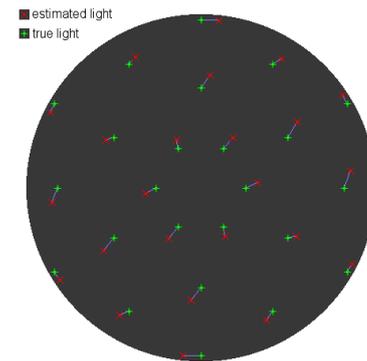


図 8 光源方位をプロットしたもの

示す．ここでは推定値と真値のアルベドの差を誤差としている．こちらも平均誤差は 5 以下であり，全体として妥当な結果が得られていることが分かる．

最後に，求められた各画像の光源方位についても推定値と真値との比較を行う．光源方位についても法線と同様に，光源方位ベクトルの推定値と真値とが成す角度を誤差としたときの，最大誤差・最小誤差・平均誤差・標準偏差を表 3 に示す．また，各画像の光源方位の推定値と真値との位置関係をプロットしたものが図 8 である．ここでの赤い点が推定値，緑の点が真値であり，それぞれの対応関係は青い線で示している．表 3 を見ると光源方位の平均誤差は 5 度以内であり，図 8 での各光源方位の推定値と真値も近い位置となっているため，各画像の光源方位についても精度良く求められていることが分かった．

5. 実データ実験

実物体に対する提案手法の有用性を調べるため，実際に計測したデータを用いて実験を行った．形状計測にはコンカミルタ社製の VIVID910 を，画像撮影には Apogee 社製の Alta U16000C を用いることで，入力画像は 65536 階調を持つ 16bit 画像を使用した．入力に用いたデータを図 9 に示す．使用した画像数は 48 枚である．

また，画像の線形化処理を行う際の閾値は次のように設定した．

$$T_{sp1} = 0.8e^{-(k-1)/50.0}$$

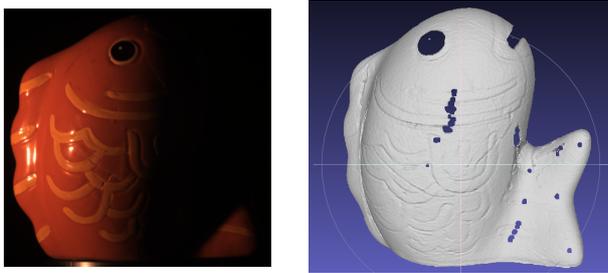


図 9 入力データ (左: 全画像のうちの 1 枚, 右: 3 次元形状)

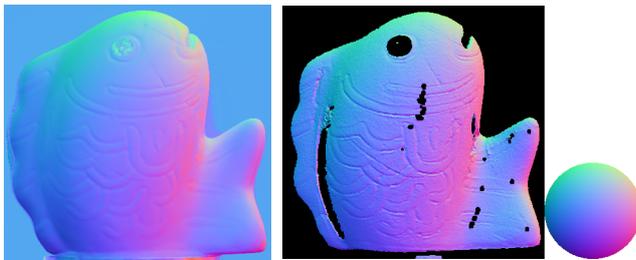


図 10 推定法線

図 11 入力形状から得られる法線



図 12 レンダリング結果 (左: 提案手法, 右: 入力形状)

$$T_{sp2} = 12000e^{-(k-1)/50.0}$$

$$T_{p1} = 1.6e^{-(k-1)/50.0}$$

$$T_{p2} = 24000e^{-(k-1)/50.0}$$

$$T_{sh} = 1500$$

ここでの k は繰り返し回数である．最適化ループ処理の終了条件を $T_{sp1} < 0.01$ としたとき，最終的に得られた法線を図 10 に示す．また，図 9 の入力形状から得られる法線情報を図 11 に示す．

図 10 および図 11 で示した法線をもとにレンダリングを行ったものが図 12 および図 13 である．それぞれ左側が提案手法によって得られた法線 (図 10)，右側が入力形状から得られた法線 (図 11) をもとにしている．対象物体として使用した陶器は表面に浅い溝で模様が刻まれており，溝から少しずれるように塗料が塗られている．レンジセンサで取得した入力形状では溝の縁や塗料の境界に山状の誤差が生じており，さらに各画素ごとに異なった方向の法線の誤差があることから全体的にザラザラとした形状となっている．一方で，提案手法によって得られた法線では誤差が少なく，実物体の陶器に近い滑らかな形状を得られていることが分かる．

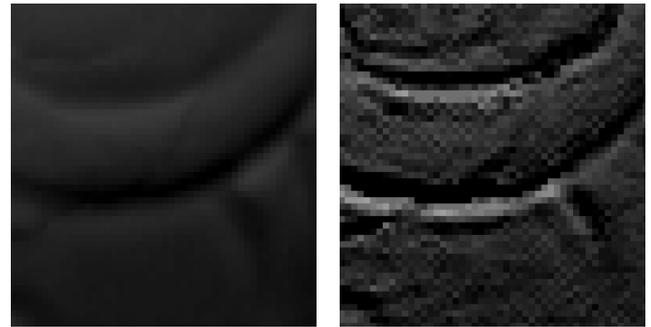


図 13 図 12 の一部を拡大したもの (左: 提案手法, 右: 入力形状)

6. おわりに

今回提案した手法では入力として複数枚の画像に加えレンジデータを使用することで，光源方位が未知な環境下において，レンジセンサ単体の計測よりも実物体の見えに近い密な法線を推定することができた．本手法では法線と同時にアルベドや各画像の光源方位，線形化画像なども推定することができるため，これらのデータを多くの用途に利用できるのではないかと考えられる．また入力とするレンジデータは疎なもので良いため，レンジセンサがそれほど高性能である必要がなく，必要な装置に関するコスト面でも優れているのではないと言える．

参考文献

- [1] R. J. Woodham, "Photometric Method for Determining Surface Orientation from Multiple Images," *Optical Engineering*, Vol.19, No.1, pp.139-144, 1980.
- [2] H. Hayakawa, "Photometric stereo under a light source with arbitrary motion," *Journal of the Optical Society of America A*, vol.11, no.11, pp.3079-3089, 1994.
- [3] D. Nehab, S. Rusinkiewicz, J. Davis, and R. Ramamoorthi, "Efficiently combining positions and normals for precise 3D geometry," *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, 24,3, pp.536-543, 2005.
- [4] T. Okatani and K. Deguchi, "Optimal integration of photometric and geometric surface measurements using inaccurate reflectance/illumination knowledge," in *Proceedings on IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2012.
- [5] K. Ochiai, N. Tsumura, T. Nakaguchi, K. Miyata, and Y. Miyake, "Gonio-spectral based digital archiving and reproduction system for electronic museum," *ACM SIGGRAPH 2006 Research posters*, Article 97, 2006.
- [6] T. Mori, S. Hiura, and K. Sato, "Shadow and specular removal by photometric linearization based on PCA with outlier exclusion," in *Proceedings on International Conference on Computer Vision Theory and Applications*, pp. 221-229, 2012.
- [7] Y. Mukaigawa, Y. Ishii, and T. Shakinaga, "Analysis of photometric factors based on photometric linearization," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 24, no. 10, pp. 3326-3334, 2007.
- [8] D. Miyazaki and K. Ikeuchi, "Photometric stereo under unknown light sources using robust SVD with missing data," in *Proceedings on IEEE International Conference on Image Processing*, pp. 4057-4060, 2010.