

周辺空気圧を考慮した液体のスプラッシング

上田 和英^{1,a)} 藤代 一成^{1,b)}

概要: 液滴が固体表面や液体表面に大きな速度で衝突すると、スプラッシングが起きる。薄い膜となって周囲に広がった液体は、縁に凹凸を生じ、凸の部分が2次的な液滴へと変化する。この現象は、ミルククラウン、スプラッシングペイント、雨粒が舞う水たまりなど、日常の多くの場面で見られ、スプラッシュの特徴が視覚的リアリティに大きく関わる。スプラッシュが生じる物理的メカニズムには知られていない点も多くあり、実験的なアプローチにより、要因となる物理量やそれぞれの関係性が解析されている。そのなかでも、最も重要で、数年前まで知られていなかった要因として、液体周囲の気体からの圧力の影響がある。そこで、本研究では、粒子ベース流体解析法の1つである、SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法において、従来考慮されていなかった周辺気圧をナビエ・ストークス方程式にモデル化し、凹凸が生じて2次的な液滴が生成されるような、スプラッシュの重要な特徴を表現する。提案手法によって、従来のSPHやほとんどの流体シミュレーションで表現することができなかった、フィンガリングなどのリアルな液体の挙動を、わずかな計算コストの追加で実現できることを示す。

キーワード: 流体シミュレーション, スプラッシュ, 周辺気圧, SPH 法

Splashing of Liquids with Ambient Gas Pressure

Abstract: Splashing occurs when a liquid drop hits the solid or fluid surface at a high velocity. The drop after the impact spreads and forms a corona with a thickened rim, which first develops annular undulations and then breaks into secondary droplets. We have many chances to see splashes in our daily life, e.g. milk crown, splashing paint, and raindrops falling onto a pool, whose characteristics of deformation have significant impact on the visual reality of the phenomena. Many experimental studies have been conducted to find a criterion on when splashing would occur, but the physical mechanisms of splashing are still not completely understood. It was only recently discovered that the ambient gas pressure is an important factor for creating a splash. In this article, therefore, we newly incorporate the ambient gas pressure into the Navier-Stokes equation through SPH fluid simulation for representing more accurate splashing dynamics. Our experiments demonstrate how the new approach takes very little extra computing cost to capture real liquid behaviors like fingering, which have not previously been attained by SPH nor most schemes for fluid simulation.

Keywords: Fluid simulation, Splashing, Ambient gas pressure, SPH

1. 背景と目的

ミルククラウンのような、美しく、繊細なスプラッシュの形状変化は、多くの写真家の心を虜にしてきた。スプラッシングは、未だに解明されていない不安定要因によって、崩壊を起こす、顕著な例である。衝突の際の速度、液滴の大きさ、表面張力が、飛び散った液滴の質量、運動量において影響を

及ぼすことは、容易に想像できる [MST95]。しかし、“周辺気体からの圧力”が、この見慣れた現象において、重要な役割を担っていることを想像することは困難だろう [XZN05]。液滴は表面ではじけるときに、コロナを形成しながら広がり、厚くなった縁に凹凸を生じ、表面張力によって2次的な液滴が形成される。周辺気圧を閾値よりも下げると、このようなスプラッシュは生じなくなる [XZN05]。

液体のアニメーションを生成するために、コンピュータグラフィックス (CG) の分野において、物理ベースの手法が多く提案されている。その手法の一つに、流体を粒子の集合と仮定し、それぞれの粒子の作用を、スムーシ

¹ 慶應義塾大学
Keio University, Japan
a) ueda-kazuhide@z7.keio.jp
b) fuji@fj.ics.keio.ac.jp



図 1 滴のスプラッシング。周辺気圧を考慮した我々の手法では、広がった液滴の淵に、筋になって伸びる振動を表現することができる。

グカーネルの和によって求める、SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法がある。高速化と視覚的リアリティ向上のために多くの研究がなされており、本研究でも、この SPH 法を用いて流体解析を行う。

我々は、SPH 法の枠組みに対して、周辺気圧を新たに考慮することで、従来表現することが困難であった、スプラッシングにおける、広がった液体の縁が凹凸になり、筋になって伸びていく現象を表現できるようにする。また、SPH 法において、クラウンスプラッシュが起きる条件を、粘性力、表面張力、周辺気圧などのパラメータとの関係性から提示する。

2. 関連研究

2.1 SPH 法

SPH 法は、Lucy[Lucy77]や Gingold and Monaghan[GM77]によって、天体物理学を取り扱うために考案された考え方である。

Müller らは SPH 法を用いて、インタラクティブな流体シミュレーションとレンダリングを行った [MCG03]。彼らは Morris[Morr00] の考え方を使得表面張力をシミュレーションした。Becker ら [BT07] は、表面の曲率に基づいた、粒子間の引力による表面張力を提案し、また、テイト方程式を用いることで、流体の圧縮性を軽減した。Solenthaler ら [SP09] は、非圧縮流体を表現するための、PCISPH (Predictive-corrective incompressible SPH) を提案した。

適応的に粒子の大きさを変化させることで、高い計算精度を保ちながら、少ない粒子でシミュレーションを行い、計算負荷を少なくした研究も行われている [APKG07], [SG11]。近年、並列処理によって SPH 法を高速化する研究が多く成されている。Harada ら [HKK07a] は、SPH 法を、GPU を用いて高速化した。

2.2 液体と空気の相互作用

Müller ら [MSKG05] は、液体に取り込まれる空気を SPH 法において表現するために、空気粒子を、エアポケットがで

きるであろう箇所に生成した。Schechter ら [SB12] は、空気と固体表面それぞれの液体との境界部分において、Ghost Fluid 法に基づいて仮想粒子を生成し、空気との境界における液体の安定化や、物体との衝突判定などを行った。彼らは曲率による表面張力を考慮しない代わりに、液体粒子と同じ質量、速度を与えられた空気粒子によって、表面付近の液体粒子を安定化した。Boyd ら [BB12] も、空気粒子を用いて、ボトルなどで液体を注ぐ際の気泡の効果や、液滴を液面に落下させた際の微小な泡を表現した。彼らは、空間を空気粒子で埋め尽くしたが、液体粒子と空気粒子が一樣に混住してしまうという問題が生じた。これを解決するために、彼らは、粒子が領域外に出たときは、それぞれの領域に戻すという処理を行っている。

このような背景から、これらの方法では積極的な空気からの圧力は与えておらず、空気、液体、自らの領域を安定的に保つために液体粒子からの作用が使われているが、これではスプラッシングの際の表面の凹凸やフィンガリングは生じない。

2.3 CG におけるスプラッシング

CG の分野において、クラウンスプラッシングを表現しようとした研究がいくつかある [YT10], [TWGT10], [YWTY12]。

オイラー法のシミュレーションによって、Thürey ら [TWGT10] は安定した表面張力を定義し、液体表面における表面張力波を実現した。これにより、強い表面張力を伴った高精度のシミュレーションが可能となり、レイリー・プラトー (R-P) 不安定性により分裂する、2 次的な液滴を表現した。Yu ら [YWTY12] は SPH 法流体における、陽関数曲面による液体表面の追跡方法を提案した。彼らは表面メッシュの 3 次元構造を考慮することで、Thürey ら [TWGT10] よりも複雑な表面張力波を生成した。

Yu ら [YT10] は、SPH 法において、楕円体のスムージングカーネルを用いることで、薄くフラットなクラウンスプラッシュの液体表面を実現した。Ando ら [AT11] は、薄い水膜を検出し、開いた穴に粒子を埋めることで、薄く広がるスプラッシングを表現した。

しかし、これらの研究は、スプラッシングにおける淵の凹凸の発生や、フィンガリングの成長に関しては取り扱っていない。また、最重要ファクタである周辺気体からの作用は考慮されておらず、真空状態でシミュレーションを行っていることになる。

2.4 スプラッシングの実験

液滴が、固体表面や液体表面に衝突すると、スプラッシュが起き、小さな滴となって弾け飛ぶ。スプラッシュは、一瞬で、微小な空間での現象であるため、時間分解された定量的な観察は難しく、その原因や、形状変化の基本的な問題すら解



図2 液滴が液体面に衝突する際に(左図),円柱状の水膜が,外側,上側に噴出し,水面の液体を巻き込み,放射状に成長していく。(中図).ここまでのスプラッシングの変化は,多くの関連研究の結果において表現された.その後,周辺気圧によって,淵に均一的な凹凸が生じ,峰が成長してフィンガリングとなる(右図).“Water crown”という名前が,この特徴的な淵の冠羽が由来とすることからもわかるように,ここはスプラッシングにおいて最も重要なプロセスである.我々の手法では,従来表現できなかったこの挙動が実現できている.

かっていることがある.

スプラッシュ生成の条件を探るために, Weber number (We) と Reynolds number (Re) に基づいて, 定量的な閾値を探る実験的な研究がされてきた [MST95]. これらの研究は, 表面張力, 粘性力などの液体のパラメータや, 衝突する表面の特徴などに関する閾値を調査した. しかし, 数年前に, Xu [XZN05] によって, これらの法則は, 極めて重要なパラメータである, 周辺気体からの圧力を欠いていることが分かった. 彼らは, 低い気圧下ではスプラッシュは完全に生じないことを発見した. Jepsen ら [JYD06] は, 液滴と周辺気圧との相互作用を, 気体の動きを観察できるシュリーレン撮影法を用いて, さらに詳しく解説した.

2.4.1 フィンガリング不安定性

スプラッシュにおけるフィンガリングの要因となる不安定性を解析する研究が, 広く行われてきた. フィンガリングとは, 広がった液体の膜の縁から長い突起を生じることをさす.

コロナスプラッシュ (滴の固体表面への衝突) Allen [Alle75] は, レイリー・テイラー (R-T) 不安定性がフィンガリングを生じさせるとした. R-T 不安定性とは, 密度の異なる2つの流体が界面で接触する際に, 密度の大きい流体から密度の小さい流体に力が働き, 界面の微小な凹凸から擾乱が成長することにより, 流体の運動が不安定化する現象である. Mehdizadeh ら [MCM04] は, この理論を証明するための実験を行った. しかし, 近年の研究 [YJJ*09], [LVY*10] によって, ケルビン・ヘルムホルツ (K-H) 不安定性 (密度や移動速度が異なる流体が接触している界面では, 密度と渦度が不均一になり, 界面に擾乱を与えるとそれが成長する) の方が, R-T 不安定性よりも, スプラッシングのメカニズムの説明に, より相応しいということが示された. なぜなら, K-H 不安定性では, 滴と, 衝突する際の滴下の空気との間で, 運動量の遷移を考慮する. R-T 不安定性では, 低い空気密度の場合や, 滴が等密度の液体表面に落下する場合に一貫した説明ができない. Xu [XZN05] が示したように, 低い空気圧下では, 不安定性は低下するのであるが,

R-T 不安定性においては不安定性は変化せず, また, 液面に液滴が衝突するような, 接触する流体間の密度が等しい場合には, 不安定性は生じないことになる.

クラウンスプラッシュ (滴の液体表面への衝突) 液滴が液体の層に衝突する際にも, フィンガリングや2次的な液滴などが観察される. 空間パターンや2次的な液滴の大きさの変化は, 一般的にひじょうに複雑で実験条件に対して定性的に変化する [Worth1876]. [KH09] において, クラウンの形状変化は, リヒトマイヤー・メシユコフ (R-M) 不安定性によるということが示された. Deegan ら [DBE08] によって, 2次的な液滴の個数は R-P 不安定性によって, 左右するということが示された. Krechetnikov [Krec10] は, R-P 不安定性と R-T 不安定性との相互作用を, 詳しく説明した. 近年, Lhuissier ら [LV12] によって, 破裂する泡の淵における, 帯の形状変化にも, R-T 不安定性が関係していることが示された.

3. 基本手法

流体の支配方程式は, ナビエ・ストークス方程式によって表される:

$$\rho \left(\frac{\delta \mathbf{v}}{\delta t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{a}^{external} \quad (1)$$

ここで, \mathbf{v} 速度, ρ 密度, p 圧力, μ 粘性係数, $\mathbf{a}^{external}$ 外力による加速度 (重力, 表面張力を含む) である.

先に述べたように, 我々は流体解析のために, SPH 法を用いる. SPH 法では, ナビエ・ストークス方程式を粒子の位置で離散化し, 流体を粒子の集合として仮定する. 各粒子 $i \in N$ は, 座標 \mathbf{x}_i , 速度 \mathbf{v}_i , 質量 m_i をもつ. 物理量は, シミュレーション空間上において, 周囲の粒子からの作用を足し合わせることで求めることができる.

密度 ρ_i は, 周囲の粒子 j の質量 m_j の重み付け和によって計算される: $\rho_i = \sum_j m_j W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h)$, ここで, W はスムージングカーネル, h は影響半径である.

圧力と粘性力 我々は, 圧 p_i をテイト方程式 [Mona94] を用いて計算する: $p_i = k \left(\left(\frac{\rho_i}{\rho_0} \right)^7 - 1 \right)$, ここで, k は圧力

係数, ρ_0 は静止密度である. 非圧縮性のために, 我々は $k=2,000$ を用いる. 簡単化のために, 圧力 $\mathbf{f}^{pressure}$ と粘性力 $\mathbf{f}^{viscosity}$ は, 一般的な文献 [MCG03] のように計算するが, 他の手法を用いることもできる.

衝突判定 本研究では, オブジェクトの表面メッシュを用いて衝突判定を行う. 衝突した粒子は, オブジェクト表面に, オブジェクトの法線に沿って, 速度レベルで押し戻す.

4. 液体表面における力

液体表面では, 表面張力, 周辺気圧などの様々な力が, 一定の均衡を保ちながら加わっている. そこでの不均衡が, 表面張力波による波紋, 液膜の淵における凹凸, フィンガリングなどを生じさせる. 小さなスケールにおける液体表面において, 重要なファクタであり, これまでの流体シミュレーションでは考慮されていなかった, 周辺気体からのコンスタントな圧力のモデル化法を詳説する.

表面の定義 文献 [MCG03] のように, 液体表面はカラー関数の等値面によって表現する:

$$\Phi(\mathbf{x}) = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h). \quad (2)$$

表面粒子 我々は, 表面粒子を液体表面の厚み h_{thick} によって定義する (図 3). これは, カラー関数の勾配を用いた, 簡単な線形探索 (\mathbf{x}_i から $\mathbf{x}_i + h_{thick} \nabla \Phi(\mathbf{x}_i)$ まで) によって実現できる. すなわち, ある粒子における $\Phi(\mathbf{x}_i + k \nabla \Phi(\mathbf{x}_i))$ の, $k = 0, k = h_{thick}/2$, and $k = h_{thick}$ における値を計算し, 符号が負となった場合 (液体外に出た場合) は, その粒子を表面粒子 $i \in N_s$ とする.

4.1 表面張力

我々は, 文献 [MCG03] に基づいて, 表面張力を定義する: $\mathbf{a}^{surface} = \sigma \kappa \mathbf{n}_i$, ここで, σ は張力係数, \mathbf{n}_i は液体表面の法線, κ は表面の曲率である. この力は, 表面張力による液体の挙動を表現するために与えられた加速度であり, 曲率を下げるように働く. 曲率は法線の発散によって得られる: $\kappa = -\frac{\nabla^2 \Phi}{|\mathbf{n}_i|}$. しかし, この式により曲率を計算すると, 文献 [MCG03], [BT07] において指摘されるように, いくつかの問題が生じる. 粒子の不均一性が, 2次導関数を計算するのに向いていない. したがって, 曲率は, 法線の差を用いて計算する:

$$\kappa_i = \sum_j m_j \frac{\mathbf{n}_j - \mathbf{n}_i}{\rho_j} \cdot \nabla W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h). \quad (3)$$

また, この力を, 図 3 のように定義した表面粒子 ($N > 3$ の近傍粒子をもつ) にだけ加える. これにより, 文献 [MCG03] において示された, カラー関数の勾配の大きさが小さくなり (液体内部), 誤った法線を考慮してしまう問題は避けられる. また, 近傍粒子が少ない粒子 $N < 4$ には, 表面張力は働かないものとする.

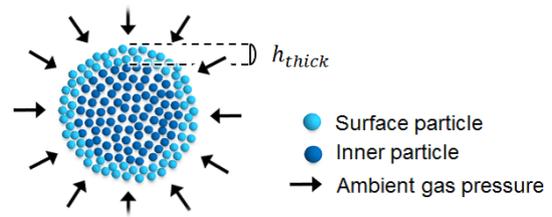


図 3 SPH 法における粒子は, 表面の距離 h_{thick} に応じて 2 段階で区別される: 表面粒子 (薄い青), 内部粒子 (濃い青). 黒い矢印で表された周辺気圧は, 表面粒子にのみ働く.

4.2 周辺気圧

スプラッシュが起きる条件として, 周辺気圧が必要不可欠であることは明らかである. しかし, 気体のどの物理的性質が重要であるのかは明らかとなっていない [XZN05],[Xu07]. Xu らは, 空気の粘性は, 実験空間のスケールが平均自由行程まで小さくならない限り, 圧力によって変化しないということを実験によって示した [XZN05]. すなわち, 空気抵抗のような力は, スプラッシングにおいて, ほとんど影響していないと言える. よって, これまでの流体シミュレーションにおいて考慮された, 空気粒子からの空気抵抗のような圧力 [MSKG05], [SB12], [BB12] では, スプラッシングを表現することはできない. また, Xu らは, 液体の表面張力が圧力によって変化しないことも示した.

周辺気体を理想気体と仮定すると, $p_g = \rho_g R_u T$ という関係が成り立つ. R_u は一般気体定数, T は温度である. 周辺気体の密度を一定と仮定し, 周辺気体圧力勾配 $-\nabla p_g$ を, ナビエ・ストークス方程式に対して追加する. よって, 表面粒子 $i \in N_s$ に対して, 以下の様な力がかかる:

$$\mathbf{f}^{gas} = -\nabla p_g = -(p_g - p_i) \nabla \Phi(\mathbf{x}_i). \quad (4)$$

この単純な作用により, 粒子は, 式 (4) からは想像し難い挙動を示し, これまで表現することができなかった, 液体の挙動においてひじょうに特徴的な現象 (ペイントスプラッシング, クラウンスプラッシュなど) が, 同時に表現可能となる (図 1, 2).

5. 実装

我々は, SPH 法において, 周辺気体の圧力をモデル化した (Algorithm 1 と Algorithm 2). SPH 法における基本的な処理 (Algorithm 1) は, 従来の SPH 法 [MCG03] と同じ流れである. 表面張力と周辺気圧は, 表面粒子にのみ働き (Algorithm 2), その表面粒子は, 4 節のように定義される (Algorithm 3).

我々は, 高速なシミュレーション実現するために, GPU を汎用的に用いて, 並列処理を行う. 近傍粒子探索には, ハッシュ値における近傍粒子の開始と終了のインデックスを保持する方法を用いる. 液体表面は, マーチングキューブ法を用いて抽出する. 本稿の結果は, オープンソースのレイトレーサである POV-Ray ver. 3.62 でレンダリングした.

Algorithm 1 SPH 法

```

parallel execution particle  $i$  do
  calculate density  $\rho_i$  and pressure  $p_i$ 
  calculate force  $\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_i^{pressure} + \mathbf{f}_i^{viscosity}$ 
  execute Surface Dynamics in Algorithm 2
   $\mathbf{a}_i^{new} = \mathbf{a}_i + \mathbf{f}_i / \rho_i + \mathbf{g}$ 
   $\mathbf{v}_i^{new} = \mathbf{v}_i + \Delta t * \mathbf{a}_i$ 
  update  $\mathbf{v}_i$  reflecting on solid boundary condition
   $\mathbf{x}_i^{new} = \mathbf{x}_i + \Delta t * \mathbf{v}_i$ 

```

Algorithm 2 表面における力

```

determine surface particles  $N_s$  in Algorithm 3
if  $i \in N_s$  then
  calculate the curvature of the surface
   $\mathbf{a}_i = \mathbf{a}_i^{surface}$ 
   $\mathbf{f}_i^{new} = \mathbf{f}_i + \mathbf{f}_i^{gas}$ 

```

Algorithm 3 表面粒子の定義

```

if  $N > 3$  then
   $\mathbf{n}_1 = \nabla \Phi(\mathbf{x}_i)$ 
  if  $|\mathbf{n}_1| > \epsilon$  then
     $\Phi_1 = \Phi(\mathbf{x}_i)$ 
     $\Phi_2 = \Phi(\mathbf{x}_i + \frac{h_{thick}}{2} \mathbf{n}_1)$ 
    if  $\Phi_2 < 0$  and  $|\Phi_1 - \Phi_2| > \epsilon$  then
       $\mathbf{n}_i = \mathbf{n}_1$ 
      add particle  $i$  to surface particles  $N_s$ 
      return
     $\Phi_3 = \Phi(\mathbf{x}_i + h_{thick} \mathbf{n}_1)$ 
    if  $\Phi_3 < 0$  and  $|\Phi_1 - \Phi_3| > \epsilon$  then
       $\mathbf{n}_i = \mathbf{n}_1$ 
      add particle  $i$  to surface particles  $N_s$ 
      return
   $\mathbf{n}_i = 0 * \mathbf{n}_i$ 
return

```

パラメタ 我々の実験において、パラメタは以下の様に設定された。まず、粒子間距離 d を、格子のスケールにおいて 1.5 とする。我々のシミュレーションでは、単一格子の長さを $4.0 \times 10^{-3}[m]$ としたので、粒子間距離 d は $6.0 \times 10^{-3}[m]$ ということになる。すると、粒子の重さ $m[kg]$ が以下の式により求まる: $m = d^3 / \rho_0$, ここで、 ρ_0 は、 $1,000 \pm 500[kg/m^3]$ の範囲で設定した。粒子の影響半径 h は、 $2.5 (10.0 \times 10^{-3}[m])$, 表面の厚み h_{thick} は、 $3.7 (14.8 \times 10^{-3}[m])$ とする。また、我々は、物理パラメタを以下の様に変化させて実験を行った: 粘性係数 $\mu = 1.0 \pm 0.9[Ns/m^2]$, 張力係数 $\sigma = 16 \times 10^{-3} \pm 8 \times 10^{-3}[m^2/s^2]$, 周辺気圧 $p_g = 500 \pm 400[kPa][Pa]$ (大気圧 $101[kPa]$ に基づく)。

6. 実験結果

シミュレーションの実行には以下のような環境を用いた。CPU: Intel Xeon E5540 2.53GHz (12.GB Memory). GPU: QuadroFX 4800. シミュレーションステップ Δt は、 $1.0e - 3[s]$ とした。

表 1 物理パラメタと計算時間. この表は、我々の実験結果で用いたパラメタを示している。 $D[cm]$ は滴の初期半径, $L[cm]$ は水溜りの深さ, $V_0[mm/s^2]$ は滴の衝突時の速度, α は物体表面における摩擦係数である。計算時間 [msec.] は、オフタイムのレンダリング時間は含まない, 1 フレームごとのシミュレーションの平均計算時間である。

	#Particles	$D(L)$	V_0	μ	σ	p_g	α	time
図 1	22,983	12.0	40	0.5	4e-3	510	0.99	34
図 2	240,897	8.8 (8)	32	0.3	4e-3	660	1	333
図 4	9,045	8.8	40	0.5	40e-3	820	0.997	22

図 4 左図は、周辺空気圧による液滴の変化を表した最終結果である。周辺気圧を考慮した場合と、しない場合との比較を、図 4 右図において行った。周辺空気圧を考慮していない上段では、粒子が、衝突点の周辺へ放射状に均一に飛び散っているが、はっきりとした淵の凹凸や、フィンガリングは確認できない。一方、周辺空気圧を考慮した下段では、淵が厚みをもちながら、液体の膜が広がる ($t = 84[ms]$)。次に、等方性が淵の不安定性によって崩れ、厚い淵に凹凸が生じる ($t = 126[ms]$)。その淵が、最終的に切り離されて液滴となる突起へと成長する ($t = 168[ms]$)。

表 1 に、各実験結果で使用したパラメタと計算時間をまとめた。マーチングキューブ法に ffffff おけるグリッドを $128^3(1^3[m^3])$ とした。はっきりとしたスプラッシングの特徴を得るために、 p_g を高めに、 σ を低めに設定した。粘性係数 μ は、より細かな淵の凹凸、フィンガリング、2 次的な液滴を観測するために、なるべく低めに設定した。

7. 結論

我々は、ナビエ・ストークス方程式に、周辺気圧による圧力勾配を追加し、SPH 法による流体シミュレーションにおいて、淵の凹凸やフィンガリングを生じるスプラッシング現象を表現した。我々の手法によって、日常の多くのスプラッシング現象を、低い計算コストの追加で実現することができる。また、我々の基本的なスプラッシングの結果は、より複雑なスプラッシングの理解にも繋がると考えられる。

参考文献

- [APKG07] Adams, B., Pauly, M., Keiser, R., and Guibas, L. J.: "Adaptively sampled particle fluids," *ACM Trans. on Graphics*, Vol. 26, No. 3, Article 48, 2007.
- [Alle75] Allen, R. F.: "The role of surface tension in splashing," *J. Coll. Int. Sci.*, Vol. 51, No. 2, pp. 350-351, 1975.
- [AT11] Ando, R. and Tsuruno, R.: "A particle-based method for preserving fluid sheets," in *Proc. the 2011 ACM SIGGRAPH/Eurographics SCA*, pp. 7-16, 2011.
- [BT07] Becker, M. and Teschner, M.: "Weakly compressible SPH for free surface flows," in *Proc. the 2007 ACM SIGGRAPH/Eurographics SCA*, pp. 63-72, 2007.
- [BB12] Boyd, L. and Bridson, R.: "MultiFLIP for energetic two-phase fluid simulation," *ACM Trans. on Graph-*

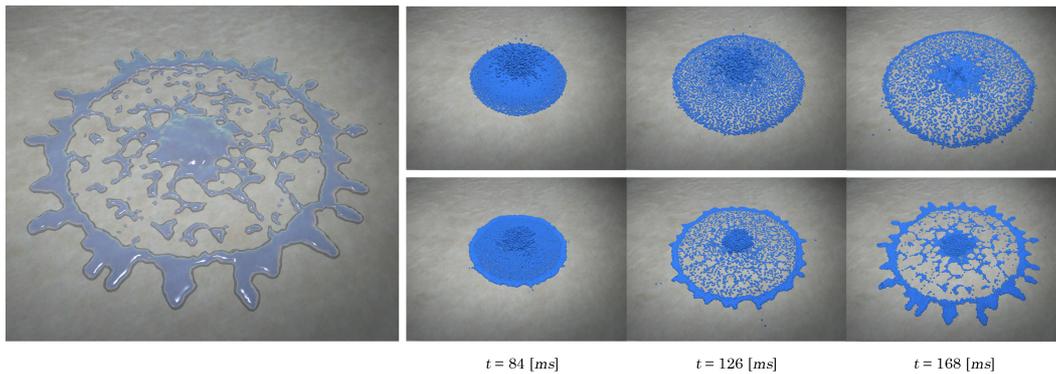


図 4 滴の基板への落下. 上段: 周辺気圧なし. 下段: 周辺気圧あり.

- ics, Vol. 31, No. 2, Article 16, 2012.
- [DBE08] Deegan, R. D., Brunet, P., and Eggers, J.: “Complexities of splashing,” *Nonlinearity*, Vol. 21, No. 1, C1–C11, 2008.
- [GM77] Gingold, R. and Monaghan, J.: “Smoothed Particle Hydrodynamics — Theory and application to non-spherical stars,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol. 181, pp. 375–389, 1977.
- [HKK07a] Harada, T., Koshizuka, S., and Kawaguchi, Y.: “Smoothed particle hydrodynamics on GPUs,” in *Proc. CGI 2007*, pp. 63–70, 2007.
- [JYD06] Jepsen, R. A., Yoon, S. S., and Demosthenous, B.: “Effects of air on splashing during a large droplet impact: experimental and numerical investigations,” *Atomization and Sprays*, Vol. 16, No. 8, pp. 981–996, 2006.
- [KH09] Krechetnikov, R. and Homsy, G. M.: “Crown-forming instability phenomena in the drop splash problem,” *J. Coll. Int. Sci.*, Vol. 331, No. 2, pp. 555–559, 2009.
- [Krec10] Krechetnikov, R.: “Stability of liquid sheet edge,” *Phys. Fluids*, Vol. 22, No. 9, Article 092101, 2010.
- [LV12] Lhuissier, H. and Villermaux, E.: “Bursting bubble aerosols,” *J. Fluid Mech.*, Vol. 696, pp. 5–44, 2012.
- [LVY*10] Liu, J., Vu, H., Yoon, S. S., Jepsen, R., and Aguilar, G.: “Splashing phenomena during liquid droplet impact,” *Atomization and Sprays*, Vol. 20, No. 4, pp. 297–310, 2010.
- [Lucy77] Lucy, L.: “A numerical approach to the testing of the fission hypothesis,” *Astronomical Journal*, Vol. 82, pp. 1013–1024, 1977.
- [MCM04] Mehdizadeh, N. Z., Chandra, S., and Mostaghimi, J.: “Formation of fingers around the edges of a drop hitting a metal plate with high velocity,” *J. Fluid Mech.*, Vol. 510, pp. 353–373, 2004.
- [Mona94] Monaghan, J. J.: “Simulating free surface flows with SPH,” *J. Comput. Phys.*, Vol. 110, pp. 399–406, 1994.
- [Mona05] Monaghan, J. J.: “Smoothed Particle Hydrodynamics,” *Reports on Progress in Physics*, Vol. 68, No. 8, pp. 1703–1759, 2005.
- [Morr00] Morris, J. P.: “Simulating surface tension with smoothed particle hydrodynamics,” *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 33, No. 3, pp. 333–353, 2000.
- [MCG03] Müller, M., Charypar, D., and Gross, M.: “Particle-based fluid simulation for interactive applications,” in *Proc. the 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics SCA*, pp. 154–159, 2003.
- [MSKG05] Müller, M., Solenthaler, B., Keiser, R., and Gross, M.: “Particle-based fluid-fluid interaction,” in *Proc. the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics SCA*, pp. 237–244, 2005.
- [MST95] Mundo, C., Sommerfeld, M., and Tropea, C.: “Droplet-wall collisions: Experimental studies of the deformation and breakup process,” *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 21, No. 2, pp. 151–173, 1995.
- [SB12] Schechter, H. and Bridson, R.: “Ghost SPH for animating water,” *ACM Trans. on Graphics*, Vol. 31, No. 4, Article 61, 2012.
- [SG11] Solenthaler, B. and Gross, M.: “Two-scale particle simulation,” *ACM Trans. on Graphics*, Vol. 30, No. 4, Article 81, 2011.
- [SP09] Solenthaler, B. and Pajarola, R.: “Predictive-corrective incompressible SPH,” *ACM Trans. on Graphics*, Vol. 28, No. 3, Article 40, 2009.
- [TWGT10] Thürey, N., Wojtan, C., Gross, M., and Turk, G.: “A multiscale approach to mesh-based surface tension flows,” *ACM Trans. on Graphics*, Vol. 29, No. 4, Article 48, 2010.
- [WTGT10] Wojtan, C., Thürey, N., Gross, M., and Turk, G.: “Physics-inspired topology changes for thin fluid features,” *ACM Trans. on Graphics*, Vol. 29, No. 4, Article 50, 2010.
- [Worth1876] Worthington, A.: “On the forms assumed by drops of liquids falling vertically on a horizontal plate,” in *Proc. R. Soc. London*, Vol. 25, pp. 261–271, 1876.
- [Xu07] Xu, L.: “Liquid drop splashing on smooth, rough, and textured surfaces,” *Phys. Rev. E*, Vol. 75, No. 5, pp. 1–8, 2007.
- [XZN05] Xu, L., Zhang, W. W., and Nagel, S. R.: “Drop splashing on a dry smooth surface,” *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 94, No. 18, pp. 1–4, 2005.
- [YJJ*09] Yoon, S. S., Jepsen, R., James, S. C., Liu, J., and Aguilar, G.: “Are drop-impact phenomena described by Rayleigh-Taylor or Kelvin-Helmholtz theory?,” *Drying Technology*, Vol. 27, pp. 1–6, 2009.
- [YT10] Yu, J. and Turk, G.: “Reconstructing surfaces of particle-based fluids using anisotropic kernels,” in *Proc. the 2010 ACM SIGGRAPH/Eurographics SCA*, pp. 217–225, 2010.
- [YWTY12] Yu, J., Wojtan, C., Turk, G., and Yap, C.: “Explicit mesh surfaces for particle based fluids,” *Computer Graphics Forum*, Vol. 31, No. 2, pp. 815–824, 2012.