

03

設計感度解析を用いた 対話的な設計と数値解析の融合

—機能的かつ創造的な設計の支援を目指して—

梅谷信行 (Autodesk Research)

近年、高性能な計算機や、非専門家向けの3次元の形状モデリングツールが一般に広く普及してきている。また、個人をターゲットにした3Dプリンタや、Webベースの3Dプリンティング・サービスが一般化しつつあり、計算機上で設計した創造物が実世界で簡単に製作できるようになってきている。個人が各自のニーズに合ったオリジナルな作品を設計し、紙に印刷するような手軽さで、自宅の机の上に置かれたミニ工場で一品生産することができる時代はすぐそこまで来ている。

しかしながら、大多数の個人にとって物理的な要求を満たす設計をすることはハードルが高いという課題が依然として残っている。物理的な要求は、形状が見た目の良さだけでなく、実用的な機能を果たす場合に重要である。たとえば、服が人間の3次元の体にフィットするという制約は、布地の変形という物理現象を考えなければならない。また家具を作る際には、物を乗せたりしたときに家具が壊れない、転倒しないという制約を考えなければならない。非専門家は形状を見ても、その形状が持つ物理的性質を予測することができないのでこのような設計は困難である。また、現在用いられている形状モデリングツールは、幾何的な見た目を編集することに特化しており、物理的な要求を満たすような設計を支援するものではない。物理的な要求を考慮した設計は、専門的な工学的知識や、豊富な経験を持った一部の専門家に限られてきた。

有限要素法解析をはじめとする数値解析を用いることによって、実際に試作品を作ることなしに計算機上で設計物の物理的性能を検証することができる。

ただし、既存の数値解析を行う既存の商用のツールは設計の専門家向けであり、非専門家がそのような商用ツールを使って物理的な要求を満たす設計をすることは困難である。これは現在の設計ツールでは、形状モデリングと数値解析による検証が分離されており、両者を融合するようなインタラクティブ設計がされていないからである。

一方で研究としては、本特集の他の記事でも挙げられているとおり、非専門家向けの物理を考慮した設計支援が盛んに模索されている。本稿ではこの分野での最新の知見を踏まえて、非専門家が物理的な要求を考慮した設計をするために、どのように設計システムと数値解析を融合させるインタラクティブ設計を設計すべきかについての指針を示す。その後、そのような設計と数値解析の融合を実現するための要素技術として、もともと最適化の手法の1つであった設計感度解析を新たにインタラクティブのための技術として応用した、筆者らの研究を紹介する。

物理的な要求を満たす設計のための インタラクティブ

数値解析を用いて物理的な要求を満足する設計を行う既存のアプローチには3種類ある。1つは設計ツールと数値解析による検証ツールの個別使用であり、もう1つの方法は形状最適化である。それらに対して、筆者らは設計と解析の対話的な融合というアプローチを提案している。それぞれ詳しく見ていきたい。

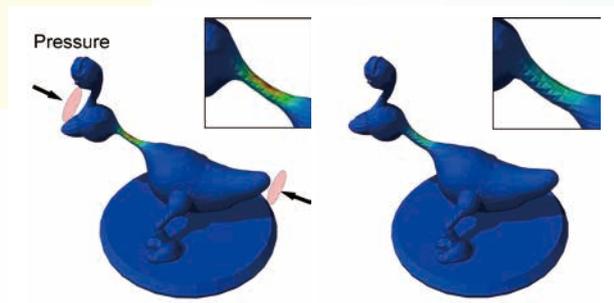


図-1 (左) ユーザからの入力形状と (右) 堅牢性を保つように形状最適化により補強された形状²⁾
©2012 ACM, Inc. Included here by permission.

■ 設計ツールと検証ツールの個別使用

工業的なモノづくりの現場では、一般的に CAE (Computer Aided Engineering) と呼ばれる数値解析を行うソフトウェアを用いて、CAD (Computer Aided Design) ツールによって設計された形状が物理的な要求を満たしているか調べる。このように CAE による数値解析は設計の検証に使われるものであり、創造的な設計を支援するものではない。CAE は工学的な知識を持つ専門家向けのものであり、非専門家がこれを用いて設計することは困難を伴う。問題の端緒は設計ツールと検証ツールが分離されているということに発する。CAD で作成された形状を CAE へ入力するときは、形状ファイルを介してやりとりしなければならず、非常に煩雑な手続きが必要である。また、CAE による数値解析には計算時間がかかるので、設計された形状に基づいて数値解析するのに時間と労力がかかる。このような状況では、数値解析を実行できる形状の数が限られてくるため、必然的に数値解析を実行できるのは、ほぼ最終状態の設計のみに限られる。すなわち、数値解析はデザインの検証に用いることはできても初期段階のデザインの模索には応用が難しいことが問題である。

そもそも、設計ツールと検証ツールは歴史的に独立して開発されていた経緯がある。近年では CAD に、解析機能がプラグインのかたちで導入され、ファイルの入出力を使わないで数値解析ができるような環境 (設計者 CAE と呼ばれる) を提供する流れが加速している。それでも両者の溝は埋まらず、あ

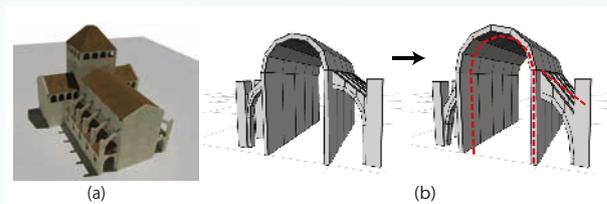


図-2 石造りの建築物 (a) の設計³⁾において、構造の堅牢性が保たれるように形状が修正される様子 (b)
©2009 ACM, Inc. Included here by permission.

る程度の設計が完成してから数値解析を行うという工程自体は変化していない。

このような設計フローを改善するために、設計の初期段階で数値解析を使うという試み¹⁾が自動車の設計を中心になされ始めてきた。これは設計の初期段階で大まかな仕様を決定するために、低解像度の構造要素を用いることによって、精度を落としつつも計算時間を短くし、数値解析の結果を参考にした設計の試行錯誤が容易にできるようにしたものである。

■ 形状最適化

初心者による物理条件を満たす設計を、形状最適化を用いて支援する研究がなされている。代表例として、3D プリンティングされる形状に対して、外力などにより容易に壊れないように形状を補正して自動的に補強する研究²⁾が挙げられる (図-1)。

また、形状最適化において、ユーザが形状を制御しやすくするために、対話的に形状を変形させながら、形状最適化を逐次行うということが、石造建築の設計のために提案されている³⁾。石を積み上げて作る建築物は、ブロック同士の接触力が必ず正でなければならないという物理的な要求を持っている。図-2のように、ユーザが石造建築の設計を変えた際に、それに追従して実時間で接触力が正になるような設計変数を、二次計画法を用いた最適化により探索し、設計を修正する。

ここで形状最適化の利点と問題点について整理しておきたい。まずすべての設計変数 (たとえば部材の長さや太さなど) を次元とする空間を考えてみよう。1つの設計はこの空間の1つの点と考えるこ

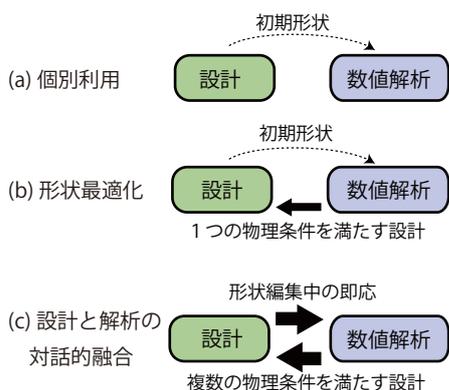


図-3 設計と数値解析の関係図

とができる。最適化する空間で、物理的条件を満たす空間というのは、部分空間になっている。この部分空間がどのような形をしているかで、形状最適化が設計に有効かどうかが決まる。

部分空間が大きい場合、つまりどのような設計においても、物理条件を満たす部分空間が近くにある場合は、形状最適化は入力された設計を少し変えるだけで物理条件を満足できるので、好都合である。反対に物理条件を満たす部分空間が小さい場合は、入力形状が部分空間から離れていると、大きく形状が変化され、意図しなかったような形状にたどり着くという問題がある。部分空間が小さい場合でも、熟練した設計者なら、最適解に近い初期値を設定することができるが、初心者には物理的な性質を見越した設計は困難である。

また、物理条件を満たす部分空間が単純な凸空間であるということも重要である。そうでなければ、1つの入力形状に対して、最適に近い形状が複数考えられる。形状最適化は物理的な条件を満足する設計解を1つだけしかユーザに提示しないが、現実には多数の設計解が考えられる場合がある。そのため形状最適化では、ユーザは提示された形状に満足できなくても受け入れなければならない。

最適化のもう1つの難点は、評価関数を定める点が難しいという点である。設計においては物理的条件以外にも色々な要素を考慮しなければならない。見た目の良さや、加工のしやすさなどは、定量的な評価が難しく、最適化の評価関数に組み込むことは

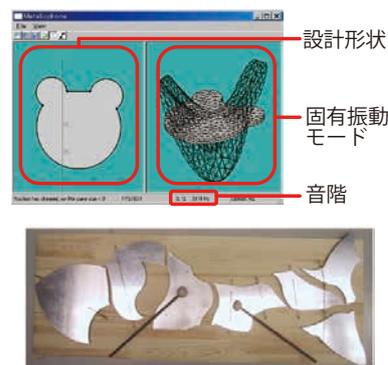


図-4 (上) 鉄琴の設計システム
 (下) 設計された自由形状の鉄琴⁴⁾

困難である。特に、創造的でオリジナルなデザインが目的である個人の設計には、計算機が設計に対する主導権を持ち形状を勝手に決めてしまう形状最適化はユーザの意図に沿った設計ができないことが多い。物理的な性能を最大化したい状況では、形状最適化は大きな力を発揮するが、創造的な設計において、物理以外の多数の要素を考慮し、妥協点を探し出すことは得意とは言えない。

■ 設計と解析の対話的な融合

筆者の提案する設計と数値解析の対話的な融合とは、設計物の解析結果が瞬時に表示されること、そして数値解析の結果をシステムが解釈して、物理条件を満たすような形状をいくつか提示することの2つにより、設計と数値解析の双方向のやりとりを実現することである。図-3に設計と数値解析の関係をまとめた。

対話的な融合を果たすためには、解析結果を実時間で即応的に計算する技術が求められていると言えるだろう。しかしながら、多くの実時間の数値解析は設計変更に対応しておらず、設計には積極的に活用されてこなかった。実時間の物理シミュレーションの応用例としては、ゲームや訓練用のシミュレータなどに限られてきた。

形状処理の最中に、対話的に数値解析の結果を示すことによって、複雑な物理的要求を簡単に満たすことができる。このような例として、筆者らによる鉄琴の設計の研究⁴⁾が挙げられる。図-4のように、

鉄琴の2次元的な形状を編集している最中に、有限要素法による固有値解析により鉄琴の音階を予測して、スピーカから音響信号としてユーザに提示することで、ユーザは特定の音階を持つような鉄琴を自由に設計することができる。

設計感度解析による数値解析の即応化

先に述べた、形状編集と実時間の数値解析の組合せは、大規模な問題には数値解析の応答が遅くなるという問題がある。この問題を解決するために筆者らは設計感度解析による方法を提案している。設計感度解析とは、設計が変化した場合に、数値解析の結果が変化する一次的な応答のことである。設計形状 X (形状はメッシュで表現されているとする) が、いくつかの形状変数 γ で $X(\gamma)$ のように表現されているとする。数値解析の結果を U のように表すとすると、設計感度解析は $S = \partial U / \partial \gamma$ のように書ける。この S は感度モードと呼ばれ、各設計変数に対しての数値解析の結果の一次応答を表現している。

ここで有限要素法を用いた設計感度解析の基礎を簡単に説明したい。数値解析は静解析を仮定とする。静解析において、良設定 (well-posed) 問題を解く場合は形状が定まると一意に数値解析の結果が定まる。つまり $U(\gamma)$ のように形状変数の関数として解析結果を書くことができる。

設計感度を求める最も簡単な方法は差分法近似を用いる方法、つまり

$$S \approx [U(\gamma + \epsilon) - U(\gamma)] / \epsilon, \quad (1)$$

のように、小さな設計変数の変化のもとでどれだけ数値解析の解が変化したかを調べる。ただし、 ϵ は適当な小さな数である。しかし、このような ϵ をうまく選ぶのは難しく、問題依存性が高い。また、設計変数の数だけ解を計算しなければならないので、計算時間がかかる。

このような問題を避けるために、差分法近似ではなく解析的に感度を求める手法を用いる。静解析の有限要素法ではエネルギー関数 $W(U, X(\gamma))$ を最小化するように数値解析の解 U が決まる。弾性体の

数値解析の場合は歪エネルギーや重力ポテンシャルエネルギーなどを考えた全エネルギーに等しい。エネルギー関数が最小化されている際には、関数が極小値をとっているため、微分が0になる ($\nabla W = 0$)。ここで、エネルギー関数を未知数で微分したベクトル $R(U, X(\gamma)) = -\nabla W$ を残差と呼ぶ。静的な有限要素法では残差が0になるような U を求めることで解を求める。

ここで設計変数 γ に対して $R(U, X(\gamma)) = 0$ となるような数値解析の解 U が得られているとする。設計変数の変分 $\delta \gamma$ や、解の変分 δU によっても残差が0に保たれるとすると、次のように書くことができる。

$$R(U + \delta U, X(\gamma + \delta \gamma)) = 0 \quad (2)$$

テーラー展開を用いて、式 (2) を変分について展開しまとめると、次の解析的な設計感度を得る。

$$S = \frac{\partial U}{\partial \gamma} = \left(\frac{\partial R}{\partial U} \right)^{-1} \left(\frac{\partial R}{\partial X} \right) \left(\frac{\partial X}{\partial \gamma} \right) \quad (3)$$

式 (3) 中の $\partial R / \partial U$ は、静解析の有限要素法を解く際に計算される行列に等しく一般に正則行列である。一度この行列の逆行列が計算できれば、すべての設計変数に対して使い回すことができるため、高速に計算できる。

設計感度を用いると、形状編集時に実時間で解析結果を表示することができる。直接編集時には設計形状とマウスのXY座標が関連付けられているので、ディスプレイ上のマウスポインタのXY座標 γ を設計変数とみなすことができる。設計感度 S は、マウスで辺や頂点を移動する形状操作を始める瞬間に計算される。ここでの設計感度は、マウスポインタのX座標とY座標の2つの変化に対応する数値解析の応答を意味している。形状編集の最中には以下のように線形結合で計算できる。

$$\Delta U = S \Delta \gamma \quad (4)$$

この式 (4) は単純な線形モードの重ね合わせなので、非常に高速に計算できる。

■ 設計感度解析を応用した衣服の設計

まず、感度解析を用いた対話的な設計と解析の融



図-5 (上) 対話的な衣服の型紙設計⁵⁾と(下) 実際の服の製作

合の例として、衣服の型紙設計への応用例⁵⁾を紹介する。一般的な衣服は、2次元的な布地を型紙に沿って裁断し、それらを縫い合わせることによって、3次元的な人間の形に合うように作られる。型紙は2次元であるが、それを元に作られる衣服は3次元であるために、両者の関係を把握することが難しく、オリジナルな型紙を設計できるのはパタンナーと呼ばれる専門家に限られていた。そこで、型紙の形状を編集している最中に、その型紙を元に作られた服を人体に着せたときの様子を実時間でシミュレーションしてユーザに提示することで、非専門家でも型紙を作成できるようにした(図-5)。

衣服の変形は、座屈による皺の生成、体表面との摩擦を含む接触などの非線形要素を含んでいるために、設計に対して高い非線形性を示す。このような非線形性の高い現象に対して、線形の感度解析による変形予測は、適応できる範囲が小さく、マウスの移動量が大きいと設計感度解析による予測は、実際の衣服の変形と大きく外れてしまう。そこで、この研究では非線形の衣服の変形予測ができるように、スクリーン上の複数の点における感度と静的な解を、ドラッグ中に保存するという方法で、設計感度解析を非線形に拡張している。

マウスのドラッグ中において静的な変形形状を、式(4)における設計感度解析の予測を起点として反復計算し続ける。静的な変形が求めれば、そのマウスの位置において、設計感度を計算し、保存する。

保存された複数の点における、静的な衣服の変形とその設計感度を、一般化移動最小二乗法(GMLS法)を用いて補間することで、非線形の予測を得ることができる。

■ 設計感度解析を応用した家具設計における設計候補提示

次に、木材が釘で接合されたような家具を、設計候補提示により支援する研究⁶⁾を紹介する。家具にはさまざまな物理的な要求が考えられるが、ここでは家具が所定の場所に荷重を加えても壊れない、倒れないという2つの大きな物理的な要求について考慮した。図-6(上)に示すようにシステムはユーザによる形状操作の最中に、常に背後で家具の構造解析を実行し、現在の家具が壊れそうか否かという最新の情報をユーザに提供する。また、物理的な要求を満たすような編集範囲を注釈としてユーザに与える。

設計中の家具形状が物理的な要求を満たさない場合、システムは要求を満たすようにするいくつかの類似形状を提示する。釘接合された家具が堅牢かどうかは、各接合部分にかかる曲げの力がある一定の範囲の中に収まるかということによって決まる。図-6(下)のように曲げの力を要素とする空間を考える。この空間上の原点付近には曲げの少ない構造が健全である領域が存在する。家具が壊れてしまう場合はこの領域の外に、関節にかかる曲げの力を表す点が位置する。健全な領域の外から健全な領域へとどのように設計変数を組み合わせれば移動されるかを、設計感度解析を元にした一次近似による射影を考えることで、形状の候補を生成することができる。このような機能により非専門家でも簡単に物理的な要求を満たす家具が設計できるようになった(図-6)。

今後どのような設計問題が可能になるか?

対話的な計算は問題の規模に制約を受けるので、大規模な問題は不得意である。設計感度の計算にお

いて、ユーザに応答の遅さを感じさせないためには、マウスをクリックした際にコマ数秒のオーダーで連立一次方程式の求解を行う必要がある。このような計算速度が可能なのは、一般的な数値計算の技術では数千のオーダーの自由度に限られる。3次元ソリッド形状の解析などは非常に需要が高いが、計算の自由度が2次元の場合と比べて圧倒的に大きく、計算が遅くなりがちである。さらに大規模な問題への応用を目指して、高速化の手法を開発することが期待されている。

本稿で取り扱った手法では、設計感度解析を用いる際に静的な解析を考えた。より一般的な問題として、動的問題を考慮できると、たとえば体が動いたときの応答まで考慮した設計ができると考えられる。物体の動的な性質は固有振動モードによって特徴付けることができるが、固有振動モードの設計感度を計算すれば比較的簡単に应用できるであろう。もう1つの応用として経路依存問題が考えられる。これはある時点での準静的な解が、前の時間刻みにおける解に依存する問題である。この場合、設計変数に対する解の変動を調べるためには、増分計算ではなく初期状態から解析をやり直さなければならず困難である。しかし経路依存問題はプレスなどの塑性加工や、樹脂の射出成形などの非常に重要な応用例があるので、今後、対話的な手法を確立することが大きな課題となっている。

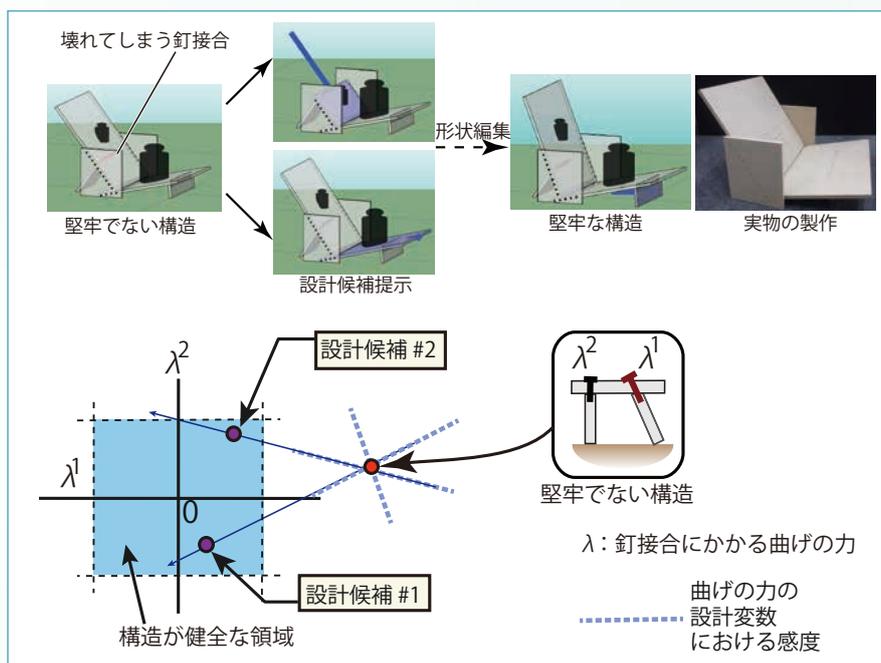


図-6 (上) 候補提示による家具の設計 (下) 感度解析による候補の生成⁶⁾

参考文献

- 1) Nishigaki, H., et al. : First Order Analysis for Automotive Body Structure Design, ASME DETC2000/DAC14533 (2000).
- 2) Stava, O., et al. : Stress Relief : Improving Structural Strength of 3D Printable Objects, ACM Trans. Graph. Vol.31, No.4, Article 48 (2012).
- 3) Whiting, E., Ochsendorf, J. and Durand, F. : Procedural Modeling of Structurally-sound Masonry Buildings, ACM Trans. Graph. Vol.28, No.5, Article 112 (2009).
- 4) 梅谷信行, 高山健志, 三谷 純, 五十嵐健夫 : 実時間固有値解析による 対話的な鉄琴のデザイン, 情報処理学会論文誌, 特集論文 インタラクシヨンの基盤技術, デザインおよび応用, Vol.52, No.4 (2011).
- 5) Umetani, N., Kaufman, D., Igarashi, T. and Grinspun, E. : Sensitive Couture for Interactive Garment Modeling and Editing, ACM Trans. Graph. Vol.30, No.4, Article 90 (2011).
- 6) Umetani, N., Igarashi, T. and Mitra, N. : Guided Exploration of Physically Valid Shapes for Furniture Design, ACM Trans. Graph. Vol.31, No.4, Article 86 (2012).

(2012年10月3日受付)

■ 梅谷信行 n.umetani@gmail.com

2012年東京大学大学院博士後期課程修了。博士(情報理工学)。同年より Autodesk Research に任期付き研究員として所属。数値解析や、設計インタフェースに関する研究に従事。