

いくつかのネットワーク結合離散系カオス変動モデルにおける edge snapping による同期化とその応用

時永 祥三¹

概要: 本報告ではまず、複数の離散系カオス変動系が構成単位として存在し、これらがネットワークにより結合された 3 つのモデルを定義する。これらのモデルにおいては構成単位が次のように定義される。すなわち、生産において協調する企業エージェントと移動可能な労働エージェントが 2 地域に存在するモデル (Model C)、待ち行列モデルにおいて待ち時間に応じて入力を規制する、いわゆる pricing を行うモデル (Model P)、投資問題において利益に応じて資金の借入を決定するモデル (Model I) である。次に、edge snapping の原理に基づいて、ある構成単位 i と他方の構成単位 j との間の結合係数 σ_{ij} が、構成単位の特性の差異を変数として含むダイナミクスにより決定される仕組みを述べる。更にこれを簡素化した方法論として、構成単位 i, j の間の構成単位の特性の差異が最大となるケースを求め、このケースに比例させながら同期化をはかる方法を提案する。応用例として、カオス同期化が可能となる条件および現実データへの適用可能性を考察する。

1. はじめに

ネットワークなどで相互に接続された複数の構成単位における振動を制御し、信号を同期化する方法は通信、生物学、光学などの広い範囲で観測され、これまでいくつかの従来手法を基礎とした方法論が提案されている [1][2]。カオス同期とならんで適用されるカオス制御でも、フィードバック制御を用いて目標レベルとの差異を外力の印加により調整するものがある [3]。しかしながら、最近注目されている同期化の方法として、振動をする構成単位間の接続関係 (初期段階ではすべては未接続) を最適化するものが提案され、構成単位を結ぶ枝の接続・未接続を最適化することから edge snapping と呼ばれている [4][5]。これまで edge snapping による同期化の適用は連続系の問題への適用に限定されており、離散系の変動モデル特にカオス変動モデルへと適用する方法論を議論する必要がある。また応用に関しても、工学的な人工データやモデルに限定されているが、経済社会モデルへの適用を議論することは意義があると思われる [6]-[11]。本報告では、いくつかのネットワーク結合離散系カオス変動モデルにおける edge snapping による同期化とその応用について示す。

本報告ではまず、ここで取り扱う 3 つのモデルを定義する。まず第 1 番目のモデル (Model C) においては、構成単

位が次のように定義され、これらがネットワークにより結合されていると仮定する [6][7]。すなわち、生産において協調する企業エージェントと移動可能な労働エージェントが 2 地域に存在する構成単位であり、労働エージェントだけが地域間を移動できるが、ある地域から別の地域に商品を移動させる $T \geq 1$ のコストが発生すると仮定する。第 2 番目のモデルは、待ち行列モデルにおいて待ち時間に応じて入力を規制する、いわゆる pricing を行う構成単位がネットワーク結合されたモデルである (Model P)[8][9]。第 3 番目のモデルにおいては、投資問題において利益に応じて資金の借入を決定する挙動を定式化した構成単位が、ネットワーク結合されたモデルである (Model I)[11]。次に、edge snapping の原理に基づいて、ある構成単位 i と他方の構成単位 j との間の結合係数 σ_{ij} が、構成単位の特性の差異を変数として含むダイナミクスにより決定される仕組みを述べる。すなわち時間遅れに関する 2 次の振動系にしたがって結合係数が滑らかに変化する仕組みであり、構成単位の特性の間の差異に応じて、これを縮小する方向に結合係数が調整され、最終的には $\sigma_{ij} = 1$ あるいは $\sigma_{ij} = 0$ が達成される。更にこれを簡素化した方法論として構成単位 i, j の間の構成単位の特性の差異が最大となるケースを求め、このケースに比例させながら同期化をはかることにより、カオス同期化を行う方法を提案する。応用例として、カオス同期化が可能となる条件、および現実データへの適用可能性を考察する。

¹ 九州大学大学院経済学研究
Graduate School of Economics, Kyushu Univ.,
6-19-1 Hakozaki, Higashi-ku, Fukuoka, 812-8581 Japan

2. ネットワーク結合離散系カオス変動モデル

2.1 協調する企業・労働エージェントの基本モデル:Model C

以下の示す離散系カオスこのシステムを構成単位として、それぞれがネットワーク結合されたモデルを Model C と呼ぶことにする。いま生産を担うエージェントである企業エージェントと、労働力を提供するエージェントである労働エージェントが存在すると仮定する。地理的に2つの地域 ($i = 1, 2$) を仮定し、これらのそれぞれの地域に、複数の企業エージェントと複数の労働エージェント (配分される要素) が存在すると仮定する。話を簡単にするために、労働エージェントのプールが地域1に存在し、このプールから離脱して労働エージェントは地域2へと移動できると仮定しておく。なお、このような労働エージェントが移動可能であることに対応して、商品の移動コストを導入する。いま $T (\geq 1)$ は商品の移動コストであり、ある地域から別の地域に商品を移動するとき、単位商品あたりに要する費用の割合である。この T を用いて商品の購入可能数を $1/T$ とすることもできるが、以下では別の地域 j の商品を購入するときの価格 p_j が、 p_j から $p_j T$ へと変化することで表現している。なお以下の式の説明で用いる変数の意味については、次のようになる。

$p_i(t), w_i(t)$: 地域 i で生産される商品価格と労賃
 ν : 労働エージェント収入の商品 (農産物以外) への支出割合
 $G_i(t)$: 地域 i での商品の物価指数

労働エージェントの総数を L とすると、これが地域1に存在する割合は $\theta_1(t)$ であるので、地域1のエージェント数は $\theta_1(t)L$ となる。本報告の議論において必要となる主要な式は、以下のものである。地域1における労働エージェントの割合である $\theta_1(t)$ の遷移については、次のような過程をたどる [6][7] (なお $\theta_2(t) = 1 - \theta_1(t)$ である)。

$$\theta_1(t+1) = \theta_1(t) + \theta_1(t)(1 - \theta_1(t))L\gamma \ln \frac{w_1(t)}{w_2(t)} \left(\frac{G_2(t)}{G_1(t)} \right)^\nu (1)$$

γ は地域間の労働エージェントの移動速度のパラメータである。この右辺の関数を $f_C(\theta_1)$ として定義しておく。労働エージェントの存在割合 θ_1 の初期値は乱数により与えるので、カオスが発生する場合には初期値依存により、一般的には地域が異なれば挙動も異なることになる。しかし T が相対的に小さい場合には、カオス的な変動を起こさない領域となるので、地域にかかわらず θ_1 は同じ値 (時不変) になる。1つの構成単位におけるカオス変動を説明するために、パラメータ T に依存する変数 $\theta_1(t)$ の分岐図を描く、パラメータが $T > 1.76$ となる範囲では変数 θ_1 はカオス変動にしたがった挙動となる。

2.2 待ち行列でのカオス変動の基本モデル:Model P

サービス (施設への客の到着とか商品市場への商品供給)

を処理する窓口をノードと考え、ノードでのサービスの処理能力 (容量) を μ としておく [8][9]。ノードに流入するフローは、ノードでの待ち時間や処理コストの予測値 (pricing: プライシングと呼ばれる) に関連して調整される。すなわち、ノードでの処理コストに比例してノードへの入力を控える (ノードでの処理コストに反比例して入力する) ことを仮定している。フローの入力調整のモデルにおいては、入り口において時刻 t におけるプライシングの予測値 (例えば待たされる時間など) $\pi(t)$ を用いて、そのままをノードに送るかどうかを判断する。具体的には、プライシングが大きいときには、 Λ (以下では正規化して議論をするので、 $\Lambda = 1$ としておく) より小さい値 (場合によってはゼロとなる) を入力フロー $\lambda(t)$ とする。一方、プライシングが小さい場合には、ほぼ1の値を入力フローとする。このように、このフロー1はノードに対してすべてが供給されるものではなく、この部分が供給されるモデルとなる。 $\lambda(t) = F(\pi(t))$ とするとき関数 $F(\cdot)$ は、次の式により与えられる。

$$F(\pi(t)) = \begin{cases} 1 & (0 \leq \pi(t) \leq d); \\ (a - \pi(t))/(a - d) & (d < \pi(t) < a); \\ 0 & (\pi(t) \geq a) \end{cases} \quad (2)$$

プライシングの値は、指数平滑和により与えられる。

$$\pi(t+1) = \omega\pi(t) + (1 - \omega)p(t), p(t) = Q_\mu(\lambda(t)) \quad (3)$$

$$Q_\mu = \frac{1}{(1 - \lambda/\mu)\mu} \quad (4)$$

関数 $Q_\mu(\lambda)$ は、いわゆる待ちシステムにおける処理時間の分布が指数分布である場合の、平均待ち時間であるとしている。このような関係式を用いて、 $\lambda(t+1)$ を $\lambda(t)$ を用いて表現した式を、 $\lambda(t+1) = f_P(\lambda(t), \pi(t))$, $\pi(t+1) = f_Q(\lambda(t), \pi(t))$ としておく。すなわち、待ち行列の特性は $\lambda(t)$ と $\pi(t)$ の2つの変数が変化することにより推移している。このような待ち行列を1つの構成単位として、これらがネットワーク結合されたシステムを Model P として定義しておく。1つの構成単位におけるカオス変動を説明するために、パラメータ μ に依存する変数 $\pi(t)$ の分岐図を描くと、パラメータが $0.2 < \mu < 0.9$ となる範囲では変数 $\pi(t)$ はカオス変動にしたがった挙動となる。

2.3 投資におけるカオス変動の基本モデル:Model I

企業が投資をしてこの利益を資産として蓄積するモデルが、多くの研究において示されており、市場の条件によっては、さまざまな変動が発生することが議論されている [11]。このようなモデルの1つとして、投資の際の資金を外部から調達するケースにおいて、外部からの調達条件によっては資産の時系列に大きな変動が発生することが示されている [11]。本報告では、このような基本モデルが複数個存在して、ネットワークとして結合されているケース (Model I) を考察する。以下では、個別の構成単位であるモデルを説明

する. 以下で用いる記号の意味は次のようになる.

A :生産効率, r :借入の利率(原資を含む)

ρ :生産関数における資本と労働の代替性

η :利益に対する借入金の規模

$z(t), Z$:投入する労働のとこれを定数としたもの

α_W, e_W :消費される投資利益の割合と投資外収入

企業は投資額 I により得られる利益をもとに, 時刻 $t+1$ における資産を増加(あるいは減少)させる行動を行う. この場合, 時刻 t における資産 $W(t)$ を用いると同時に, 投資に不足する金額を外部から借入すると仮定する. したがって, 投資によって得られる利益から, 借入に相当する返済額を差し引いたものが, 実質的な利益となる. しかしながら, 投資により得られる利益が, なにもしない場合より小さい場合には, 投資は意味が無いので, 外部への貸付が有利となる. この境界となる $W(t)$ の値を W^m とすると, 企業の行動は次のように記述される.

$$W(t+1) = \begin{cases} (1-\alpha_W)[e_W + W(t)^\rho(\xi - r\eta W(t)^{1-\rho})] & (W(t) \leq W^m); \\ (1-\alpha_W)[e_W + rW(t)] & (W(t) > W^m); \end{cases} \quad (5)$$

$$\xi = A\rho^\rho(1+\eta)^\rho Z^{1-\rho} \quad (6)$$

このような構成単位をネットワーク結合したシステムを Model I として定義する. 式(5)に示す関係における右辺を $f_I(W(t))$ として定義しておく. Model I の構成単位においては資産 $W(t)$ は, パラメータ η の大きさによってカオス的変動をすることが分析されており, $W(t)$ についての分岐図を η を横軸として示すことができる.

3. edge snapping による離散系カオス同期化

3.1 滑らかな結合係数調整:同期化手法 I

まず最初に, 以下では edge snapping の原理について整理しておく. いま連続系のシステムにおいて, 複数 (N 個としておく) の変数 x_i についての振動現象が複数の非線形方程式により, 次のように記述されていると仮定する.

$$\dot{x}_i(t) = f(x_i(t)) + c_2 \sum_{j=1}^N \sigma_{ij}(t)(x_j(t) - x_i(t)) \quad (7)$$

$$\ddot{\sigma}_{ij}(t) + d_D \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial V(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} = g(e_{ij}(t)) \quad (8)$$

以下では $g(\cdot)$ を, 次のように定義しておく. 定数 c_1 は, モデルごとの変数の範囲を正規化するためのものである.

$$g(e_{ij}(t)) = c_1 [x_j(t) - x_i(t)]^2 \quad (9)$$

ここで $\sigma_{ij}(t)$ は変数 x_i と変数 x_j を結びつける結合係数(coupling gain)であり, d_D は結合係数のダイナミックにおいて変動をやわらげる damping factor である. また関数 $V(\sigma_{ij})$ は変数の値が $\sigma_{ij} = 1$ あるいは $\sigma_{ij} = 0$ になる点において 1 となる, 2つの安定状態をもつ井戸形ポテンシャル

で, 本報告では文献 [4][5] にならって, 以下の形状を用いる.

$$V(\sigma_{ij}) = b_V \sigma_{ij}^2 (\sigma_{ij} - 1)^2 \quad (10)$$

この振動系の同期化の目的は, それぞれの変数の値が漸的に同じになることである. すなわち $\lim_{t \rightarrow \infty} [x_i(t) - x_j(t)] = 0$ となることである. 本報告では, 式(7)に示す連続系の関係式を離散系に書き直した式を用いることにする. まず変数 $x_i(t)$ の遷移は, 次のように記述される.

$$x_i(t+1) = f(x_i(t)) + c_2 \sum_{j=1}^N \sigma_{ij}(t)(x_j(t) - x_i(t)) \quad (11)$$

次に, 結合係数の変化を示す方程式には 3 次の振動系を用いることにする.

$$(1+d_D+B)\sigma_{ij}(t) - D - [2+d]\sigma_{ij}(t-1) + \sigma_{ij}(t-2) = 0 \quad (12)$$

$$D = c_1 [x_j(t) - x_i(t)]^2, B = \frac{\partial V(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \Big|_{t/\sigma_{ij}} \quad (13)$$

関数 $V(\cdot)$ の偏微分値 $\partial V(\sigma_{ij})/\partial \sigma_{ij}$ は σ_{ij} の 3 次の関数となる. このような変数の間の結合関係と, 結合係数のダイナミクスを用いてカオス同期化が行えることは証明が可能であるが, スペースの関係で省略する.

3.2 3つのモデルにおける同期化手法 I の適用

これまで, 変数 $x_i(t)$ により同期化すべき対象の変数を定義してきたが, 変数 $x_i(t)$ と対応する 3 つのモデルにおける変数は, 次のようになっている. ただしネットワーク結合された変数はそれぞれの構成単位において同等であるので, この区別を示す添え字は特に用いていない.

Model C: i 番目の構成要素の労働エージェントの地域 1 への配分比率 $\theta_1(t)$

Model P: i 番目の構成要素の待ち行列への入力 $\lambda(t)$, および待ち行列におけるプライシング $\pi(t)$

Model I: i 番目の構成要素の資産時系列 $W(t)$

Model C, Model I においては, それぞれ $\theta_1(t+1), W(t+1)$ を決める右辺の関数は, それぞれ変数 $\theta_1(t), W(t)$ で記述されるので, 式(11)における関数 $f(\cdot)$ は 1 つであることは自明である. しかしながら, すでにモデルの説明の節において述べたように Model P においては, システムの挙動を決める変数は $\lambda(t)$ および $\pi(t)$ の 2 つが存在するので, 同期化を行う場合には, これらのそれぞれに対して制御を行う必要がある. したがって結合係数の変化を示すダイナミクスも, 2 つの変数に対応させて準備しておく.

また, 同期化により達成されることは, 以下のように解釈されるであろう(必ずしも, 望ましい現象であるとは限らない).

Model C: 地域間における労働エージェント移動パターンが構成要素で同じになる

Model P: それぞれの待ち行列への入力とプライシングが

同じになる

Model I:それぞれの構成要素(例えば市場)での投資行動が同じになる

3.3 簡素化された結合係数設定:同期化手法 II

すでに示した同期化手法 I により, 結合係数を滑らかに変化させ, それぞれのモデルにおける変数の同期化を行うことが可能となる. しかし一方では, 離散系においては連続系とは異なり, 急速に同期化を実施することも, 状況によっては可能となる. したがってここでは, 別の同期化手法 II として, 簡素化された結合係数設定を提案する.

$\sigma_{ij}(t)$ の挙動について文献 [4] においては, 混合的な適用 (hybrid adaptive coupling) が方法論として示されている. すなわち, $\sigma_{ij}(t)$ の遷移について, 次のような決定方法を用いている.

$$\sigma_{ij}(t+1) = \begin{cases} 1, & \Phi(\sigma_{ij}(t), e_{ij}(t)) > L_C; \\ 0, & \text{other} \end{cases} \quad (14)$$

すなわち, 状態変数 x_i と x_j との間における距離に相当する関数 $\Phi(\sigma_{ij}(t), e_{ij}(t))$ の値がある閾値を超える場合に, これらの間の結合を実施し, そうでない場合には特に結合 (接続) しない方法を用いている. この同期化手法は結合係数を滑らかに変化させる同期化手法を, 離散的に簡素化した方法となっている.

本報告では, この方法を更に簡素化した方法 (同期化手法 II) を提案する. いま, ある構成単位である i 番目と j 番目の変数の間の差異を定義する (結合係数の現在の値は, 変数から除外する).

$$\Phi(e_{ij}(t)) = |x_i(t) - x_j(t)| \quad (15)$$

$\Phi(e_{ij}(t)) > L_C$ の関係が成立する場合には結合係数 σ_{ij} を 1 として, そうでない場合には 0 にする.

4. 応用例

4.1 カオス同期化手法 I の適用

シミュレーションの条件は以下のように設定する. なおモデルに含まれる定数は複数あり, これらをさまざまに設定することも可能である. しかし c_1 はデータ正規化のための定数であることや, 調べるべきケース数が増加すること回避するために, 以下では 1 つを除いて, 特定の値に設定している.

Model C:

$$L = 100, \gamma = 0.4, \sigma = 5, \nu = 0.4, c_1 = 0.5, T = 1.7 \sim 2.0$$

Model P:

$$d = 5, b = 2, \mu = 0.2 \sim 0.9, c_1 = 1.5$$

Model I:

$$\rho = 1/3, \alpha = 0.8, r = 1.02, A = 3/2, Z = 100, c_1 = 0.001, \eta = 55 \sim 60$$

また結合係数の振動抑制パラメータ d_D と, 関数 $V(\cdot)$ に

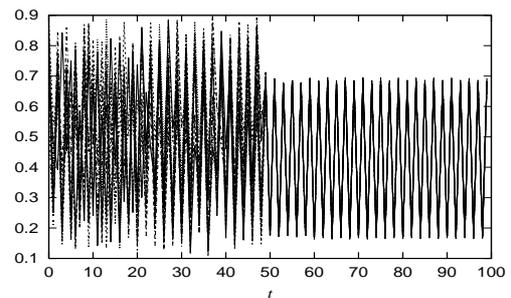


図 1 Model C におけるカオス同期化の例 ($T = 1.9, c_2 = 0.05$)

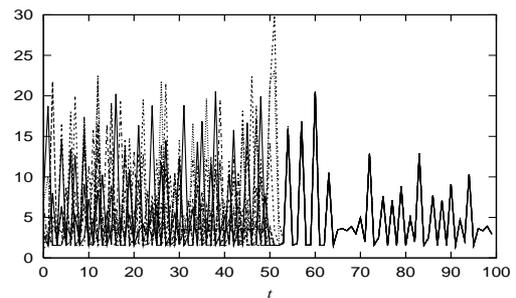


図 2 Model P におけるカオス同期化の例 ($\mu = 0.65, c_2 = 0.05$)

含まれる定数 b_V は, 次のように設定している.

$$d_D = 10, b_V = 30$$

図 1, 2 においては, それぞれ Model C, Model P における同期化の例を示している. 簡素化のため, 10 個の構成要素の間の同期化現象だけを抽出して図示している. 図 1, 2 においては時刻 $t = 49$ までは同期化の制御はなされず, 時刻 $t = 50$ において同期化が開始されている.

4.2 カオス同期化手法 I の条件

次にシミュレーションの条件をさまざまに変化させながらデータを集め, カオス同期化がなされる条件について考察する. 表 1 にはそれぞれ Model C, Model P, Model I において同期化が可能となるパラメータ c_2 の範囲 ($c_L \leq c_2 \leq c_U$ が同期化可能範囲とした場合の c_L, c_U) を, カオス分岐のパラメータとの関係として示している. 表 1 に示した結果から, 次のようなことが分かる

(1) Model C における c_2 と T との関係

同期化が可能となる c_2 の範囲は, 他の 2 つのモデルと比較して相対的に大きくなっている. またパラメータ T に対する同期化可能な c_2 の範囲はほとんど同じであり, カオス変動のさまざまな段階で, 同期化が可能であることを意味している.

(2) Model P における c_2 と μ との関係

同期化が可能となる c_2 の範囲は Model C と比較してやや狭くはなるが, しかし一定の範囲で同期化が可能なが存在することが分かる. また Model C と同様に, パラメータ μ に対する同期化可能な範囲はほとんど同じで, 種々のカオス変動の同期化が可能であることを意味している.

表 1 同期化が可能となる c_2 とパラメータとの関係

Model C	T	1.8	1.9	2.0	-
	c_L	0.001	0.001	0.003	-
	c_U	0.09	0.08	0.07	-
Model P	μ	0.35	0.55	0.75	0.85
	c_U	0.02	0.02	0.01	0.01
	c_U	0.05	0.05	0.05	0.05
Model I	η	55	60	65	-
	c_L	0.02	0.02	0.01	-
	c_U	0.05	0.05	0.06	-

表 2 同期化が可能となる c_2 とパラメータとの関係

Model C	T	1.8	1.9	2.0	-
	c_L	0.007	0.007	0.007	-
	c_U	0.25	0.25	0.3	-
Model P	μ	0.35	0.55	0.75	0.85
	c_L	0.05	0.05	0.05	0.05
	c_U	0.3	0.3	0.3	0.3
Model I	η	55	60	65	-
	c_L	0.1	0.1	0.1	-
	c_U	0.7	0.7	0.8	-

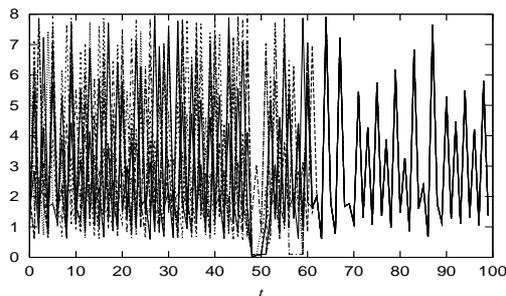


図 3 Model I におけるカオス同期化の例 ($c_2 = 0.2, \eta = 55$)

(3) Model I における c_2 と η との関係

c_2 の範囲は Model C と比較してやや狭くはなるが、同期化が可能なが存在することが分かる。パラメータ η に対する同期化可能な範囲はほとんど同じで、発生するカオス変動に対する種々の同期化が可能であることを意味している。

4.3 カオス同期化手法 II の適用

次に本報告で議論する 3 つのカオス変動モデルについて、シミュレーションの条件は同期化手法と同じであると仮定する。なお式 (17) において、結合係数を 1 にするか 0 にするかを選択を行うための閾値 L_C は、モデルごとに次のように設定しておく。

Model C: $L_C = 0.5$

Model P: $L_C = 0.4$ (λ について), $L_C = 3$ (π について)

Model I: $L_C = 4$

Model I における同期化の例をそれぞれ図 3 に示している。図 3 においては時刻 $t = 49$ までは同期化の制御はなされないで、時刻 $t = 50$ において同期化が開始されている。同期化が完了するまで結合のための入力 (結合入力と呼ぶ) は継続されると仮定する。この場合、変数 $x_i(t)$ への結合入力を変数 $x_j(t)$ との差異 $x_i(t) - x_j(t)$ であるとするが、変数 $x_i(t)$ の相手である変数 $x_j(t)$ は、時刻とともに変化する可能性がある。

なお、結合係数は同期化を開始したあとでは、次第にすべての変数は同じ値をとるようになるので、変数 $x_i(t)$ への結合入力は次第に 0 に収束して、最終的には同期化が完了する。

4.4 カオス同期化手法 II の条件

以下ではシミュレーションの条件をさまざまに変化させながらデータを集め、カオス同期化手法 II を適用した場合にカオス同期がなされる条件について考察する。表 2 にはそれぞれ Model C, Model P, Model I において同期化が可能となるパラメータ c_2 の範囲 ($c_L \leq c_2 \leq c_U$ が同期化可能範囲とした場合の c_L, c_U) を、カオス分岐のパラメータとの関係として示している。表 2 に示した結果から、それぞれのモデルごとの結果を分析することができるが、同期化手法 I における結果と同じような傾向を示しているため、異なる側面だけを分析する。すなわち、カオス分岐のパラメータを変化させても、同期化が達成できるの範囲は大きくは変わらないことがあげられる。しかしながら、同期化手法 I とは異なる点として、パラメータ c_2 の値を全体的に大きな値に設定することが可能となっている。これは、離散系システムの場合において、しかも結合の相手を選択的に取得している効果であると考えられる。

4.5 現実データへの適用の考察

Case I: 日米での人口移動, 雇用変動など経済データ

日米における人口移動, 雇用変動など経済時系列データであり日本の都道府県 (米国は州) について、収集時期を 1960 年から 2005 年まで 5 年ごとの観測値とするデータである。 x_{ik} は i 番目の時系列の都道府県あるいは州 k のデータを意味する。日本のデータは $x_{1k} \sim x_{9k}$ について、人口密度 (人/平方 Km), 高齢率 (1000 人当り), 企業所得 (円), 企業数 (会社数), 住民所得 (円), 勤労者数 (人), 第 1 次産業数 (企業数), 第 2 次産業数 (企業数), 第 3 次産業数 (企業数), であり米国のデータは人口密度 (人/平方 Km), 企業所得 (ドル/社), 住民所得 (ドル/人), 犯罪発生率 (10 万人当り), 移転所得 (ドル/人), 実質移転所得 (ドル/人), 年金生活者数 (1000 人当り), 白人比率 (1000 人当り) である。

Case II: 世界の主要証券市場での大幅な株価変動

最近の世界の主要証券市場での大幅な株価変動 (変動のきっかけとなる事象をイベントと呼んでおく) のデータであり、日本, 韓国, 台湾など主要なアジア市場と、米国と欧州, オーストラリアにおける市場 (合計 10) での、次の 3 つの時期における平均株価の時系列である。イベント発生時刻を T_1 として定義しておく。変数 $x_k(t)$ を時刻 t における

k 番目の株価の値としておく。

(1) イベント発生は 1999 年 12 月 31 日であり、この前後の 45 取引日の株価

(2) イベント発生は 2008 年 9 月 15 日であり、この前後の 45 取引日の株価

(3) イベント発生は 2011 年 10 月 20 日であり、この前後の 45 取引日の株価

ただし現実データの同期化を厳密に示すのは難しいので、以下では簡単な方法を適用する。Case I は Model C に対応し、Case II は Model P, ModelI に対応する。

まず Case I については、時系列の個数を M 、観測期間を $t = 1 \sim T$ として、2 つの区間 $1 \sim T_1$, $T_1 + 1 \sim T$ に分割する。 $x_{ik}(t)$ の時刻 t における平均値を $\bar{x}_i(t)$ とする ($\bar{x}_i(t) = \sum x_{ik}(t)/M$)。 $t = 1 \sim T$ をなお時系列の間の絶対値には開きがあるので、時刻 $t = 1, T_1, T$ においてはそれぞれの時系列の値を平均値 $\bar{x}_i(t)$ に一致させる正規化を行うと仮定し、正規化を行った時系列を、あらためて $x_{ik}(t)$ としておく。それぞれの時系列について 2 つの期間 $1 \sim T_1$, $T_1 + 1 \sim T$ において、次の指標 R_i を定義する。例えば後半の期間 $T_1 + 1 \sim T$ では、 $R_i = \sum_{k=1}^M \sum_{t=1}^{T_1} |x_{ik}(t) - \bar{x}_i(t)| / (T - T_1)$ となる。定義から分かるように、指標 R_i が小さいほど、複数個の時系列(都道府県あるいは州)が同じ値に収束する傾向が見られることが分かる。

次に Case II については、集計する期間をイベント発生時刻 T_1 の前の 45 日と、 T_1 の後の 45 日の 2 つの期間として指標を計算する。なお Case II においては、世界各国の市場での平均株価の連動性を検証しているため、指標 R_i は 1 つ (R_1) である。例えばイベントが生起する前については、指標 R_1 は次のようになる $R_1 = \sum_{k=1}^{10} \sum_{t=T_1-45}^{T_1} |x_k(t) - \bar{x}(t)| / 45$ 。

表 3 には Case I における期間 $t = T_1 + 1 \sim T$ での R_i の値を示している。最初の期間の終わり T_1 は、指標 R_i が最小となるように設定している。また、Case II についてはイベント発生からの後半の期間 $t = T_1 \sim T_1 + 45$ における R_1 の値を、イベント発生以前の期間 $t = T_1 - 45 \sim T_1$ における R_1 の値で割った指標を Q として求める。3 つのイベントごとにこの指標を計算すると、次のようになる。

(1) の場合:0.033,(2) の場合:0.043,(3) の場合:0.038

これらの結果から次のようなことがわかる。まず Case I については、日本(米国)では x_2, x_6, x_7, x_9 (x_2, x_6, x_7) などの時系列では、 R_i の値が極めて小さな値となっている。このようなことから、住民の直接的な経済活動の結果として得られる時系列においては、やや顕著に一定の方向への収束性が見られるが、このような範囲にはない時系列では、相対的に時系列はばらばらに変動していることが分かる。また Case II においては、イベントが発生したあとの期間における指標 R_1 を前半の期間の指標 R_1 で割った値 Q はいずれも小さな値となっており、イベントが発生したあとは、複数

表 3 日本と米国の時系列収束の指標 R_i

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
USA	1.6	0.3	0.9	0.9	0.9	0.3	0.4	1.4	-
Japan	1.0	0.3	2.3	1.2	1.1	0.3	0.3	1.7	0.4

の時系列が同じ方向に収束していることが分かる。

5. むすび

本報告では離散系カオス変動をする構成単位をネットワークにより結合した 3 つのモデルを定義し、構成単位の結合係数を制御することにより同期化を達成する方法を示し、これを簡素化した同期化方法を提案した。応用例として、カオス同期化が可能となる条件および現実データへの適用可能性を考察した。

今後、現実に観測されるより幅広い適用分野の考察、およびカオス同期分析の更なる拡張について、検討を進めていきたい。

参考文献

- [1] L.M.Pecora and T.L.Caroll, "Synchronization in chaotic systems," Phys.Rev.Lett,vol.64,pp.821-824,1990.
- [2] X.F.Wang and G.Chen, "Synchronization in scale free dynamical networks:Robustness and fragility,"IEEE Transaction on Circuit and Systems I, vol.49,no.1,pp.54-62, 2002.
- [3] E.Ott,C.Grebogi and J.A.York, "Controlling chaos," Physical Review Letters, vol.64,no.11, pp.1196-1199,1990.
- [4] P.DeLellis,M.deBernardo,F.Garofalo and M.Porfiri, "Evolution of complex networks via edge snapping," IEEE Transaction on Circuit and Systems, vol.57,no.8,pp.2739-2745,2010.
- [5] P.DeLellis,M.deBernardo and F.Garofalo, "Synchronization of complex networks through local adaptive coupling," Chaos, vol.18, pp.03711,2008.
- [6] M.Currie and I.Kubin, "Chaos in the core-periphery model," Journal of Economic Behavior & Organization, vol.60,pp.252,275, 2006.
- [7] 時永 祥三,池田 欽一, "局所的交流による行動決定と状態遷移を行うマルチエージェントからなる平面上のエージェント・クラスタ形成分析," 情報処理学会論文誌,vol.TOM13, 2011.
- [8] C.M.Rump and S. Stidham,Jr. "Stability and chaos in input pricing for a service facility with adaptive customer response to congestion," Management Science,vol.44,no.2,pp.246-261,1998.
- [9] X.Chen and S.Tokinaga, "Approximation of chaotic dynamics for input pricing at service facilities based on the GP and the control of chaos," IEICE Trans.Fundamentals, vol.E85-A,no.9, pp.2107-2117, 2002.
- [10] 池田 欽一, 時永 祥三, "ノードへのフロー入力調整を含むネットワークにおけるプライシングのカオス性変動の解析とその抑制," 情報処理学会論文誌,TOM0202004,vol.2,no.2,pp.22-37,2009.
- [11] J.Caballe,X.jarque,E.Michetti, "Chaotic dynamics in credit constrained emerging economics," Journal of Economic Dynamics & Control, vol.30,pp.1261-1275, 2006.