Vol.2012-MPS-91 No.9
Vol.2012-BIO-32 No.9
2012/12/6

為替オプション市場における行動ファイナンス

野村 哲史[1]　宮崎 浩一[1]

概要：本論文では為替オプションのインプライド・ボラティリティに対して統計的モデルを適用し，市場参加者の投資行動や市場構造について分析を行う．初めにマン・ホイットニー・ウィルコクソン検定モデルを用い，為替の日次収益率をどれだけ遡ってヒストリカル・ボラティリティを計測すればインプライド・ボラティリティが捉えられるのかに着目し，オプション期間や局面ごとの市場参加者の行動を検証する．次いでボラティリティのスキューと収益率との間にベクトル自己回帰モデルを適用し，Granger の因果性テストを用いボラティリティのスキューに含まれる原資産の予測力を検証する．いずれの検証からも 2008 年の金融危機前後で市場構造と市場参加者の投資行動に変化があることが示される．

Behavioral finance in FX option market

Abstract: This research examines behavior of market participants and market structure in FX option market through statistical test. First, we focus on how many days the market participants go back for daily return data to calculate historical volatility of USDJPY spot rate. More specifically, regarding ATM(At The Money) options with several maturities, we identify the number of days that the historical volatility is equal to implied volatility of each option and then satirically test whether the number of days differs before and after the financial crisis in 2008 with certain significance confidence using Mann-Whitney-Wilcoxon test. Second, assuming that dynamics of volatility skew and USDJPY spot rate return are simultaneously modeled by VAR(Vector-Auto-Regression) model, we examine the forecasting power for future USDJPY spot rate implicitly in the volatility skew by way of Granger Causality test. Result of this analyses suggest that the behavior of market participants and the market structure have changed after the financial crisis.

1. はじめに

本研究ではアット・ザ・マネー（ATM）のインプライド・ボラティリティ（IV）と，ボラティリティ・スキューに着目し，2 つの分析によって為替オプション市場における市場参加者の行動を検証する．1 つめの分析では市場参加者がボラティリティのメルクマールとして利用するヒストリカル・ボラティリティ（HV）に対し，原資産の日次収益率をどれだけ遡って HV を計測すれば ATM の IV が捉えられるのかに注目する．一般的にリーマンショックのように原資産が大きく変動した際にはボラティリティにもショックが発生するが，その場合には直近の原資産の動きを重視してディーラーはオプションの価格提示を行うことが想定される一方，緩やかな相場局面であればボラティリティを過少評価しないように，直近だけではなくより HV の計測日数を長く採用して価格提示を行うものと思われる．そこで本研究では HV を用いて価格提示を行うと仮定した場合に，HV の計測日数そのものの時系列推移ではなく計測日数の分布に着目した上で，異なるオプション期間に対してマン・ホイットニー・ウィルコクソン検定を用いて計測日数の分布に差異があるかの検証を行う．またボラティリティの期間構造によって相場局面を分別した場合，局面によって計測日数の分布に差異があるかについても考察する．

2 つめの分析ではボラティリティのスキューに含まれる原資産の予測力について検証する．Gudhus(2003)[5] は，英ポンド/米ドルおよび米ドル/日本円の 3 カ月オプションのリスク・リバーサル：RR に関するデータをもとに，1997 年から 2002 年までの期間に対して原資産との関係性をベクトル自己回帰 (VAR) モデルによって分析している．RR はコール・オプションの買い（売り）とプット・オプション売り（買い）を同時に取引するものであるが，Gudhus(2003)[5] では，3 カ月オプションの RR と為替スポット価格との間の正の相関を示した後，それに整合的な

[1] 電気通信大学
The University of Electro-Communications

© 2012 Information Processing Society of Japan

投機筋とヘッジャーの投資行動を言及することに留まっている．しかしながら原資産の方向性を取引するに際しては，取組方法は RR に限らず，コール・オプションやプット・オプション単体で取引することやオプション期間を変えたカレンダー・スプレッドでの取引も考えられ，RR のみを用いて検証するだけでは不十分であると考えられる．そこで本研究では，RR をコール・オプションとプット・オプションのボラティリティに分別して，Gudhus(2003)[5] と同様に VAR モデルを想定し Granger の因果性テストを行い，スキューと原資産価格の因果関係を考察する．また 1 つめの分析と同様にボラティリティの期間構造によって相場局面を分別し，予測力に違いがあるか否かも検討する．

2. 為替オプション市場の構造

2.1 為替オプション市場の市場慣行

為替オプション市場の取引ではプレミアムではなくボラティリティで取引され，ATM だけでなく RR とバタフライ：BF(ATM でのストラドル取引の購入または売却と，ATM から一定のデルタ値が離れたプット・オプションとコール・オプションを売却または購入するストラングル取引の組み合わせであり，BF を買う（売る）とはストラドルを買い（売り），ストラングルを売る（買う）取引) が市場の標準取引として図 1 のように提示されている．図 1 の縦軸はオプションの期間を表し翌営業日を満期日とする ON（Over Night）から最長で 15 年までの取引が行われている．ATM と表示されている列は，ATM のコール・オプションと ATM のプット・オプションを同時に購入するストラドルと呼ばれる取引を構築する際に適用される IV が年率のパーセントにて表示されている．こちらの例ではオプション期間が短いほど IV は低く，長くなるほど高くなっており，ボラティリティ・カーブは “逆イールド” にあると呼ばれる（反対にオプション期間が短いほど IV が高い場合は “順イールド” と呼ばれる）．25D や 10D は，後述するオプションのデルタ値が 25 や 10 であることを意味し，RR や BF は取引の手法を表している．実務で用いられる Black-Scholes 式では，コール・オプションのプレミアム C とプット・オプションのプレミアム P は次式で算出される．

	ATM		25D RR		25D BF		10D RR		10D BF	
	BID	ASK	BID	ASK	BID	ASK	BID	ASK	BID	ASK
ON	6.10	9.40	0.40	0.60	0.25	0.35	0.70	1.20	0.60	0.90
1W	8.10	9.90	0.25	0.55	0.15	0.35	0.52	1.33	0.56	0.96
2W	8.75	9.75	-0.72	1.15	-0.21	0.77	-1.45	2.15	-0.20	1.61
1M	9.05	9.45	-0.28	0.63	0.09	0.51	-0.55	1.15	0.25	1.15
2M	9.30	9.70	-0.20	0.50	0.13	0.55	-0.60	1.10	0.40	1.33
3M	9.60	10.00	-0.28	0.52	0.15	0.57	-0.70	1.08	0.59	1.52
6M	10.40	10.80	-0.28	0.43	0.29	0.69	-0.80	0.90	0.94	1.85
9M	11.00	11.40	-0.38	0.43	0.30	0.70	-0.85	0.85	1.02	1.92
1Y	11.40	11.80	-0.35	0.25	0.34	0.74	-0.97	0.72	1.15	2.05
2Y	12.35	12.85	-1.10	0.00	0.26	0.85	-2.47	-0.05	1.27	2.54
3Y	12.95	13.25	-0.77	-0.38	0.30	0.60	-1.48	-0.38	1.52	2.13
4Y	13.50	13.80	-1.05	-0.75	0.25	0.65	-2.22	-1.13	1.65	2.25
5Y	14.05	14.35	-1.50	-1.10	0.16	0.56	-3.05	-1.95	1.69	2.29
7Y	15.30	15.70	-2.45	-1.95	-0.29	0.31	-4.80	-3.70	1.70	2.30
10Y	17.55	17.95	-3.38	-2.88	-0.88	-0.17	-7.95	-6.85	1.26	1.86
15Y	18.70	19.20	-4.00	-3.40	-1.23	-0.22	-6.85	-5.75	0.30	0.90

図 1 為替オプション市場における気配値の提示方法の例
(ボラティリティ及び為替レートに関するデータは Bloomberg 社の許可のうえ使用)

$$C = S\exp\left[-r_F\tau_{DEL}\right]\Phi\left(d_1\right) - K\exp\left[-r_D\tau_{DEL}\right]\Phi\left(d_1 - \sigma\left(K\right)\sqrt{\tau_{EXP}}\right) \tag{1}$$

$$P = -S\exp\left[-r_F\tau_{DEL}\right]\Phi\left(-d_1\right) + K\exp\left[-r_D\tau_{DEL}\right]\Phi\left(-d_1 + \sigma\left(K\right)\sqrt{\tau_{EXP}}\right) \tag{2}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r_D - r_F)\tau_{DEL} + \frac{1}{2}\sigma(K)^2\tau_{EXP}}{\sigma(K)\sqrt{\tau_{EXP}}} \tag{3}$$

S は為替スポットレート，K は行使価格をそれぞれ表す．r_D は自国金利を表し，本研究の分析対象である米ドル円オプションにおいては円金利に相当する．また r_F は外国金利を表し，本研究では米ドル金利に相当する．通常の Black-Scholes 式と異なり実務の世界ではオプション行使までの期間 τ_{EXP} と，オプションを行使した際に発生する為替取引が決済されるまでの期間 τ_{DEL} を分別して考えるのが一般的である．ボラティリティ $\sigma(K)$ は Black-Scholes 式では表現できないスマイルが市場に存在するため，行使価格の関数としてここでは表現している．$\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の分布関数を表す．するとコールとプット・オプションのデルタは (1) 式および (2) 式を為替スポットレート S で微分することで求められる．

$$\Delta_{\mathrm{CALL}} = \exp\left(-r_F\tau_{DEL}\right)\Phi\left(d_1\right) \tag{4}$$

$$\Delta_{\mathrm{PUT}} = \exp\left(-r_F\tau_{DEL}\right)\Phi\left(-d_1\right) \tag{5}$$

$$\begin{aligned} &\mathrm{RR}\left(\Delta^X\right) = \sigma\left(\Delta^X_{\mathrm{CALL}}\right) - \sigma\left(\Delta^X_{\mathrm{PUT}}\right) \\ &\mathrm{BF}\left(\Delta^X\right) \\ &\quad = \sigma\left(\Delta^X_{\mathrm{CALL}}\right) + \sigma\left(\Delta^X_{\mathrm{PUT}}\right) - 2\sigma\left(\mathrm{ATM}\right) \end{aligned} \tag{6}$$

なお，$\sigma(ATM)$ における ATM は為替スポットレートではなく，τ_{DEL} を決済日とする為替フォワードレートとなり，X はデルタ値を表す．よって ATM のボラティリティ，BF，RR が市場で与えられることによって，デルタ X のコールおよびプット・オプションのボラティリティを次の式によって逆算することができる．

$$\begin{aligned} &\sigma\left(\Delta^X_{\mathrm{CALL}}\right) \\ &\quad = \sigma\left(\mathrm{ATM}\right) + \tfrac{1}{2}\mathrm{RR}\left(\Delta^X\right) + \tfrac{1}{2}\mathrm{BF}\left(\Delta^X\right) \\ &\sigma\left(\Delta^X_{\mathrm{PUT}}\right) \\ &\quad = \sigma\left(\mathrm{ATM}\right) - \tfrac{1}{2}\mathrm{RR}\left(\Delta^X\right) + \tfrac{1}{2}\mathrm{BF}\left(\Delta^X\right) \end{aligned} \tag{7}$$

2.2 為替オプション市場の投資主体

米ドル円のオプション市場は，以下のような投資主体（投資目的）に大別することができる．通貨オプション市場の構造については武藤・近田 (2007)[12] が詳しい．

(i) 投機的な取引を行う主体（投機筋）：為替スポットやボラティリティの方向性を予想し収益の獲得を目的とする投資主体であり，投資手法は様々である．

(ii) 実需筋：事業において発生する為替資金決済のため

に，外貨の調達もしくは外貨を円に交換する主体で，オプションを用いてそれらの為替リスクをヘッジすることを目的とする．

（iii）ハイブリッド筋：銀行や証券会社が個人や法人向けに販売する仕組債の中には為替に限らず他のリスクファクターが複数組み込まれているものがあり，ハイブリッド系やエキゾデスクと呼ばれるプレーヤーは販売した商品の複合的なリスクのヘッジを行うことを目的とする．

2.3 分析期間における為替市場環境について

次章以降にて行う分析では 2006 年 1 月から 2011 年 11 月末までの米ドル円を対象としている．2006 年から 2007 年夏頃までに 1 ドル =120 円を超える円安水準を示現するに至ったものの，2008 年 9 月のリーマンブラザーズの破産などの危機的なイベントから急速に円高方向へと相場は展開している．その後は世界的に過剰に供給された流動性の巻き戻しから 1 ドル 100 円を割り込み，米国における歴史的な低金利政策によって 1 ドル =75.31 円を示現するまで円高となっている．これらの期間において為替オプションの市場環境がどのように変化したのかは，日本銀行が公表している「デリバティブ取引に関する定例市場報告」[8] から明らかである．また BIS（Bank for International Settlements) および各国の中央銀行が 3 年ごとに調査し公表される「外国為替およびデリバティブに関する中央銀行サーベイ」[9] の結果を表 1 に示しているが 2007 年と 2010 年の間で取組残高は減少し，オプション期間も短期化されていることが伺える．

3. ATM のボラティリティに関する構造分析の手法

本章では，分析対象期間において市場参加者のボラティリティ予測について分析を行う．ここでは，市場参加者がボラティリティのメルクマールとして利用する HV に着目する．

3.1 分析手法

ある時点 t において計測される HV は次のような計算式で算出される．

$$\mathrm{HV}\,(t,n) = \sqrt{T}\cdot\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R\,(t-i)-\bar{R}\,(n)\right)^2} \quad (8)$$

ここで，$R\,(t)$ は為替の日次収益率，$\bar{R}\,(n)$ は収益率の平均であり，n は HV を算出するために遡る期間（計測期間と呼ぶ）を表し，T は 1 年の日数を表す．本研究ではこの n に着目し，HV を利用して実際の市場で提示されているオプション期間 τ_{EXP} の $\mathrm{IV}\,(t,\tau_{EXP})$ を捉えようとした場合，n をどの程度に取ればよいのかを考えることとする．

$$\min_{n}\left|\mathrm{IV}\,(t,\tau_{EXP})-\mathrm{HV}\,(t,n)\right| \quad (9)$$

本研究では，分析期間において最も適合する n の頻度を取り扱うこととし，次のような（i）から（v）の手順を踏むこととする．

＜分析の手順＞

（i）時点 t に対して (9) 式を満たす n を計測する．なお n は 2 から 260 までとする．

（ii）（i）の計測を観測期間全てに対して実施する．ただし計測期間 n を考慮し分析を行うのは 2007 年 1 月以降としている．

（iii）（i）から（ii）の手続きを 1 カ月，2 カ月，3 カ月，6 カ月，1 年，2 年，3 年，5 年，10 年の 9 種類のオプション期間 $\tau_{EXP}^{(i)}$（$i=1,2,\cdots,9$）について実施する．

（iv）9 種類のオプション期間すべてに対し，観測期間で計測された n を 2〜5 日，6〜10 日，11〜20 日，21〜30 日，31 日〜60 日，61 日〜90 日，91 日〜120 日，121 日〜150 日，151 日〜180 日，181〜210 日，211 日〜240 日，241 日〜260 日と刻んだ上で頻度を計測し，オプション期間による差異を確認する．

（v）（i）から（ii）を通じて算出された n に関する実現値 $n^{(i)}\,(t)$ について，オプション期間に対して計測期間 n の分布に差異が見られるかを検定するために，組み合わせ ${}_9\mathrm{C}_2$ の全てについて考える．本分析では非負である計測日数 n に対する分布であるためマン・ホイットニー・ウィルコクソン（MWW）検定を実施する．

＜ MWW 検定の手順＞

（vi）オプション期間 $\tau_{EXP}^{(i)}$ と $\tau_{EXP}^{(j)}$ に対応する計測期間 n に関する実現値 $n^{(i)}\,(t)$，$n^{(j)}\,(t)$，$(t=1,2,\cdots,T)$ を統合した標本数が $T+T=2T$ の大標本を考える．それら大標本に対しての以下の MWW 統計量 W を計算する：

$$W=\sum_{t=1}^{T}R\left[n^{(j)}\,(t)\right] \quad (10)$$

ここで $R\left[n^{(j)}\,(t)\right]$ は $2T$ 個の統合された標本における $n^{(j)}\,(t)$ の順位を表す．なお順位が同じ場合には平均順位を充てる．

（vii）オプション期間 $\tau_{EXP}^{(i)}$ と $\tau_{EXP}^{(j)}$ に対応する計測期間 n に関する実現値 $n^{(i)}\,(t)$，$n^{(j)}\,(t)$ が同一の分布からの標本であるとする帰無仮説 H_0 が真のとき，

$$U=\frac{W-\frac{T(2T+1)}{2}}{\sqrt{\frac{T\cdot T\cdot(2T+1)}{12}}} \quad (11)$$

は漸近的に標準正規分布 $N\,(0,1)$ に従うため，漸近検定

表 1 報告対象金融機関における対非金融機関顧客との為替オプション取引の残存年限別想定元本（単位：100 万 USD，出所：外国為替およびデリバティブに関する中央銀行サーベイ）

	残存期間	Jun-2004	Jun-2007	Jun-2010
オプション売り	1年以内	23,210	32,212	36,753
	1年超5年以内	24,193	49,307	40,491
	5年超	6,259	17,293	10,823
オプション買い	1年以内	26,876	38,779	55,085
	1年超5年以内	37,083	81,022	71,453
	5年超	10,684	30,609	19,798

統計量 U に対して信頼区間 99%で検定を行う．

次にボラティリティの期間構造について着目し，2007 年 1 月 1 日〜2011 年 11 月 30 日（1283 営業日）を次の 2 つに大別する．

（A）米ドル円 ATM オプションの IV が，1 カ月 $\geq$ 1 年となる 575 営業日（順イールド局面）

（B）米ドル円 ATM オプションの IV が，1 カ月 <1 年となる 713 営業日（逆イールド局面）

オプション期間 $\tau_{EXP}^{(i)}$ に対応する計測期間 n の期間 (A) での実現値 $n^{(i)}(t_1)$ と期間 (B) の実現値 $n^{(i)}(t_2)$ とし，上記の分析と同様に MWW 検定を実施する．なお，期間（A）と（B）の標本数が異なるため，漸近統計量 U は以下の通りとなる．

$$U = \frac{W - \frac{T_2(T_1+T_2+1)}{2}}{\sqrt{\frac{T_1 \cdot T_2 \cdot (T_1+T_2+1)}{12}}} \tag{12}$$

ここで T_1 は順イールド局面の日数，T_2 は逆イールド局面の日数である．

3.2 分析結果

3.2.1 オプション期間に対する分布の比較

表 2 は全観測期間を対象とした際の各オプション期間に対して最も適合した計測日数の頻度を表したものである．これを見ると，いずれのオプション期間についても 30 日よりも短い計測期間を用いた方が IV への適合は高く，短期の挙動を重視しボラティリティの予想を行っているように思われる．次に相場局面を逆イールドと順イールドに分別した上で有意水準 1%で実施した MWW 検定の結果を表 3 および表 4 に示す．表 3 から逆イールドの局面では多くの組み合わせで帰無仮説が棄却されているのに対し，順イールドの局面では＜1 カ月，2 カ月，3 カ月，6 カ月，10 年＞，＜6 ヶ月，1 年＞，＜1 年，2 年，3 年，5 年＞の組み合わせについては帰無仮説が採択されていることがわかる．

3.2.2 ボラティリティ・カーブの形状別での分布の比較

表 5 では順イールドと逆イールドでの計測期間の分布に対する MWW 検定の結果を示しているが，オプション期間 3 カ月から 5 年までは帰無仮説が棄却された．すなわち，これらのオプション期間はボラティリティ・カーブの形状によって分類した局面毎で異なる分布を適用していたと捉えることができる．本項での結果はボラティリティ・カーブの形状の変化によって，市場参加者が予想に用いる分布も変化したことを示唆している．

表 2 対象期間の全営業日に対する計測日数の頻度（1,283 営業日）

オプション期間	計測期間											
	2〜5	6〜10	11〜20	21〜30	31〜60	61〜90	91〜120	121〜150	151〜180	181〜210	211〜240	241〜270
1M	101	109	183	153	260	161	94	69	61	21	26	45
2M	93	101	152	148	272	167	86	83	57	35	38	51
3M	102	85	148	131	258	150	86	95	75	44	50	59
6M	112	93	135	93	239	149	81	93	85	57	53	93
1Y	150	110	105	111	197	120	54	69	125	70	65	107
2Y	194	130	122	122	153	121	74	85	85	52	61	84
3Y	211	135	138	97	161	125	65	84	63	54	58	92
5Y	233	152	154	89	175	115	44	71	60	31	46	113
10Y	180	124	159	103	156	75	38	86	65	69	91	137

表 3 対象期間の逆イールドの営業日に対する MWW 検定の結果 (*は帰無仮説を棄却)

		オプション期間A								
		1M	2M	3M	6M	1Y	2Y	3Y	5Y	10Y
オプション期間B	1M		2.999*	6.356*	11.355*	12.325*	8.028*	6.690*	2.932*	2.670*
	2M			3.393*	8.712*	9.956*	5.565*	4.254*	0.528	0.572
	3M				5.688*	7.406*	2.847*	1.525	2.162	1.600
	6M					2.483	1.984	3.122*	6.413*	4.991*
	1Y						4.177*	5.054*	7.752*	6.180*
	2Y							0.975	3.971*	2.981*
	3Y								2.926*	2.236
	5Y									0.084
	10Y									

表 4 対象期間の順イールドの営業日に対する MWW 検定の結果 (*は帰無仮説を棄却)

		オプション期間A								
		1M	2M	3M	6M	1Y	2Y	3Y	5Y	10Y
オプション期間B	1M		0.361	0.020	2.308	4.400*	6.043*	6.515*	6.636*	0.840
	2M			0.339	2.498	4.561*	6.189*	6.659*	6.773*	0.503
	3M				1.853	3.887*	5.547*	6.048*	6.163*	0.749
	6M					2.127	3.929*	4.483*	4.624*	2.343
	1Y						1.812	2.407	2.564	4.297*
	2Y							0.616	0.779	5.899*
	3Y								0.161	6.380*
	5Y									6.501*
	10Y									

表 5 対象期間における順イールドと逆イールドに対する MWW 検定の結果（*は帰無仮説を棄却）

オプション期間	1M	2M	3M	6M	1Y	2Y	3Y	5Y	10Y
統計量U	1.311	0.649	3.141*	8.855*	10.92*	9.616*	9.272*	7.449*	0.184

4. ボラティリティ・スキューの予測力

本章ではボラティリティのスキューに着目しボラティリティ・スキューに原資産の予測力が含まれているか否かを検証する．

4.1 分析手法

4.1.1 RR と収益率の 2 変量の場合

ここでは Gudhus(2003)[5] と同じように，ボラティリティ・スキュー（RR）と為替スポットとの間について以下のような 2 変量 VAR モデルを仮定する．

$$\begin{aligned} R(t) &= a_{10} + a_{11}R(t-1) \\ &\quad + a_{12}\mathrm{RR}(t-1, \tau_{EXP}) + \varepsilon^{R}(t) \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{RR}(t, \tau_{EXP}) &= a_{20} + a_{21}R(t-1) \\ &\quad + a_{22}\mathrm{RR}(t-1, \tau_{EXP}) + \varepsilon^{\mathrm{RR}}(t) \end{aligned} \tag{14}$$

ここで，$R(t)$ は時点 t の米ドル円為替レートの収益率を表し，$\mathrm{RR}(t, \tau_{EXP})$ は時点 t における満期 τ_{EXP} の RR を表す．デルタ値については，2.1 節で取り上げたように市場で最も取引され流動性が高い 25 デルタを分析の対象とし，オプション期間 τ_{EXP} については，1 カ月，2 カ月，3 カ月，6 カ月，1 年の 5 つとする．また a_{10}，a_{20} は定数，a_{11}，a_{12}，a_{21}，a_{22} は回帰係数，$\varepsilon^{R}(t)$，$\varepsilon^{RR}(t)$ は誤差項を表し独立とする．

（検証 1）

仮説 1-1：RR から収益率への Granger 因果性は存在しない．

帰無仮説 H_0：$a_{12} = 0$

対立仮説 H_1：$a_{12} \neq 0$

仮説 1-2：収益率から RR への Granger 因果性は存在しない．

帰無仮説 H_0'：$a_{21}=0$

対立仮説 H_1'：$a_{21}\neq 0$

RR の為替スポットの予測力を検証するのであるから，仮説 1-1 おいて帰無仮説が棄却されれば RR が収益率へ影響を与えているとし，予測力が含まれていると解釈できる．加えて仮説 1-2 の帰無仮説が採択されれば，収益率の動きが RR を形成しているのではなく，純粋に RR が市場参加者の予想によって構成されていると捉えられる．

検定に際しては，まず，(13) 式において，$a_{12}=0$ とした $R(t)=a_{11}R(t-1)+\varepsilon^R(t)$ に対して最小二乗法で推定し，その残差から残差二乗和（RSS）を求める．次いで，(13) 式を最小二乗法で推定し，残差二乗和（USS）を求め，F 値を次のようにして算出する．

$$F=\frac{(\mathrm{RSS}-\mathrm{USS})}{\mathrm{USS}/(T_N-3)} \tag{15}$$

ここで T_N は検証を行う期間のデータ数となる．なお有意水準は 1%を用いて検定を行う．

4.1.2 コールとプットのボラティリティおよび収益率の 3 変量の場合

実際の市場においては RR での取引だけではなく，コール・オプションやプット・オプションを単体で取引することも多く，Gudhus(2003)[5] で行われているような RR だけでは方向性を正確に把握できないことから，(7) 式に基づき 25 デルタにおけるコール・オプションのボラティリティ $\sigma_{\mathrm{CALL}}(t-1,\tau_{EXP})$ とプット・オプションのボラティリティ $\sigma_{\mathrm{PUT}}(t-1,\tau_{EXP})$ を変数とした 3 変量 VAR モデルについても利用する．

$$\begin{aligned}&R(t)\\&=b_{10}+b_{11}R(t-1)\\&\ +b_{12}\sigma_{\mathrm{CALL}}(t-1,\tau_{EXP})\\&\ +b_{13}\sigma_{\mathrm{PUT}}(t-1,\tau_{EXP})+\varepsilon^R(t)\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}&\sigma_{\mathrm{CALL}}(t,\tau_{EXP})\\&=b_{20}+b_{21}R(t-1)\\&\ +b_{22}\sigma_{\mathrm{CALL}}(t-1,\tau_{EXP})\\&\ +b_{23}\sigma_{\mathrm{PUT}}(t-1,\tau_{EXP})+\varepsilon^{\mathrm{CALL}}(t)\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}&\sigma_{\mathrm{PUT}}(t,\tau_{EXP})\\&=b_{30}+b_{31}R(t-1)\\&\ +b_{32}\sigma_{\mathrm{CALL}}(t-1,\tau_{EXP})\\&\ +b_{33}\sigma_{\mathrm{PUT}}(t-1,\tau_{EXP})+\varepsilon^{\mathrm{PUT}}(t)\end{aligned} \tag{18}$$

$b_{mn}(m,n=1,2,3)$ は回帰係数，
$\varepsilon^R(t)$，$\varepsilon^{\mathrm{CALL}}(t)$，$\varepsilon^{\mathrm{PUT}}(t)$ は誤差項を表しそれぞれ独立とする．このような 3 変量 VAR モデルに対して以下のような仮説によって検定を行う．

（検証 2）

仮説 2-1：コール・ボラティリティから収益率とプット・ボラティリティへの Granger 因果性は存在しない．

帰無仮説 H_0：$m=1,3$ 共に $b_{m2}=0$

対立仮説 H_1：$m=1,3$ のいずれかについて $b_{m2}\neq 0$

仮説 2-2：収益率からコールおよびプット・ボラティリティへの Granger 因果性は存在しない．

帰無仮説 H_0：$m=2,3$ 共に $b_{m1}=0$

対立仮説 H_1：$m=2,3$ のいずれかについて $b_{m1}\neq 0$

仮説 2-3：プット・ボラティリティから収益率とコール・ボラティリティへの Granger 因果性は存在しない．

帰無仮説 H_0：$m=1,2$ 共に $b_{m3}=0$

対立仮説 H_1：$m=1,2$ のいずれかについて $b_{m3}\neq 0$

ボラティリティ・スキューの為替スポットに対する予測力を検証するのであるから，仮説 2-1 および仮説 2-3 のいずれかにおいて，帰無仮説が棄却されればよい．スキュー構造が収益率へ影響を与えていると言え，予測力が含まれていると解釈できる．加えて仮説 2-2 の帰無仮説が採択されれば，収益率の動きがプットおよびコール・オプションのボラティリティのいずれに対しても影響を及ぼしておらず，ボラティリティ・スキューが市場参加者の予想を反映して形成されていると捉えることができる．

4.1.3 分析データ

3 章での分析と異なり，4.1.1 項および 4.1.2 項で述べた分析においては RR や BF のデータが取得できないため，2007 年 1 月から 2012 年 3 月までの月末基準での収益率およびボラティリティ・データを利用している．また 3 章の分析と同様に，分析期間におけるボラティリティの期間構造によって予測力に差異があるかを検証するため，

（A）2007 年 1 月末〜2012 年 3 月末までの全て（データ数は 63）

（B）米ドル円 ATM オプションの IV が，順イールドとなる月末（データ数は 25）

（C）米ドル円 ATM オプションの IV が，逆イールドとなる月末（データ数は 38）

の 3 通りに大別して分析を行う．

4.2 分析結果

表 6 は RR から収益率への因果性を検定する仮説 1-1 の検定結果，表 7 は収益率から RR への因果性を検定する仮説 1-2 の検定結果をそれぞれ示している．分析期間についても 3 つに分類した結果もあわせて示しているが，いずれの場合においても RR から収益率への因果性は確認することができなかった．また表 7 から，収益率から RR への因果性も確認することができず，RR が原資産である米ドル円スポットの動きを予測していないと統計的に判断される．一方で，収益率も RR へ Granger の意味で因果性を与えていないことから，原資産の米ドル円スポットの動きがボラティリティ・スキューを生み出してはいないものと統計的に判断される．続いて，3 変量によって検定を行った結果を表 8，表 9，表 10 にそれぞれ示す．これらの結果を見

ると，分析期間全体を対象とした場合とボラティリティの期間構造が順イールドの局面においては，いずれの検定においても帰無仮説が採択され，Granger の意味での因果性がないことが確認された．一方，ボラティリティが逆イールドの局面においては，コール・オプションのボラティリティから収益率とプット・オプション・ボラティリティへの因果関係，プット・オプションのボラティリティから収益率とコール・オプション・ボラティリティへの因果関係が確認されている．また収益率からの因果関係は表 9 から確認されておらず，逆イールドの局面では，ボラティリティ・スキューが収益率へ因果関係を及ぼす，すなわちボラティリティ・スキューが米ドル円の動きを予測していることが確認された．ただしオプション期間が 1 年については表 8 において，因果関係が見られず，オプション期間が短い場合においてスキューが原資産の予測を反映していると考えられる．

表 6　仮説 1-1 の検定結果

オプション期間	局面	回帰係数			Grangerテスト	
		RR	Return	Const	F-Test	p-value
1M	分析期間全体	0.869	-5.632	-0.274	1.287	0.259
	順イールド	0.632	6.784	-1.259	0.010	0.922
	逆イールド	0.766	-9.174	-0.239	1.916	0.171
2M	分析期間全体	0.872	-5.594	-0.303	1.030	0.312
	順イールド	0.665	5.043	-1.272	0.043	0.837
	逆イールド	0.790	-10.008	-0.303	2.758	0.101
3M	分析期間全体	0.888	-5.599	-0.296	0.777	0.380
	順イールド	0.693	4.213	-1.260	0.161	0.690
	逆イールド	0.861	-10.493	-0.226	2.912	0.092
6M	分析期間全体	0.890	-4.386	-0.325	0.590	0.444
	順イールド	0.695	5.010	-1.387	0.387	0.537
	逆イールド	0.908	-10.722	-0.182	3.266	0.075
1Y	分析期間全体	0.884	2.289	0.252	0.403	0.527
	順イールド	0.761	0.066	0.729	0.603	0.442
	逆イールド	0.860	4.057	0.237	3.833	0.054

表 7　仮説 1-2 の検定結果

オプション期間	局面	回帰係数			Grangerテスト	
		RR	Return	Const	F-Test	p-value
1M	分析期間全体	0.003	-0.056	-0.001	1.220	0.272
	順イールド	0.000	0.184	-0.007	0.343	0.561
	逆イールド	0.009	-0.320	0.004	4.564	0.036
2M	分析期間全体	0.002	-0.048	-0.001	1.179	0.280
	順イールド	-0.001	0.227	-0.011	0.208	0.651
	逆イールド	0.009	-0.345	0.007	4.728	0.033
3M	分析期間全体	0.002	-0.036	-0.001	1.300	0.257
	順イールド	-0.001	0.248	-0.013	0.161	0.691
	逆イールド	0.009	-0.338	0.009	5.353	0.024
6M	分析期間全体	0.002	-0.025	-0.001	0.817	0.368
	順イールド	-0.002	0.263	-0.017	0.243	0.625
	逆イールド	0.008	-0.326	0.011	5.686	0.020
1Y	分析期間全体	-0.003	-0.017	0.000	0.800	0.373
	順イールド	0.004	0.274	-0.019	0.000	0.990
	逆イールド	-0.016	-0.321	0.022	2.628	0.110

表 8　仮説 2-1 の検定結果

オプション期間	局面	回帰係数				Grangerテスト	
		Call	Put	Return	Const	F-Test	p-value
1M	分析期間全体	1.152	-0.582	8.021	4.724	1.287	0.259
	順イールド	0.744	-0.136	-2.825	6.004	1.005	0.372
	逆イールド	1.749	-1.261	20.585	4.984	7.719*	0.001
2M	分析期間全体	1.109	-0.491	5.838	4.111	1.304	0.274
	順イールド	0.868	-0.226	-2.785	4.902	1.044	0.359
	逆イールド	1.831	-1.450	22.046	5.924	12.627*	0.000
3M	分析期間全体	1.072	-0.413	4.139	3.654	1.017	0.365
	順イールド	1.030	-0.417	0.308	4.417	1.055	0.354
	逆イールド	1.618	-1.163	18.269	5.249	8.703*	0.000
6M	分析期間全体	0.974	-0.242	1.650	3.064	0.565	0.569
	順イールド	0.960	-0.281	-2.415	3.644	0.795	0.456
	逆イールド	1.398	-0.935	14.234	5.592	6.232*	0.003
1Y	分析期間全体	0.944	-0.143	1.365	2.426	0.306	0.737
	順イールド	1.120	-0.552	3.384	3.667	1.020	0.367
	逆イールド	1.177	-0.694	9.940	6.002	4.250	0.017

表 9　仮説 2-2 の検定結果

オプション期間	局面	回帰係数				Grangerテスト	
		Call	Put	Return	Const	F-Test	p-value
1M	分析期間全体	-0.004	0.006	-0.068	-0.014	0.818	0.443
	順イールド	-0.008	0.012	0.032	-0.027	0.694	0.504
	逆イールド	-0.008	0.006	-0.327	0.021	3.153	0.047
2M	分析期間全体	-0.004	0.006	-0.066	-0.019	1.094	0.337
	順イールド	-0.009	0.015	0.004	-0.038	0.296	0.745
	逆イールド	-0.008	0.007	-0.344	0.020	4.632	0.012
3M	分析期間全体	-0.003	0.005	-0.051	-0.019	1.478	0.231
	順イールド	-0.010	0.016	-0.006	-0.046	0.245	0.784
	逆イールド	-0.008	0.006	-0.341	0.026	3.521	0.033
6M	分析期間全体	-0.002	0.004	-0.029	-0.019	0.984	0.376
	順イールド	-0.007	0.015	0.035	-0.052	0.550	0.580
	逆イールド	-0.008	0.006	-0.336	0.029	3.038	0.052
1Y	分析期間全体	-0.002	0.003	-0.021	-0.017	1.667	0.192
	順イールド	-0.007	0.017	0.018	-0.064	0.075	0.928
	逆イールド	-0.008	0.006	-0.343	0.036	2.136	0.124

表 10　仮説 2-3 の検定結果

オプション期間	局面	回帰係数				Grangerテスト	
		Call	Put	Return	Const	F-Test	p-value
1M	分析期間全体	0.246	0.353	2.149	4.182	1.403	0.249
	順イールド	0.236	0.314	6.295	5.057	1.587	0.213
	逆イールド	0.954	-0.420	11.606	4.278	6.131*	0.003
2M	分析期間全体	0.171	0.515	-0.394	3.195	1.494	0.227
	順イールド	0.240	0.382	3.079	3.729	1.806	0.173
	逆イールド	0.954	-0.469	11.938	4.589	11.057*	0.000
3M	分析期間全体	0.115	0.633	-2.143	2.545	1.408	0.247
	順イールド	0.329	0.290	4.330	3.133	1.887	0.160
	逆イールド	0.705	-0.165	7.899	4.162	8.240*	0.000
6M	分析期間全体	0.048	0.784	-2.981	1.748	1.088	0.339
	順イールド	0.339	0.281	4.374	2.533	1.532	0.225
	逆イールド	0.452	0.139	4.287	4.012	8.633*	0.000
1Y	分析期間全体	0.018	0.887	-3.945	1.039	0.880	0.417
	順イールド	0.338	0.245	3.310	2.355	1.043	0.359
	逆イールド	0.239	0.419	1.497	3.736	8.668*	0.000

5.　まとめと今後の課題

本研究では米ドル円の為替オプションの ATM ボラティリティとスキューに着目し，市場参加者の投資行動を考察した．ATM ボラティリティに対する分析では，需給に起因して 1 カ月から 1 年の短期オプションと 2 年から 5 年の長期オプションに大別できることを示し，リーマンショック以降の市場構造の変化についても言及した．またボラティリティ・スキューに関する分析では，原資産である米ドル円の予測力をボラティリティ・スキューに含まれているかどうかを検証し，リーマンショック以降に示現している逆イールドの局面でのみ有効であることを示した．いずれの分析からも為替オプション市場に過剰に流動性が供給されてきた金融危機以前とそれ以降とでは，マクロな市場構造の変化にあわせるように市場参加者の投資行動が変化していることが明確に捉えられる分析結果となった．

参考文献

[1] Black,F and Scholes,M, “The pricing of options and corporate liabilities.” *Journal of Political Economy*, **81**(3), pp.637-654. (1973)
[2] Castagna,A and Mercurio,F, “The vanna-volga method for implied volatilities”, *Risk Magazine*, **20**(1), pp.106-111. (2007)
[3] Castagna,A, “FX Options and smile risk”, Wiley (2010)
[4] Eraker,B, Johannes,M and Polson,N, “The Impact of Jumps in Volatility and Returns”, *Journal of Finance*, **58**(3), pp1269-1300. (2003)
[5] Gudhus,K, “Implied Volatility Skews in the Foreign Exchange Market, Empirical evidence from JPY and GBP: 1997-2002”, NewYork University (2003)
[6] Hagan,P, Kumar,D, Lesniewski,A.S and Woorward,D, “Managing Smile Risk ”,*Willmott Magazine*, September, pp84-108. (2003)
[7] Heston,S, “ A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options”,*The Review of Financial Studies* , **6**(2), pp.327-343.(1993)
[8] 日本銀行，“デリバティブ取引に関する定例市場報告”.
[9] BIS，“外国為替およびデリバティブに関する中央銀行サーベイ”.
[10] 竹内啓編，“統計学辞典”，東洋経済新報社．(1989)
[11] 宮崎浩一，“オプション市場分析への招待”，朝倉書店．(2009)
[12] 武藤崇，近田健，“通貨オプション取引の増加と市場取引への影響”，日銀レビュー．(2007)
[13] 山本拓，“経済の時系列分析”，創文社．(1988)

© 2012 Information Processing Society of Japan