

逐次参加型 m 票先取投票方式の分析

鍵福 竜也¹ 松原 繁夫¹

受付日 2012年1月27日, 採録日 2012年7月2日

概要: 本研究では逐次参加型 m 票先取の投票方式の性質を調べる。投票は優れた意見集約法の 1 つであるが、状況により適した投票方式は異なる。本稿では、投票結果に対する責務などの点で投票参加に費用を要すると仮定する。このとき、強制参加のように全員に投票を強いる方式は、大きな費用が発生する。一方、ランダム意思決定では費用を削減できるが、意思決定の品質に疑問が生じる。つまり、集合的意思決定の品質向上と投票に要する費用削減をどう両立させるか、という課題が存在する。この課題を検討するため、本稿では逐次参加型 m 票先取の投票方式に着目する。これと類似した投票方式は人気投票などで用いられているが、その性質はまだ十分に議論されておらず、より広範な応用への妨げとなっていると考えられる。そこで、本稿では、可決票数 m の設定法や、他の投票方式と比較しての有効性などを明らかにする。本研究の貢献は、(1) 投票参加に費用を要する場合の逐次参加型投票モデルの構築、(2) 動的計画法を用いた最適投票戦略導出法の考案、(3) 可決票数 m や投票期間などの設計パラメータの影響の分析、(4) 意思決定の品質向上と投票費用削減の両立という点で、逐次参加型 m 票先取投票方式が有効となる状況の解明である。

キーワード: メカニズムデザイン, 社会的余剰, 集合的意思決定

Analyzing an m Votes to Win Mechanism with Sequential Participation

RYUYA KAGIFUKU¹ SHIGEO MATSUBARA¹

Received: January 27, 2012, Accepted: July 2, 2012

Abstract: This paper examines the property of the m votes to win mechanism with sequential participation. Voting is an effective way to achieve a collective decision making but a suitable voting system depends on the environments. This paper assumes that voting behaviors may incur a cost, for example, because voters have a responsibility for their votes. In this case, compulsory voting incurs a larger cost. Random decision making can reduce the cost for voting but is skeptical in the quality of decision making. That is, we face the problem of how to improve the quality of collective decision making with the reduction of the cost for voting. To consider this problem, this paper focuses on the m votes to win mechanism, which can be seen in the case of popularity polls. However, the property of the m votes to win mechanism has not sufficiently studied, which prevents its use for various situations. Thus, we try to answer the questions include how to find an appropriate value of m and what situation this mechanism is superior to other mechanisms. The contributions of this paper are (1) providing the model of the costly voting with sequential participation, (2) developing a method of calculating the optimal voting behavior based on dynamic programming, (3) providing the information for selecting the design parameters such as m , the length of the voting period, and (4) clarifying whether the m votes to win mechanism is superior to other voting mechanisms.

Keywords: mechanism design, social surplus, collective decision making

1. はじめに

投票は優れた意見集約法の 1 つであり、近年、マルチ

エージェントシステム研究においても投票方式に関する議論がさかんになっている [4], [7], [8], [11]. 学会の役員選挙などでも web 投票が用いられるようになってきており、投票管理者の立場からは、安価に実施できるようになった。一方で、単に紙による投票を web 投票に置き換えるだけでなく、人の投票をエージェントが代行する場合なども含め

¹ 京都大学大学院情報学研究科社会情報学専攻
Department of Social Informatics, Graduate School of Informatics, Kyoto University, Kyoto 606-8501, Japan

て、より優れた投票方式を開発していくことも重要な課題と考える。

本稿では、逐次参加型 m 票先取投票方式に着目する。逐次参加とは、投票者が同時に投票を行うのではなく、与えられた投票期間中に順に投票を行い、かつ、web 上のサイトやメーリングリストでの掲示・周知により、投票者はそれまでの投票結果を知ることができることを意味する。ここで、逐次という言葉は、投票において別の意味を持つことがある。それは、代替案を 2 個ずつ繰り返し比較する形態を指すものである。たとえば、3 つの代替案 A, B, C が存在するものとする。まず初めに各投票者は A 案と B 案のどちらを選好するかを尋ねられる。次に、A 案 B 案の勝者と C 案のどちらを好むかを投票者に尋ね、最終的に残った代替案を可決案とする投票方式である。これはコンドルセ矛盾として知られる問題に関連している。本稿で扱うのは、投票者が順に投票する場合であり、これを明確にするため、逐次投票ではなく、逐次参加という用語を用いる。

次に、 m 票先取の可決条件について述べる。これは、ある代替案に m 票集まった時点で投票過程が終了し、その代替案に可決される。この m 票先取の投票方式は単純多数決とは異なる。たとえば、2 つの代替案 A 案 B 案が存在するとする。 m 票先取の投票方式では、先に A 案が m 票獲得すると、その時点で投票は打ち切れ、A 案が可決案となる。まだ投票していない $m+1$ 人が B 案を選好すると主張しても、A 案の可決は覆されない。一方、単純多数決では、投票終了までに B 案の得票数が A 案の得票数を上回れば、B 案が可決案となる。

この逐次参加型 m 票先取投票方式は、web サイト上での人気投票などに用いられてはいるが、筆者の知る限り、広範な領域での応用はまだである。その理由の 1 つとして、その性質が十分に解明されていない点があげられる。また、すぐ後で述べるように、管理者ではなく投票者視点での、投票に要する負荷の削減という点でも、コミュニティにおける意思決定に適した投票方式になりうると考えられる。これが本稿で逐次参加型 m 票先取方式を分析の対象とする理由である。

本稿では、投票に費用、つまり、負の効用が発生すると仮定する。たとえば、選挙日に選挙会場まで行くといった負荷が投票行動の費用に相当する。オンライン投票においては、投票会場に行くといった費用は存在しないが、別の要因が存在する。その 1 つは、投票結果に対する責任の発生である。投票は単なる意識調査ではなく、コミュニティにおける意思決定の役割を果たす。その場合、事後に問題が発生すれば、投票者は問題解決への関与を求められるかもしれない。別の要因は、代替案を調べるためのコストである。たとえば、論文賞選定においては、候補の論文を読む時間が必要である。本稿では、前者の要因に焦点を当て、投票者は自己の選好を知っているが、実際に投票する際に

のみ費用が発生する状況を想定して議論を進める。なお、論文賞選定の場合でも、研究発表などを聞いて、この論文が良さそうと思っているが、投票するには、新規性・有用性を十分に検討しなければならない、また、詳細な推薦理由を書かなければならないといった場合は、本稿での議論に該当する。

投票管理者がコミュニティメンバ全員に投票参加を強いる場合、候補案が 2 つの場合に議論を限れば、必ず多数から支持される案が可決案となる。しかし、特にオンラインコミュニティでは、メンバ全員に負荷を強いる強制参加の投票を行うことは難しい。この問題は、 m 票先取方式を採用すれば緩和できると期待できるが、一方で、多数派支持案に可決されることは保証されず、意思決定の品質の点で疑問が生じる。つまり、意思決定の品質向上と投票に要する費用削減をどう両立させるかといった課題が存在する。なお、費用を考慮しなければ、投票方式として強制投票を採用すれば、代替案の数が 2 の場合には、社会的に望ましい決定が可能であり、 m 票先取の投票方式の優劣を論じる必要はなくなる。

m 票先取の投票方式は、筆者が新たに提案するものではなく、すでに実世界で用いられている投票方式である。しかし、この投票方式が、意思決定の品質向上と投票に要する費用削減をうまく両立できているかどうかについて、十分な分析は行われていない。また、その運用についても、たとえば、投票者の人数や投票者間の選好の偏り方が異なる場合に、どのように可決票数 m を設定すればよいかなども明らかにはなっていない。そこで、これらを明らかにすることを本研究の目的とする。

本研究の貢献は、(1) 投票参加に費用を要する逐次参加型投票のモデル構築、(2) 動的計画法を用いた最適投票戦略導出法の考案、(3) 可決票数 m や投票期間などの設計パラメータの影響分析、(4) 意思決定の品質向上と投票費用削減の両立という点で、 m 票先取投票方式が有効となる状況の解明、の 4 つである。

2. 関連研究

Börger は投票には費用を要すると仮定し、同時参加型での、強制参加の単純多数決、任意参加の単純多数決、ランダムな代替案選択の 3 つの方法を比較した [3]。強制参加の単純多数決では、必ず多数派支持案が可決案となり、意思決定の品質はつねに最良であるが、投票に要する費用が最大となる。これに対して、ランダム意思決定では、投票に要する費用を最小にできるが、可決案はコミュニティの選好に関係なく選ばれることになり、意思決定の品質に疑問が生じる。Börger は意思決定の品質向上と投票に要する費用削減の両立の観点から、任意参加の単純多数決が最も有効であることを示した。Börger の議論では、同時参加の多数決投票を扱っているのに対し、本稿では、逐次

参加, m 票先取の可決条件を扱う点が異なる。

Battaglini は, 棄権付き逐次参加型投票に関して議論している [2]. たとえば, 国政選挙において, 期日前投票が可能である場合が多い. つまり有権者は選挙当日に投票を行うのと同様に選挙期日より前に投票することが可能である. この場合, 選挙当日に投票を行う投票者は, 各種報道機関からの報告により多くの情報を獲得することができる. これが Battaglini が逐次参加型投票を扱った動機である. Battaglini が, 可決案の決定に単純多数決を用いているのに対し, 本稿では, m 票先取の可決条件を扱う点に違いがある.

Desmedt らは同時参加型と逐次参加型の両方の単純多数決において, 均衡の性質について議論を行った [6]. 彼らは逐次参加型投票の利点として, 純粋戦略均衡が必ず存在することをあげている. その議論では, 各投票者の選好案と投票順序が共通知識であると仮定されていた. これに対し本稿では, 各投票者は各投票者の選好案を確率的に知っているというように仮定を緩和しており, また, 単純多数決ではなく m 票先取の可決条件を扱う点で異なっている.

逐次参加型投票に関しては, 経済学 [5], [10], [12] や計算機科学の分野 [1], [9], [13] でも研究されてきている. しかし, これらの研究はどれも棄権に焦点を当てていない. 本稿では, 逐次参加型 m 票先取の投票方式を扱う点がこれらの研究と異なる.

3. モデル

3.1 投票モデル

本章では投票モデルを与える. 同時投票ではなく逐次参加型投票である点, また, 投票者のタイプを 2 つに限定する点が異なるが, 効用の設定などそれ以外の部分については, Börgers のモデルに基づいている.

コミュニティには, n エージェント ($i = 1, 2, \dots, n$) が存在する. 自明な場合を排除するため, $n \geq 3$ を仮定する. コミュニティは 2 つの代替案 $a = \{A, B\}$ の中から 1 つを選択しなければならない.

各エージェントは, タイプ $\theta_i = (a_i, c_i)$ によって特徴づけられる. a_i はエージェント i の選好する代替案を, c_i は投票参加に要する費用を表し, $c_i < 1$ を仮定する. ここでは議論を簡単にするため, 低費用 c_L と高費用 c_H の 2 通りに限定して考える ($c_H > c_L$).

エージェント i の効用は, 自己の選好する案が可決されることの価値を 1, 非選好案が可決されることの価値を 0 と正規化することで以下のように表現する. 投票不参加で選好案に可決したとき 1, 投票参加し選好案に可決したとき $1 - c_i$, 投票不参加で非選好案が可決したとき 0, 投票参加し非選好案が可決したとき $-c_i$ となる. 本稿では, 投票結果にかかわらず, 投票に参加すれば, 費用が生じると仮定している.

ここでは, 選好案可決の価値を全エージェントに関して 1 と設定し, 投票に要する費用がエージェントで異なるとしたが, 実際には, エージェントごとに選好案可決の価値も異なるかもしれない. しかし, 個々のエージェントの行動決定の議論では, 投票参加で得られる期待効用と棄権で得られる期待効用との比較ができればよく, 選好案可決の価値と投票費用の一方を固定しても, 議論に大きな影響はないと考える.

さらに確率変数 p を用いて, コミュニティに含まれるエージェントが代替案 A を選好する確率を表し, 確率変数 q を用いて, 投票参加に対して高費用を持つエージェントの比率を表す. 各エージェントにとって, この p, q の値は共通知識であると仮定する.

投票期間はあらかじめ定められていて, エージェントは順に投票機会が与えられるとする. これは, 投票が開始されていることに気付く時刻が各エージェントによって異なることを想定している. また, エージェントは投票する機会が与えられた際, その時点までの各代替案への投票数を観測できる. ここでは, $\#A$ と $\#B$ を用いて, その時点での A 案, B 案の得票数を表す. この情報をもとに, エージェントは, A 案に投票するか, B 案に投票するか, あるいは, 棄権するかいずれかの行動を選択するものとし, 決定を延期することはできないとする. これは, 再び投票過程に戻るとすると, その時期の判断などに付加的な費用が発生すると想定しているためである. 実験による評価では, この投票順序に関する仮定を緩和した場合についても調べる.

3.2 投票方式

投票には単純多数決をはじめとして様々な方式が存在し, 各々異なる性質を持つ. アローの不可能性定理により, 定義域の非限定性, 全会一致性, 無関係な選択対象からの独立性, 非独裁性という, 常識的に望ましいとされる一連の条件を満たす投票方式が存在しないことが示されている. よって, 投票方式を考えるうえでは何を基準とするかを明確にする必要がある.

本稿では, 意思決定の品質と投票に要する費用の観点から投票方式を評価することとし, 強制参加の単純多数決, ランダム意思決定, 逐次参加型単純多数決, m 票先取を評価対象とする. これら比較対象の選択は, Börgers の議論を参考にしている. 強制投票とは, 全エージェントに投票を強制する方式である. ランダム意思決定とは, コミュニティの中から 1 エージェントをランダムに選んで, そのエージェントの選好案を可決案とする方法である. この定義は, Börgers の議論における定義と異なる. 彼の議論では, エージェントに投票させることなく, 2 つの代替案はいずれも $1/2$ の確率で選択されるものとして定義されている. しかし, それでは意思決定の品質の面で期待できないため, 1 エージェントをランダムに選ぶ方法に変更した.

逐次参加型単純多数決では、投票者が1人ずつ投票に参加するかしないかを決定していき、最終的に多くの票を獲得した代替案を可決案とする投票方式である。一方、 m 票先取は、ある代替案が m 票を集めた時点で投票を打ち切り、その代替案を可決案とする方法である。なお、A案、B案ともに m 票集まらないで投票が終了する事態が生じうるが、そのような場合には、B案を現状維持 (status quo) 案として扱い、B案に可決されると仮定する。

強制参加の単純多数決では、コミュニティ全体でより多くが支持する代替案が可決案として選ばれるが、投票に要する費用は最大となる。一方、ランダム意思決定では、投票に要する費用は小さくなるが、可決案はエージェントの選好を十分に反映しない。つまり、投票方式には、コミュニティ全体の選好を反映しつつ、投票に要する費用を削減することが望まれる。本稿では、社会的余剰を用いて、投票方式の性能を評価する。社会的余剰とは、すべてのエージェントの効用の総和として定義され、エージェントが持つ代替案への価値の総和と投票に要した費用の差として計算される。

1章では、意思決定の品質向上と投票費用削減の両立という表現を用いてきた。本稿では、これは社会的余剰を最大化することを意味する。両立という表現を用いたのは、オークションなどと異なり、投票では社会的余剰が何を意味するか、モデルを与えた後でなければ、理解しにくいと考えたからである。また、2つの指標があるとき、それをどのように評価するかは、単に足し合わせるだけでなく、マキシミン基準などいくつかの基準が存在しうる。しかし、社会的余剰を基準として排除する理由もないため、社会的余剰を評価基準として採用した。

ここで、先にあげた論文賞の例などを社会的余剰で議論することの妥当性が問われるかもしれない。まず、選好とは個人の好みのみを表現するのではなく、ある基準を与えられたときの、投票者の中での代替案の順序付けを表現するものであり、客観性といったものを排除するものではない。次に、優れた論文が選ばれるべきというのはそのとおりであるが、選定委員は選定の間、自己の研究がいっさいできないといったことになれば、それは望ましいことではないと考える。つまり、選ぶための費用も考慮に含めての議論が必要と考える。

4. 最適投票戦略

本章では逐次参加型 m 票先取の投票方式における最適投票戦略について調べる。ここでは動的計画法の適用を考える。 k 番目の投票者の投票戦略を考える場合、仮定により k 番目の投票者はそれ以前の $1, 2, \dots, k-1$ 番目の投票者の行動を操作できない。したがって k 番目の投票者の行動決定には、 $k+1$ 番目から n 番目の投票者の行動を考えれば十分である。 $k+1$ から n 番目までの行動戦略が得ら

れているとすれば、 $k+1$ 番目の投票者が投票機会を得た時点での、A案可決確率、B案可決確率、どちらも可決されない確率を計算することができる。なお、最後の場合は、仮定により、B案可決と同様の結果となる。

まず、最後の n 番目の投票者の行動を考える。 n 番目の投票者の行動は以下のように求められる。投票者が代替案Aを選好する場合を考える。 $\#A = m-1$ 、つまり自己がA案に投票すれば、A案の得票数が m 票に達するとき、投票者はA案に投票するのが最善である。なぜなら、これがA案可決の唯一の手段であり、また、 $1 - c_n \geq 0$ が成り立つためである。これ以外の場合は、投票者は棄権を選択するのが最善となる。これは、自己がA案に投票してもA案可決には至らず、 $-c_n$ の負の効用を被るからである。一方、B案選好者の場合、つねに棄権を選択するのが最善となる。これは自己より後に投票者が存在しないため、A案可決に必要な m 票を獲得することはないからである。

次に、最後から2番目である、 $n-1$ 番目の投票者について考える。この投票者がA案を選好するとしよう。まず、 $\#A = m-1$ のときを考える。この投票者がA案に投票した場合、その投票者が得る効用は $1 - c_{n-1}$ となり、棄権した場合の効用は p となる。 p という値は、 n 番目の投票者がA案を選好する確率である。よって、 $1 - c_{n-1} \geq p$ が成り立つ場合、この投票者はA案に投票を選択し、そうでない場合は棄権を選択するのが最善となる。次に、 $\#A = m-2$ のときを考える。この投票者がA案に投票した場合、得られる効用は $p \times (1 - c_{n-1}) + (1 - p) \times (-c_{n-1}) = p - c_{n-1}$ となり、棄権した場合の効用は 0 となる。したがって、 $p - c_{n-1} \geq 0$ が成り立つなら、A案に投票を選択し、そうでない場合は棄権を選択するのが最善となる。次に $\#A < m-2$ のときを考える。この場合、たとえ $n-1$ 、 n 番目の投票者がともにA案に投票したとしても、A案可決に必要な m 票を獲得できない。したがって $n-1$ 番目の投票者は棄権を選択するのが最善となる。ここでは、A案を選好する場合の最適投票戦略について見たが、投票者がB案を選好する場合についても同様に議論できる。

上記の議論より、A案を選好する $n-1$ 番目の投票者が投票機会を得たときにA案可決となる確率を求めることができる。 $\#A = m-1$ かつ $1 - c_{n-1} \geq p$ のとき、A案可決の確率は 1 、 $\#A = m-1$ かつ $1 - c_{n-1} < p$ のとき、A案可決の確率は p 、 $\#A = m-2$ かつ $p - c_{n-1} \geq 0$ のとき、A案可決の確率は p 、それ以外の場合、A案可決の確率は 0 である。また同様に、B案の得票数が m になる確率を求めることができ、さらに、どちらの案も m 票獲得に失敗する確率を、 1 からA案可決となる確率とB案が m 票集める確率を引くことで求められる。したがって、B案可決の確率を計算できる。こうして求められた $n-1$ 番目の投票者の時点でのA案、B案それぞれの可決確率を用いることで、 $n-2$ 番目の投票者の最適投票戦略を求めることができる。

$prob_{a_i, c_i}(X, i, s, t)$ を用いて, (a_i, c_i) のタイプを持つ投票者が投票機会を得たときに代替案 X が可決される確率を表す. ここで, $X = \{A, B, \emptyset\}$ であり, $\emptyset$ はどちらの案も可決されない場合を表す. 仮定より, $\emptyset$ となる場合は, B 案可決として扱われるが, ここでは, B 案が m 票獲得する場合と, どちらの案も m 票獲得に失敗して B 案可決となる場合を区別して扱うことにする.

これより, k 番目の投票者の最適行動 $behavior_{A, c_k}(k, s, t)$ を求めることができる. ここで $behavior_{A, c_k}(k, s, t)$ は $\#A = s$ と $\#B = t$ のときに k 番目の投票者が投票機会を得たときの最適行動を表す. $behavior_{A, c_k}(k, s, t) = 1$ は A 案に投票するのが最適であることを表し, $behavior_{A, c_k}(k, s, t) = 0$ は棄権するのが最適であることを表す. 以下の式で表される, $u01$ と $u02$ はそれぞれ, k 番目の投票者が棄権を選択した場合に A 案に可決される確率, B 案に可決される確率を表す. 一方, $u1, u2$ はそれぞれ, k 番目の投票者が A 案に投票した場合に, A 案に可決される確率, B 案に可決される確率を表す.

$$\begin{aligned}
 u01 &= p * q * prob_{A, c_k}(A, k+1, s, t) \\
 &\quad + p * (1-q) * prob_{A, c_k}(A, k+1, s, t) \\
 &\quad + (1-p) * q * prob_{B, c_k}(A, k+1, s, t) \\
 &\quad + (1-p) * (1-q) * prob_{B, c_k}(A, k+1, s, t) \\
 u02 &= p * q * prob_{A, c_k}(B, k+1, s, t) \\
 &\quad + p * (1-q) * prob_{A, c_k}(B, k+1, s, t) \\
 &\quad + (1-p) * q * prob_{B, c_k}(B, k+1, s, t) \\
 &\quad + (1-p) * (1-q) * prob_{B, c_k}(B, k+1, s, t) \\
 u1 &= p * q * prob_{A, c_k}(A, k+1, s+1, t) \\
 &\quad + p * (1-q) * prob_{A, c_k}(A, k+1, s+1, t) \\
 &\quad + (1-p) * q * prob_{B, c_k}(A, k+1, s+1, t) \\
 &\quad + (1-p) * (1-q) * prob_{B, c_k}(A, k+1, s+1, t) \\
 u2 &= p * q * prob_{A, c_k}(B, k+1, s+1, t) \\
 &\quad + p * (1-q) * prob_{A, c_k}(B, k+1, s+1, t) \\
 &\quad + (1-p) * q * prob_{B, c_k}(B, k+1, s+1, t) \\
 &\quad + (1-p) * (1-q) * prob_{B, c_k}(B, k+1, s+1, t)
 \end{aligned}$$

$u01$ 式中の右辺の第 1 項は, $\#A = s, \#B = t$ のときに $k+1$ 番目の投票者が A 案を選好し, かつ, 投票参加に対して高費用を持つ場合に相当する. 同様に, 第 2 項は, $\#A = s, \#B = t$ のときに $k+1$ 番目の投票者が A 案を選好し, かつ, 低費用を持つ場合, 第 3 項は, $\#A = s, \#B = t$ のときに, $k+1$ 番目の投票者が B 案を選好し, かつ, 高費用を持つ場合, 第 4 項は, $\#A = s, \#B = t$ のときに, $k+1$ 番目の投票者が B 案を選好し, かつ, 低費用を持つ場合に相当している. $u02, u1, u2$ も同様である.

- if $s = m - 1$,

- if $1 - c_k \geq u01$,

$$\begin{aligned}
 behavior_{A, c_k}(k, s, t) &= 1, prob_{A, c_k}(A, k, s, t) = 1, \\
 prob_{A, c_k}(B, k, s, t) &= 0, prob_{A, c_k}(\emptyset, k, s, t) = 0
 \end{aligned}$$

- otherwise

$$\begin{aligned}
 behavior_{A, c_k}(k, s, t) &= 0, prob_{A, c_k}(A, k, s, t) = u01, \\
 prob_{A, c_k}(B, k, s, t) &= u02, \\
 prob_{A, c_k}(\emptyset, k, s, t) &= 1 - u01 - u02
 \end{aligned}$$

- if $s < m - 1$

- if $u1 - c_k \geq u01$,

$$\begin{aligned}
 behavior_{A, c_k}(k, s, t) &= 1, prob_{A, c_k}(A, k, s, t) = u1, \\
 prob_{A, c_k}(B, k, s, t) &= u2, \\
 prob_{A, c_k}(\emptyset, k, s, t) &= 1 - u1 - u2
 \end{aligned}$$

- otherwise

$$\begin{aligned}
 behavior_{A, c_k}(k, s, t) &= 0, prob_{A, c_k}(A, k, s, t) = u01, \\
 prob_{A, c_k}(B, k, s, t) &= u02, \\
 prob_{A, c_k}(\emptyset, k, s, t) &= 1 - u01 - u02
 \end{aligned}$$

これと同様に, k 番目の B 案選好者の最適行動についても求めることができる.

上述の議論では, まず, n 番目の投票者の最適戦略が求められ, 各代替案への可決確率を計算できることを示した. 次に, k 番目の投票者の最適行動は, $k+1$ 番目の時点で代替案 X が可決案となる確率を基に計算できることを示した. これより, すべての投票者の最適投票戦略を計算することができる.

5. 投票方式の評価

5.1 実験設定

これまでの議論から, エージェントが最適投票戦略をとると仮定したときに, 得られる結果を調べることができる. 本章では, 以下の 4 つの観点から逐次参加型 m 票先取方式の性質を明らかにする.

実験 1: m の最適値をどのように設定するか.

実験 2: 投票・棄権がどのような頻度で発生するか.

実験 3: どのような状況において, m 票先取の投票方式が有効であるか.

実験 4: 投票順序に関する戦略的行動はどのように影響するか.

m 票先取方式の設計パラメータは m である. m 票先取方式を用いる場合は, 適用領域に応じて適切な m の値を設定する必要があると考えられる. この問題に対し, 本稿では以下のパラメータの各組合せに対する社会的余剰を計算した.

- 投票者数: $n = \{10, 15, 20\}$
- A 案選好者の比率: $p = \{0.6, 0.75, 0.9\}$

- 高費用を持つ投票者の比率： $q = \{0.1, 0.5, 0.9\}$

実験 1 に関しては、さらに p, q の値を細かく分割して調べた。これらパラメータの組は、たとえば、A 案選好者数と B 案選好者数が拮抗している場合 ($p = 0.6$)、B 案選好者に比べて A 案選好者が非常に多い場合 ($p = 0.9$)、その中間の場合 ($p = 0.75$) など、特徴的な状況に対応している。実験 2、実験 3 も注記がないものについては同様の設定である。

実験 2 では、 m 票先取投票方式における k 番目の投票者の振舞いを投票頻度の観点から調べる。ここでは $m = 3$ の場合について考える。紙幅の制約より、投票者数については、 $n = \{10, 20\}$ の場合についての結果を示す。この投票頻度に関する実験は投票期間の設定に関係する。各投票者は投票機会を得た時点で自己の選好案に投票するか、棄権して自身より投票順序の遅い投票者に任せるか、のどちらかを選択する。ここで、もし投票順序の遅い投票者のみが投票に参加するのであれば、投票期間を長く設定することは意味を持たない。なぜなら、たとえ投票期間を長く設定しても、投票順序の早い投票者は投票に参加せず、結局、投票期間が短い場合と同様の結果しか得られないためである。

実験 3 では、強制投票、ランダム意思決定、逐次参加型単純多数決、 m 票先取の 4 つの投票方式において得られる社会的余剰を比較した。この比較対象の選択は、先述のように、先行研究である Börgers の研究に準じている。単純多数決での投票者行動は、 m 票先取と同じく、動的計画法を用いて最適戦略を計算し、そのもとで社会的余剰を求めた。 m 票先取方式の可決票数については、 $m = 3$ と設定した。実際の場面では、 p, q の正確な値を知ることは難しい。そのため、様々な場合に対応できる値として $m = 3$ を選択した。また、紙幅の制約により、投票者数については、 $n = \{10, 20\}$ の場合について結果を示す。一方、A 案選好者の比率 p については、その影響が明らかになるよう、刻み幅を小さくして $p = \{0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$ の場合について調べた。

実験 4 では、1 人の投票者に着目し、投票順序を自由に選べるとして、 $n = 10$ の場合において、何番目の投票者を選択するか、その場合の獲得効用と社会的余剰の変化を調べた。具体的には、まず、与えられた p, q の値に沿うように投票者の選好、費用に関するインスタンスを生成する。次に、1 人の投票者のみが順序を選択でき、他の投票者の順序は同じままとし、 $n = 10$ であれば 10 通りの場合を調べて、当該投票者の効用が最大となる順番に移動するとして計算した。実験 1, 2, 3 では、A 案選好者の比率は分かるが個々の投票者が持つ選好は分からないと仮定していたが、実験 4 では 1 名の投票者は、個々の投票者が持つ選好も知っていることになる。実験 4 では、 $n = 10, p = 0.9, q = 0.1$ の場合について調べた。

以上 4 つの実験において、投票に要する費用については高費用 $c_H = 0.2$ 、低費用 $c_L = 0.05$ と設定し、実験 1, 2,

3 については各々インスタンスを 100,000 個、実験 4 についてはインスタンスを 10,000 個生成し、それぞれの平均値を算出した。

5.2 実験結果

5.2.1 可決票数 m の最適値

図 1 に、社会的余剰を最大にする可決票数 m を示す。(a), (b), (c) はそれぞれ $n = 10, 15, 20$ の場合に対応する。図 1 より以下のことが分かる。

- $n = 10$ のときは、すべて $m = 2$ であるが、 n が 15, 20 と増えるにつれて、 $m = 3, m = 4$ の場合が現れる。これは、投票者数が増えると、B 案を選好する投票者数も増加し、少数支持案 B に可決されるリスクが大きくなる。これを避けるために m を大きくする必要が生じる。ただし、増えるといっても、 $n = 20$ でも $m = 4$ 程度にとどまる。
- $n = 20$ の場合を見れば、 $m = 4$ が大きな領域を占めており、 $m = 2$ が最適となるのは、A 案選好者の比率 p の値が大きく、かつ、高費用を持つ投票者の比率 q が小さいか、大きい場合である。前者に関しては、低い投票費用を持つ A 案選好者が多いため、早い段階で 2 票が集まり、B 案可決となる確率が小さくなるためである。後者に関しては、A 案選好者の比率が高いとはいえ、多くが高い投票費用を持つため、早い段階で A 案が 2 票獲得するのが難しくなる。つまり、B 案可決の可能性が生じる。しかし、投票費用が高いため、そのリスクを許容しても、3 番目の A 案投票者の費用を節約することが、社会的余剰を改善することになる。

図 2 に、社会的余剰を意思決定の品質と投票に要する費用に分解した場合を示しておく。可決票数 $m = 3$ の場合を示している。横軸は A 案選好者の比率 p を、縦軸は (a)

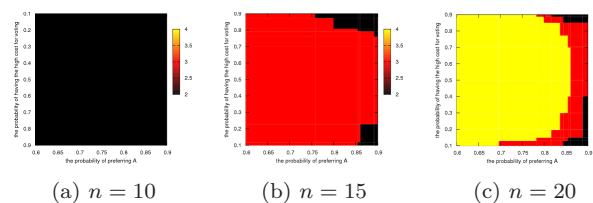


図 1 社会的余剰を最大にする可決票数 m

Fig. 1 m to maximize social surplus.

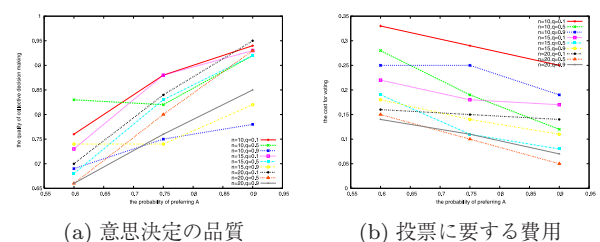


図 2 意思決定の品質と投票に要する費用

Fig. 2 Quality of decision making and cost for voting.

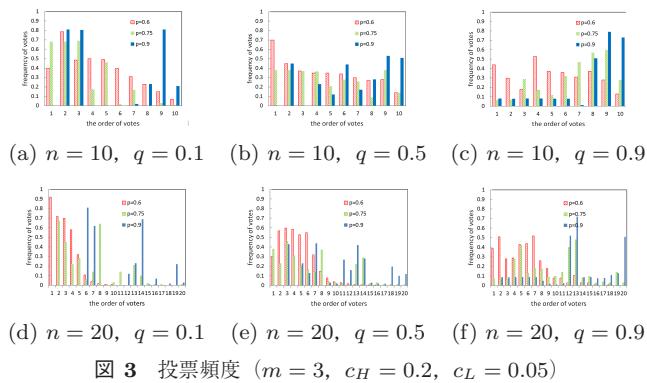


Fig. 3 The occurrence of vote/abstention ($m = 3, c_H = 0.2, c_L = 0.05$).

では、多数派案への可決確率を、(b)では、投票に要した費用を表す。各々正規化した値を示す。投票者全員の投票参加費用の総和を1として正規化した値を表す。各図にある9つの線は $n = \{10, 15, 20\}$ と $q = \{0.1, 0.5, 0.9\}$ の各組合せに対応する。

5.2.2 投票頻度

図 3 は投票に要する費用を $c_H = 0.2, c_L = 0.05$ と設定した場合の、各投票順における投票者の投票頻度を表している。図 3(a) から (f) は各々 $n = \{10, 20\}$ と $q = \{0.1, 0.5, 0.9\}$ の各場合に対応する。各図において、横軸は投票順序を、縦軸は100,000回の試行のうちで投票に参加した比率を表す。図 3 より以下が分かる。

- A 案選好者の比率 p が 0.6 の場合、投票順序の早い投票者が自己の選好案に投票する傾向にある。これは以下のように考えられる。 $p = 0.6$ の場合、B 案選好者数は A 案選好者数と比較して小さくない。よって、自己選好案に最初の1票を投じておくのは可決に対して非常に有効である。一方、投票順序の早い A 案選好者が棄権して、B 案に最初の1票が入ると、A 案が多数派であったとしても、その差が大きくないため、A 案選好者にとって不利な状況となる。
- A 案選好者の比率 p が 0.9 の場合、投票順序で中間に位置する投票者が投票に参加する傾向にある。

m 票先取方式の興味深い点は、必ずしも投票が最初、あるいは、最後に集中しない点である。A 案選好者の比率 p が 0.5 に近い場合、A 案選好者は B 案選好者と競合する状況にあるが、 p が大きくなると、B 案選好者よりは、A 案選好者内で誰が投票するかという、他の A 案選好者との競合という側面が強くなることは理解できる。しかし、後者の場合でも、単純に投票順の遅い投票者に投票を任せる結果にはなっていない。この現象をさらに調べるため、 $n = 20, q = 0.9$ の場合に焦点を絞って、投票費用の設定を変えて投票頻度を調べた。それを図 4 に表す。図 4(a), (b), (c) は、それぞれ、 $c_H = 0.1, c_L = 0.01$ の場合、 $c_H = 0.2, c_L = 0.01$ の場合、 $c_H = 0.2, c_L = 0.03$ の場合に対応する。

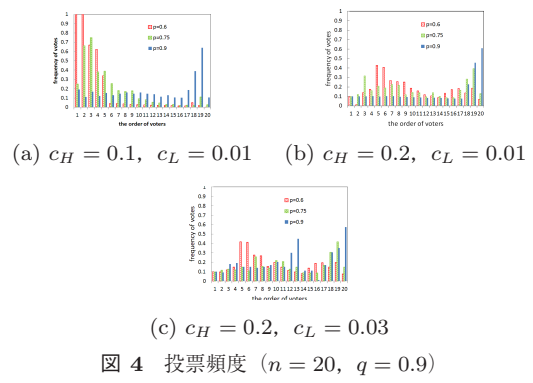


Fig. 4 The occurrence of vote/abstention ($n = 20, q = 0.9$).

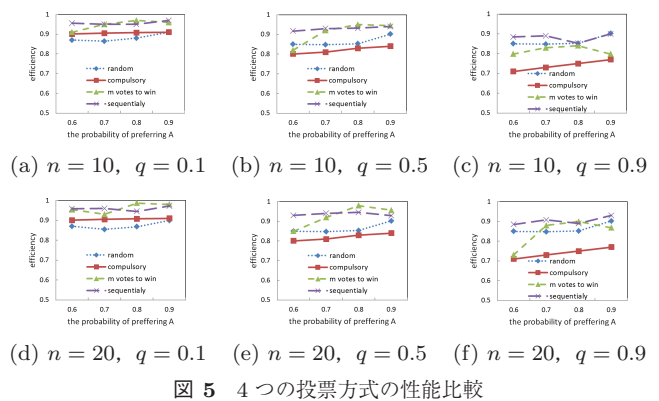


Fig. 5 Comparing the performance of the four voting mechanisms.

図 4(a) では、A 案選好者の比率 p が 0.5 に近いとき投票が最初に集中し、選好比率が大きいき投票が最後に集中し、上記の素朴な推論があてはまる。次に、図 4(b) を見れば、 c_H の値が大きくなるため、後続の投票者に投票を任せる振舞いが生じる。しかし、 p が 0.5 に近い場合、非選好案への可決を避けるため、比較的早い段階で投票が行われている。一方、選好比率が大きき場合、最後に投票が集中するのは変わらない。

さて、図 4(c) は、図 4(b) と、図 3(f) の中間の状態である。ここでは、 $p = 0.9$ の場合でも、投票順が中間 (11 番目、12 番目) の投票者の投票頻度が増えている。図 3(f) では、位置が 12 番目、13 番目にずれるが、投票頻度の増加はさらに顕著になる。A 案選好者が過度に棄権をすれば、残りの投票者の中に数少ない B 案選好者が含まれる場合、あるいは、低費用を持つ投票者でも、それが無視できない値となる場合、結果として A 案が m 票獲得できない事態が生じる。このリスクを軽減するために、12, 13 番目の投票者が投票するようになり、結果として、上記の素朴な推論にあてはまらない状況が出現していると考えられる。

5.2.3 投票方式間の性能比較

図 5 は、強制投票、ランダム意思決定、逐次参加型単純多数決、 m 票先取の4つの投票方式の性能を社会的余剰の観点から比較するものである。図 5(a) から (f) は各々 $n = \{10, 20\}$ と $q = \{0.1, 0.5, 0.9\}$ の各場合における社会的

余剰を示す。各図において、横軸は A 案選好者の比率 p を表し、縦軸は正規化された社会的余剰を表す。この図から以下のことが分かる。

- 高費用を持つ投票者の比率 q が 0.1, 0.5, かつ A 案選好者の比率 p が 0.7, 0.8, 0.9 の場合、単純多数決と m 票先取が効率的であるといえる。強制参加では投票費用が最大となり、ランダム意思決定では意思決定の品質が低下する。単純多数決と m 票先取の投票方式はこれらの欠点を克服できていると見なせる。
- m 票先取方式において、A 案選好者の比率 p の値が増加すると社会的余剰がいったん増加し、そのあと減少する傾向が見られる。これは、強制参加や単純多数決と比較した場合の特徴である。 m 票先取方式においては、 p が 0.9 に近い場合、A, B 両方の代替案が m 票獲得できずに終了することが多くなる。 p が大きい場合、投票順が遅い投票者に投票を任せる傾向が強くなり、たまたま最後の投票者の選好が B 案であった場合に A 案が可決されなくなるためである。この傾向は、 $q = 0.9$ のときに、より強く現れる。ほとんどの投票者が A 案を選好しているにもかかわらず、A 案に可決されないため、社会的余剰が大きく低下することになる。

5.2.4 投票順序に関する戦略的行動の評価

表 1 は、投票順序に関する戦略的行動に関して調べた結果である。表 1(a) には、元々 1 番目の投票者が何番目に投票しようとするか、表 1(b) には、元々 10 番目の投票者が何番目に投票しようとするかを、当該投票者の選好と費用の各場合について示している。各マスには、その順番への変化が生じる確率（単位は%）と、投票順序を変えた場合の獲得効用の増分を示す。低費用を持つ B 案選好者が最後の 10 番目に移動する場合を除いては、移動が生じる確率は大きくても 1% 程度である。獲得費用の増分は、投票

表 1 投票順序に関する戦略的行動

Table 1 The effect of strategic behavior on voting order.

(a) 1 番目の投票者による戦略的行動

投票順序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A 案選好者 高費用	–	0	0	0	0	0	0.01 (1.0)	0.01 (1.0)	0	0
A 案選好者 低費用	–	0.01 (0.95)	0.01 (0.95)	0	0.17 (0.95)	0.19 (0.95)	0.12 (0.95)	0.05 (0.95)	0	0
B 案選好者 高費用	–	0	0	0	0.01 (0.8)	0.03 (0.8)	0	0.03 (0.8)	0.01 (0.8)	0
B 案選好者 低費用	–	0	0.02 (1.0)	0.01 (1.0)	0.07 (1.0)	0.07 (1.0)	0.9 (1.0)	0.13 (1.0)	0.05 (1.0)	7.8 (0.075)

(b) 10 番目の投票者による戦略的行動

順序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A 案選好者 高費用	0	0	0.01 (1.0)	0.01 (1.0)	0	0.01 (0.2)	0.01 (1.0)	0.05 (0.2)	0.24 (0.23)	–
A 案選好者 低費用	0	0.02 (1.0)	0.46 (0.569)	0.03 (0.947)	1.09 (0.17)	0.66 (0.29)	1.74 (0.198)	0.06 (0.95)	0	–
B 案選好者 高費用	0	0	0	0	0.03 (0.8)	0.03 (0.8)	0.02 (0.8)	0.04 (0.8)	0	–
B 案選好者 低費用	0.02 (0.95)	0	0	0.02 (0.95)	0.18 (0.95)	0.09 (0.95)	0.23 (0.946)	0.13 (0.95)	0.07 (0.95)	–

(c) 社会的余剰の変化

順序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
戦略的行動あり	0.986	0.985	0.986	0.986	0.986	0.986	0.986	0.985	0.987	0.985
戦略的行動なし	0.987									

順序を変えた場合に条件付けされた値であり、期待値は確率との乗算になるため、より小さい値となる。低費用を持つ B 案選好者の戦略的行動は、確率としては無視できないが、そこで得られる効用の増分は 0.075 である。B 案が可決される場合に得られる利得 1 に比べれば、小さな値である。また、社会的余剰に与える変化で見れば、表 1(c) に示すように、1 番目の投票者が戦略的行動をとる場合、0.987 から 0.986 に変化、10 番目の投票者が戦略的行動をとる場合、0.987 から 0.985 に変化といった具合に、その変化は小さい。以上より、1 人の投票者による投票順序に関する戦略的行動が社会的余剰に与える影響は小さいといえる。

なお、ここでは複数の投票者による共謀は考慮していない。そもそも m 票先取方式であれば、 m 人が共謀すれば、どのような結果でも導ける。よって、 m 票先取方式が用いられるべき状況は、個々が選好は持つが、コミュニティ全体として良い決定をすることに興味が有り、共謀よりは投票費用に興味がある場合といえる。

6. 議論

本稿では、投票方式の集成的意思決定の品質向上と投票に要する費用削減の両立を社会的余剰を用いた評価により、4 つの投票方式を比較し、 m 票先取の投票方式が他の 3 つの投票方式より効率的となる場合もあるが、多くの場合、逐次参加型単純多数決が、 m 票先取と同等であるか、それを上回ることを示した。ただし、単純多数決にも問題が存在する。図 6 に単純多数決の場合の各投票順における投票頻度を示す。 $q = 0.9$ の場合、投票順が最後の方の投票者しか投票しない。これは、A 案が 1 票しか獲得しなくても、B 案が 0 票であれば、A 案が可決となるため、 m 票先取方式のように中間での投票が生じないためと考えられる。そもそも逐次参加型投票では、投票時刻の制限を緩和して投票者の負荷を軽減するというねらいとともに、投票の進行状況を見せて、投票に気付かせるというねらいもあると考えられる。しかし、単純多数決では、これが実現できない。本稿のモデルには、投票に気付いてもらうことの価値を含めていないため、現時点ではこれ以上の議論ができないが、オンラインコミュニティにおける集成的意思決定方式の性能比較において、今後考慮すべき点と考える。

次に、本稿では $n = 20$ までの場合を調べたが、人数が増えた場合どのようになるであろうか？ 社会的余剰 ss は

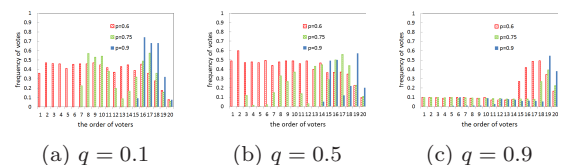


図 6 単純多数決における投票頻度 ($n = 20$)

Fig. 6 The occurrence of vote/abstention in sequential majority voting ($n = 20$).

以下の式で近似できる.

$$ss = f(m)pn + (1 - f(m))(1 - p)n - mc$$

ここで, $f(m)$ は可決票数 m を与えたときに多数派に可決される確率である. p , n , c は, 各々, 多数派の確率, 総人数, 投票費用である. これを, m に関して一階条件を求めれば, 以下が得られる.

$$f'(m) = \frac{c}{n(2p-1)}$$

$f(m)$ の変化率は m が大きくなるにつれて小さくなる. これを考慮すると, n が大きくなるにつれて, m の値は大きくなるが, n に対する比率は小さくなるのが分かる. より詳細な分析については今後の課題である.

7. おわりに

本稿では, 逐次参加型 m 票先取の投票方式に着目し, 意思決定の品質向上と投票に要する費用削減をどう両立させるかという課題に対して, 社会的余剰による評価を行い, 投票方式の性質を調べた. m 票先取における投票者の最適行動を解析し, 以下を示した. まず, 可決票数 m の最適値については, 多数派少数派の人数比が小さい場合は, コミュニティのサイズが大きくなるほど m の値を大きく設定する必要がある. 一方, 多数派少数派の人数比が大きい場合は, m の値の変化は小さくなることを明らかにした. 次に, 投票順における投票参加の有無については, 多数派少数派の人数比が小さい場合, 投票順序の早い投票者が投票に参加する傾向にあり, 一方, 人数比が大きい場合には, 投票順序のやや早い投票者と遅い投票者が頻繁に投票に参加する傾向があることを明らかにした. 次に投票方式間の性能比較については, m 票先取の投票方式は, ランダム意思決定や強制参加に比べてより優れた性能を示す場合が多いが, 逐次参加型単純多数決は, m 票先取と同等かより効率的となることが明らかになった. しかし, 逐次参加型単純多数決では, 投票が最後に集まるという問題を指摘した. 最後に, 1 投票者に限って投票順序に関する戦略的行動を許容しても, それが社会的余剰に与える影響は小さいことを確認した. これらの知見は, m 票先取投票方式を適用する際, m の値をどう設定するか, といった問題を解決するのに役に立つ. 本稿では, 代替案の数を 2 に限定して議論を行ったが, 3 以上の代替案が存在する場合に議論を進展させることは今後の課題である.

謝辞 本研究の一部は, 日本学術振興会科学研究費基盤研究 (B) (22300052, 平成 22 年度~24 年度) の補助を受けた.

参考文献

- [1] Airiau, S. and Endriss, U.: Iterated majority voting, *Proc. 1st International Conference on Algorithmic Decision Theory (ADT-2009)*, pp.38–49 (2009).
- [2] Battaglini, M.: Sequential voting with abstention, *Games and Economic Behavior*, Vol.51, No.2, pp.445–463 (2005).
- [3] Börgers, T.: Costly voting, *American Economic Review*, Vol.94, pp.57–66 (2004).
- [4] Conitzer, V.: Making decisions based on the preferences of multiple agents, *Comm. ACM*, Vol.53, No.3, pp.84–94 (2010).
- [5] Dekel, E. and Piccione, M.: Sequential voting procedures in symmetric binary elections, *Journal of Political Economy*, Vol.108, No.1, pp.34–55 (2000).
- [6] Desmedt, Y. and Elkind, E.: Equilibria of plurality voting with abstentions, *Proc. 11th ACM Conference on Electronic Commerce (EC-2010)*, pp.347–356 (2010).
- [7] Elkind, E. and Lang, J.: Guest editorial: Special issue on computational social choice, *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, Vol.22, No.1, pp.1–3 (2011).
- [8] Farquharson, R.: *Theory of Voting*, Yale University Press (1969).
- [9] Meir, R., Polukarov, M., Rosenschein, J.S. and Jennings, N.R.: Convergence to equilibria in plurality voting, *Proc. 24th AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI-2010)*, pp.823–828 (2010).
- [10] Morton, R.B. and Williams, K.C.: Information asymmetries and simultaneous versus sequential voting, *The American Political Science Review*, Vol.93, No.1, pp.51–67 (1999).
- [11] Poundstone, W.: *Gaming the Vote: Why Elections Aren't Fair*, Hill and Wang (2008).
- [12] Sloth, B.: The theory of voting and equilibria in noncooperative games, *Games and Economic Behavior*, Vol.5, No.1, pp.152–169 (1993).
- [13] Xia, L. and Conitzer, V.: Stackelberg voting games: Computational aspects and paradoxes, *Proc. 24th AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI-2010)* (2010).



鍵福 竜也

2011 年京都大学工学部情報学科卒業.
2011 年 4 月から, 同大学院情報学研究科社会情報学専攻修士課程に在学.
メカニズムデザイン, マルチエージェントシステムに興味.



松原 繁夫 (正会員)

1990 年京都大学工学部精密工学科卒業.
1992 年同大学院工学研究科修士課程修了. 同年 NTT に入社. 2007 年より京都大学情報学研究科社会情報学専攻准教授. 情報経済学の研究に従事. 博士 (情報学). 2002 年度人工知能学会論文賞, 2003 年度情報処理学会研究開発奨励賞, 2005 年度日本ソフトウェア科学会論文賞受賞. 人工知能学会, 日本ソフトウェア科学会, 電子情報通信学会各会員.