Vol.2012-MPS-90 No.16
2012/9/20

ジャンプ過程を含む変数で記述される価格・需要関数を用いた商品開発投資の先行・後発行動の分析とその応用

時永 祥三[1,a)]　岸川 善紀[2,b)]

概要：ハイテク製品などの開発投資問題では, 先行企業の投資行動による誘引効果で後発企業の投資節減効果の大きさがどの程度か探ることなどが分析対象となる. 本研究では投資先行・後発行動分析について, 従来の需要変動ではブラウン運動を仮定しているモデルから, より現実的な経済時系列の挙動に対応させる. 具体的には需要量と価格に分解された需要変動を, 一時的なジャンプ状の変動要因を含むモデルへと拡張し、その状況下での投資行動最適化の方法を確率的動的計画法を用いて定式化する, 応用例として人工データによるシミュレーションで先行企業と後発企業の利益変動を分析すると同時に, 現実のデータへの適用可能性について論じる.

キーワード：投資先行と後発, ジャンプ過程変動, 確率的動的計画法

1. はじめに

製品開発などへの投資問題に関して, 需要変動などを考慮して投資時期を決定する問題が議論されている [1]-[5]. 特に, 製品開発投資における先行企業による技術開発などの行動が, 遅れて投資をする企業 (後発企業) に影響を与えることが指摘されており (spillover と呼ばれる), 国内企業の間の関係と同様に海外企業への影響も分析されている [6]-[8]. この場合, 対象となる商品の需要関数に注目する分析方法が適用されており, 先行企業と後発企業の行動から均衡点を求め, その性質を分析することがなされている [6]. しかし, 需要関数の挙動は単純なブラウン運動に限定されており, 一般的な形状への拡張が求められる. また需要関数と同時に, 製品価格の変動も考慮しなければならず, 需要の一時的な急落も現実には観測される [9]-[17]. 本論文ではジャンプ過程を含む変数で記述される価格および需要関数における投資先行・後発行動の分析とその応用について述べる [18]. また本論文の手法を現実の製品開発などに見られる投資の先行企業と後発企業の行動を分析する場合に, ジャンプ過程変動を含む時系列モデル推定を遺伝的プログラミングと多段ファジイ推論と本論文の手法とを組み合わせて実施する可能性について論じる [19].

以下,2. ではジャンプ過程を含む変数により記述される価格・需要関数と投資の最適化問題について述べる.3. では先行企業と後発企業との最適化行動を記述する方程式を導出する.4. では投資行動の参入時刻の推定について述べ, 5. においては応用例を示す.

[1] 九州大学大学院経済学研究院
Kyushu Univ., Fukuoka,812-8581, Japan
[2] 宇部工業高等専門学校経営情報学科
UNCT, Ube, Yamaguchi,755-8555, Japan
[a)] tokinaga@en.kyushu-u.ac.jp
[b)] kisikawa@ube-k.ac.jp

2. ジャンプ過程を含む変数の需要関数と投資最適化

2.1 投資における先行と後発

以下ではまず, 製品開発などへの投資に関して, 投資をする先行企業と後発企業の行動を, 文献 [6] の手法をもとにモデル化する. ここで以下のように記号を定義する.

$P(t)$:製品価格の関数, $D(t)$:需要関数.

T_d:投資金額のうち回収できない埋没費用が発生する時刻.

Π_0:どの企業も投資をしていない場合の利益率.

$\Pi_1(\Pi_2)$:1 つ (2 つ) の企業が投資をしている場合の利益率.

$\Pi_1^h(\Pi_1^l)$:1 つの企業が投資をしている場合の先行 (後発) 企業の利益率.

r:金利, I:先行企業の投資額.

θ:後発企業の受ける先行企業からの投資節減効果. すなわち後発企業は $(1-\theta)I$ だけ投資する.

なお販売金額に対する利益率 $\Pi_0, \Pi_1, \Pi_2, \Pi_1^h, \Pi_1^l$ の間には, 次の大小関係が存在すると仮定する [6].

$$\Pi_1^h > \Pi_2 > \Pi_0 > \Pi_1^l \tag{1}$$

© 2012 Information Processing Society of Japan

一般には, ブラウン運動に基づいて価格や需要の変動をモデル化することが行われている. 例えば, 文献 [6] における販売金額を変数 $z(t)$ とした場合に, 時間 t における微小変化 dt の間における関係 (変数 $z(t)$ の微小変化 $dz(t)$) が, 次のようにモデル化される.

$$dz(t) = \alpha z(t)dt + \sigma z(t)d\omega \tag{2}$$

α, σ は定数, $d\omega$ はウイーナー過程の微分値である. 本論文のモデルにおいては, 販売金額 $z(t)$ を $z(t) = P(t)D(t)$ のように, 価格と需要をかけたものとする. 以下それぞれの企業の行動をモデル化する.

(1) 後発企業の行動

いま投資で先行する企業の行動が観測されたと仮定すると, 後発企業は先行企業からの誘発の効果を受けており, 時刻 t 以降において次の関数を最大化する行動をとる.

$$\begin{aligned} F(P,D,t) = \max_{T_d} E_t[& \int_t^{T_d} \Pi_1^l P(t)D(t)e^{-r(\tau-t)}d\tau \\ & + \int_{T_d}^{\infty} \Pi_2 P(t)D(t)e^{-r(\tau-t)}d\tau \\ & -(1-\theta)Ie^{-r(T_d-t)}] \end{aligned} \tag{3}$$

$E_t[.]$ は時刻 t において, 入手できる情報を用いて期待値をとることを意味する. 式 (3) は後発企業が投資を延期できる限度の時刻 T_d まで待つ場合に相当するケースと, この時刻 T_d 以降に本格的に投資をする場合に相当するケースからなっている. この時刻 T_d の導出はあとで示す. この時刻 T_d まで後発企業が本格的な投資を行わないで待ったとしても, 時刻 $t = T_d$ に直ちに投資を本格化した場合と, 等しいかより大きな利益をあげることができる限界時刻である. この時刻 T_d を過ぎて後発企業が投資をしても, 投資の遅れを後半でカバーできない. 以下ではこの時刻 T_d を, 参入時刻と呼ぶ.

(2) 先発企業の行動

先行企業は, すでに投資を決定しているので次の評価関数を最大化する行動をとる.

$$\begin{aligned} L(P,D,t) = \max_{T_d} E_t[& \int_t^{T_d} \Pi_1^h P(t)D(t)e^{-r(\tau-t)}d\tau \\ & + \int_{T_d}^{\infty} \Pi_2 P(t)D(t)e^{-r(\tau-t)}d\tau - I] \end{aligned} \tag{4}$$

2.2 ジャンプ過程を含む価格・需要関数

これまで述べてきた投資決定に用いられる価格・需要関数を, 単純なブラウン運動による記述から拡張して, ジャンプ過程を含むものへと定式化する. 価格 $P(t)$ は定常的にはブラウン運動に従って変動すると仮定するが, 消費動向などによりジャンプ状の変動が加わり急激に価格が高騰 (上昇ジャンプと呼ぶ,) あるいは低落 (下降ジャンプと呼ぶ) するモデルを用いる [14]-[19]. なお説明を分かりやすくするために, 以下では価格・需要時系列の生成モデルにおいて直接的にジャンプの生起を含ませる形を示す. まず, 価格の変動モデルを説明する. まず, 上昇 (下降) ジャンプには 2 つのジャンプ過程であるジャンプの開始 (go) と, もとのレベルに復帰する動作 (back) とからなると仮定する. 時間間隔 dt の間における価格 P の変化 dP は, 次のように書ける.

$$dP = \alpha_P(P,t)dt + (\gamma_{go} - P)\lambda_{go}dt + (\gamma_{back} - P)\lambda_{back}dt + \sigma_P P d\omega \tag{5}$$

ここで $\lambda_{go}, \lambda_{back}$ は単位時間当たりの開始 (go) と復帰 (back) ジャンプの発生確率であり,$\gamma_{go}, \gamma_{back}$ はこれらの 2 つの動作の大きさに対応しており, 正規分布にしたがうと仮定する. $N(a,s)$ を平均が a, 標準偏差が s である正規分布として上昇 (下降) ジャンプを次のように仮定する.

上昇：$\gamma_{go} \sim N(a_{11}, s_{11}), \gamma_{back} \sim N(a_{12}, s_{12})$

下降：$\gamma_{go} \sim N(a_{21}, s_{21}), \gamma_{back} \sim N(a_{22}, s_{22})$

ジャンプの開始と復帰 (go,back) の発生確率 $\lambda_{go}(P), \lambda_{back}(P)$ を規定する関数の形状については, 図 1 に示すような区分線形のものを仮定する [11]-[15].

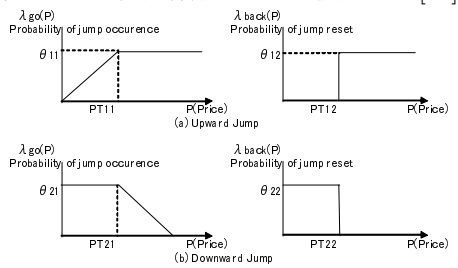


図 1. 上昇 (下降) ジャンプにおける確率 $\lambda_{go}, \lambda_{back}$ (左:上昇ジャンプ, 右:下降ジャンプ)

fig.1. Probabilities $\lambda_{go}, \lambda_{back}$ of upward(downward) jump (left:upward jump, right:downward jump).

これは, ジャンプは頻繁には発生しないことや, 関数形状の細かな違いはジャンプ発生に大きな影響を与えないことが背景になっている. 図 1 において上昇 (下降) ジャンプにおける発生確率を, $P(t)$ の関数として示している. 図 1 より確率 $\lambda_{go}(P), \lambda_{back}(P)$ はある閾値 (PT_{11} など) の上下で変化することを仮定しており, 遷移する領域を除いては一定値 (θ_{11} など) である。図 2 にはパラメータをある組み合わせに設定した場合の, 上昇 (下降) ジャンプが含まれる時系列の例を示している.

次に需要関数 $D(t)$ についても, ジャンプ過程変動を含むように拡張を行う.

$$dD = \alpha_D(D,t) + (\eta_{go} - D)\lambda_{go} + (\eta_{back} - D)\lambda_{back} + \sigma_D D d\omega \tag{6}$$

上昇 (下降) ジャンプが含まれる場合には, η_{go}, η_{back} はそれぞれジャンプの開始 (go) と上昇 (下降) したあと, もとのレベルに復帰する (back) ジャンプの大きさに対応しており, 次の正規分布 K_1, K_2 にしたがうと仮定する.

上昇：$K_1 \sim N(b_{11}, r_{11}), K_2 \sim N(b_{12}, r_{12})$

© 2012 Information Processing Society of Japan

下降：$K_1 \sim N(b_{21}, r_{21}), K_2 \sim N(b_{22}, r_{22})$

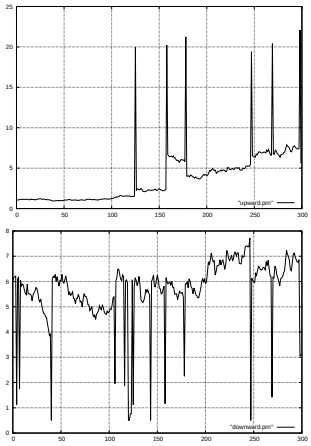


図 2. 上昇ジャンプおよび下降ジャンプの例
(上:上昇, 下:下降)
fig.2. Examples of upward jumps and downward jumps.

3. 最適化行動の偏微分方程式による記述

上に述べたような商品価格と需要関数の前提のもとで, 先行企業と後発企業の利益最適化行動の結果として得られる偏微分方程式を導出する. なお関係式の導出の詳細は紙幅の都合で省略し, 結果を簡潔にまとめる.

最初に後発企業の行動の最適化問題を考察する. すでに式 (3) において述べたように, 後発企業の行動は投資への参入を本格的にはじめるまでの時期 ($t = 0 \sim T_d$) と, 参入を決めたあとの時期 $t = T_d \sim \infty$ の 2 つのケースを含んだ最大化問題になる. この最適化問題は時刻 $t \sim T_d$ を更に $t \sim t + dt$ および $t + dt \sim T_d$ とに分割した項を導入することにより, 次のように表現できる.

$$0 = \Pi_1^l P(t)D(t) + G(F) \tag{7}$$

$$\begin{aligned} G(F) &= F_t + \alpha_P F_P + \frac{1}{2}\sigma_P^2 F_{PP} + \alpha_D F_D + \frac{1}{2}\sigma_D^2 F_{DD} \\ &+ \sum_{k=1}^{2} E[F_k^{(+,P)} - F]\lambda_k(P) \\ &+ \sum_{k=1}^{2} E[F_k^{(+,D)} - F]\lambda_k(D) \end{aligned} \tag{8}$$

ただし $k = 1, 2$ は記号 go,back に対応させており,$F_k^{(+,P)}(F_k^{(+,D)})$ は, 価格 P(需要 D) において大きさが $\gamma_k(.)(\eta_k(.))$ のジャンプが発生した場合の $F(.)$ の値である. また, 偏微分の記号は $F_P = \partial F/\partial P, F_{PP} = \partial F^2/\partial P^2$ などを意味する.

同様の手順を用いて先行企業行動の最適化のための偏微分方程式が, 以下のように導出される.

$$0 = \Pi_1^h P(t)D(t) + H(L) \tag{9}$$

$$\begin{aligned} H(L) &= L_t + \alpha_P L_P + \frac{1}{2}\sigma_P^2 L_{PP} + \alpha_D L_D + \frac{1}{2}\sigma_D^2 L_{DD} \\ &+ \sum_{k=1}^{2} E[L_k^{(+,P)} - L]\lambda_k(P) \\ &+ \sum_{k=1}^{2} E[L_k^{(+,D)} - L]\lambda_k(D) \end{aligned} \tag{10}$$

$L_k^{(+,P)}$ などの記号の定義は, $F_k^{(+,P)}$ などと同様である.

4. 投資行動の参入時刻の推定と比較分析

4.1 参入時刻の推定

後発企業にとって投資を本格的に開始するかどうかを判断する時刻 T_d を推定する手順を示す. 時刻を $t \sim T_d$ と $T_d \sim \infty$ とに分割して最適化を行った場合の後発企業の行動は式 (3) で記述され, 一方, この中間段階を省略して, 時刻 t から本格投資を実施した場合の最適化行動は, 次に示す式で記述できる.

$$F(P, D, t) = E_t[\int_t^{\infty} \Pi_2 P(t)D(t)e^{-r(\tau - t)}d\tau] \tag{11}$$

これらの 2 つの式における左辺の値が同じ数値になる場合の T_d の値が, 参入時刻を与える.

4.2 挙動がブラウン運動のみの需要関数のモデル

本論文の目的は, 価格・需要関数をジャンプ過程を含む変数で記述される時系列に拡張した場合の先行企業と後発企業の行動を分析することにある. 比較分析のために, 需要関数がブラウン運動だけの場合 [6] の先行・後発企業の最適行動についての分析結果を, 簡潔にまとめる.

時系列 $z(t)$ はブラウン運動にしたがうと仮定され, 式 (2) のように表現されている. 従来から, このように需要時系列の挙動がブラウン運動である場合には, 企業のとる最適行動は, 変数 $z(t)$ の関数として解析的に求まる場合が多いことが示されている [2][3]. 文献 [6] においても, 企業の最適行動は時系列である変数 $z(t)$ の指数などを用いて解析的に表現できる. これをまとめると, 次のようになる.

(1) 後発企業

$$F(t) = \begin{cases} \frac{\Pi_1^l}{r-\alpha} z(t) + \frac{(1-\theta)I}{\gamma - 1}(z(t)/\underline{z})^{\gamma}, z(t) < \underline{z} & ; \\ \frac{\Pi_2}{r-\alpha} z(t) - (1-\theta)I, z(t) > \underline{z} & ; \end{cases} \tag{12}$$

$$\underline{z} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{r - \alpha}{\Pi_2 - \Pi_1^l}(1 - \theta)I \tag{13}$$

$$\gamma = 0.5 - \alpha/\sigma^2 + \sqrt{(0.5 - \alpha/\sigma^2)^2 + 2r/\sigma^2} \tag{14}$$

(2) 先行企業

$$L(t) = \begin{cases} \frac{\Pi_1^h}{r-\alpha} z(t) + \frac{\Pi_2 - \Pi_1^h}{\gamma - \alpha}\underline{z}(z(t)/\underline{z})^{\gamma}, z(t) - I < \underline{z} & ; \\ \frac{\Pi_2}{r-\alpha} z(t) - I, z(t) > \underline{z} & ; \end{cases} \tag{15}$$

後に示す価格と需要の時系列にジャンプ過程が含まれる場合との比較をするために, 上に述べた基本モデルの性質を少し調べておく. 式 (2) に示すように販売金額の時系列

© 2012 Information Processing Society of Japan

$z(t)$ を与え, パラメータを次のような範囲で変化させる. 投資節減効果は $\theta = 0.15$ とし, 金利は $r = 0.04$ としておく ($\alpha < r$ を条件とする).

α:0.01〜0.03, σ:0.03〜0.1

いま, 十分に時間が経過したあとの時刻での先行企業と後発企業の利益累計を, それぞれ Q_L, Q_F とした場合に, 先行企業の相対的な優位性を指標 $R = (Q_L - Q_F)/Q_L$ により定義しておく. 表 1 にはパラメータに応じた指標 R の動きを, 一方のパラメータを固定し他方を変化させた場合の, 代表的なケースについて示している. 指標がマイナスの場合は, 先行企業の利益が相対的に小さい場合に対応している. また表 1 には参入時刻 T_d も示している.

この表 1 より分かるように, α の増加にしたがい, 投資による利益が大きくなるために, 早期の投資が有利となり R は小さくなる. すなわち, T_d も α の増加にともない小さくなり, 先行企業の優位性は小さくなる. 次に σ を増加させた場合には, R は単調に減少する. 投資に伴う不確実性の増加に応じ, 先行企業の優位さが不明確になることに対応している. 更に, 参入時刻 T_d も σ の増加に応じ減少している.

表 1. 指標 R へのパラメータ α, σ の影響

Table 1.Indicator R depending on parameters α, σ.

$\sigma = 0.03$	T_d	R	$\alpha = 0.01$	T_d	R
$\alpha = 0.02$	68	-0.25	$\sigma = 0.03$	68	0.17
$\alpha = 0.025$	40	-0.34	$\sigma = 0.05$	58	0.05
$\alpha = 0.03$	26	-0.50	$\sigma = 0.1$	52	-1.75

5. 応用例

5.1 ジャンプ過程を含む場合の評価関数の変化事例

以下では, 本論文でモデル化する製品の価格・需要関数にジャンプ過程が含まれる場合の評価関数の変化事例を示す. 以下の応用例を通じて, シミュレーションを実施するための変数 P, D の刻み幅である $\Delta P, \Delta D$ は, 変数の範囲を適切に選び, 変数を 40 分割した離散的な値を仮定する. また,$\Delta t = 1$ とする.

本論文では, 代表的な組み合わせを選択して考察の対象とする. 価格の変動モデルに関しては, 以下のシミュレーションを通じて, パラメータを次のような範囲で変化させている.

$\alpha_P = 0.01, \alpha_D = 0.01, \sigma_P = 0.03, \sigma_D = 0.03$

$a_{11} = 5 \sim 20, s_{11} = 1 \sim 3, a_{12} = 4 \sim 5, s_{12} = 1 \sim 3$

$\theta_{11} = 0.005 \sim 0.05, \theta_{12} = 0.3 \sim 0.85$

$a_{21} = 1 \sim 3, s_{21} = 1 \sim 2, a_{22} = 1 \sim 6, s_{22} = 1 \sim 2$

$\theta_{21} = 0.005 \sim 0.05, \theta_{22} = 0.3 \sim 0.85$

なお, 需要の時系列生成についても, 上に示したパラメータをそのまま用いる. すなわち, $b_{11} \to a_{11}$ などの対応関係のもので, パラメータの変化の範囲を設定する. この理由としては, 販売金額は価格と需要をかけたものなので, 同じ性質を仮定しても構わない場合がある. しかしながら, 価格と需要の両方にジャンプ過程が含まれる場合には, 変動が極めて大きくなり, 先行企業の優位がなくなることが明らかで, 分析のケースとしては適切ではない. このためシミュレーション分析では, 時系列変動の大きさを価格の時系列の 1/3 に縮小したものを需要の時系列とする, というような変換を行っている.

ブラウン運動とジャンプ過程以外の時系列生成の項として, 時間を含む関数 $\alpha_P(P,t)$ がある. これについては, 以下のような周期変動を仮定する.

$$\alpha_P(P,t) = [\beta_P \sin(2\pi t/24) + P_Z - P]dt \qquad (16)$$

この周期変動が相対的に大きな場合と小さな場合で, 2 つのケースを区分する.

Case A:$\beta_P = 0.001$, Case B:$\beta_P = 0.05$

図 3, 4 にはそれぞれ需要が一定であり, 価格に, 上昇ジャンプと下降ジャンプを含む場合の, 先行企業と後発企業の利益累計の時系列の例を示している. 図 3 より, 価格に上昇ジャンプが含まれる場合には, 先行企業の有利な条件が生み出されており, 利益の累計が最終的には後発企業を上回る. 一方, 価格の下降ジャンプが含まれる場合には, どの企業にとっても投資先送りは有利ではなく, 早期の投資が開始されることにともない先行企業の優位性は小さくなる.

図 5 には価格に上昇ジャンプが含まれ需要時系列には変換され, やや変動を縮小した時系列として表現される場合の先行企業と後発企業の利益時系列の例を示している. 図 5 より分かるように, 価格に上昇ジャンプが含まれることにより, この例では先行企業の有利な条件が生み出されており, 利益の累計が最終的には後発企業を上回る.

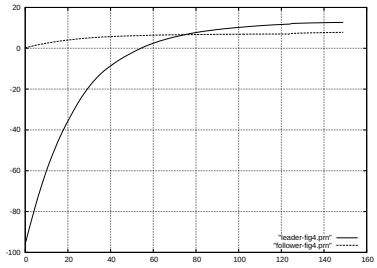


図 3. 価格が上昇ジャンプを含む場合の評価関数

fig.3. An evaluation function of price including upward jumps.

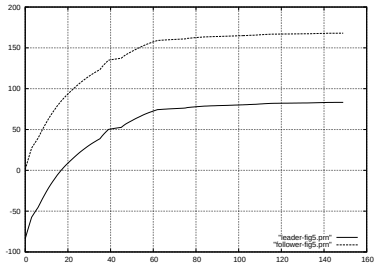


図 4. 価格が下降ジャンプを含む場合の評価関数

fig.4. An evaluation function of price including downward jumps.

© 2012 Information Processing Society of Japan

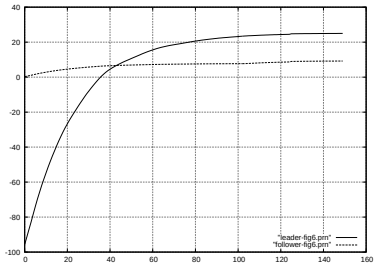


図 5. 価格が上昇ジャンプ, 需要が下降ジャンプを含む場合の評価関数

fig.5. An evaluation function of price including upward jumps and demand including downward jumps.

5.2 ジャンプ過程パラメータの企業利益への影響

以下では, 前節で事例として示したジャンプ過程の発生と企業利益の関係を, パラメータを変化させながら考察し, 影響分析としてまとめる. なおパラメータの設定について, 次のような仮定をおく. まず, 発生するジャンプの大きさ (a_{11} など) とその頻度 (確率 θ_{11} など) は, 反比例すると仮定する. またジャンプの大きさである a_{11} などの値とその標準偏差 (s_{11} など) は, 比例する関係に設定する. この関係は, ジャンプの生起 (go) と同様に, もとのレベルに復帰する (back) ジャンプにおいても適用すると仮定する. これにより, 大きなジャンプは稀に発生し, すばやくもとのレベルに復帰する. 一方で小さなジャンプは, やや頻度が多く発生し, もとのレベルに復帰する時間もやや長くなる. またブラウン運動に相当する項目に含まれるパラメータは, $\alpha_P = 0.01, \sigma_P = 0.03, P_Z = 3$ として固定する.

表 2, 3, 4 には, ぞれぞれ, 1) 需要が一定で価格に上昇ジャンプが含まれる場合, 2) 需要が一定で価格に下降ジャンプが含まれる場合, 3) 価格に上昇ジャンプが含まれ需要に縮小された下降ジャンプが含まれる場合について, パラメータの設定と企業の利益の差の関係を示している.

表 2. 指標 R へのパラメータの影響
(価格に上昇ジャンプ)

Table 2.Indicator R depending on parameters (cases with upward jumps in prices).

		Case A		Case B	
a_{11}	θ_{11}	T_d	R	T_d	R
20	0.01	98	0.45	68	0.61
10	0.03	86	0.43	58	0.60
5	0.05	78	0.40	49	0.58

表 3. 指標 R へのパラメータの影響
(価格に下降ジャンプ)

Table 3.Indicator R depending on parameters (cases with downward jumps in prices).

		Case A		Case B	
a_{22}	θ_{21}	T_d	R	T_d	R
6	0.01	2	-0.29	2	-0.43
3	0.03	4	-0.18	4	-0.21
1	0.05	25	0.74	23	0.75

表 4. 指標 R へのパラメータの影響 (価格に上昇ジャンプ, 需要に下降ジャンプ)

Table 4.Indicator R depending on parameters (cases with upward jumps in prices and downward jumps in demands).

				Case A		Case B	
a_{11}	b_{22}	θ_{P11}	θ_{D21}	T_d	R	T_d	R
20	6	0.01	0.01	199	0.33	104	0.60
10	3	0.03	0.03	100	0.36	89	0.69
5	1	0.05	0.05	40	-0.18	40	-0.02

需要が一定で価格に上昇ジャンプが含まれる場合, ジャンプが大きいほど指標 R は大きく, 参入時刻 T_d はこれにともない増加している. また Case A, Case B のどちらも, 先行企業に有利な条件となっている.

需要が一定で価格に下降ジャンプが含まれる場合, ジャンプが大きいほど指標 R は大きくマイナスになっている.

価格に上昇ジャンプ, 需要に下降ジャンプの場合, 価格の上昇ジャンプと, 需要の下降ジャンプの効果が相殺すると思われる中間のパラメータ設定において, 指標 R は最大となっている.

5.3 現実のデータへの適用可能性の考察

次に, 実際に観測される時系列などから, 投資における先行と後発の有利さの分析に本論文の手法が適用できるか考察を試みる. しかし, 現実のデータの場合には時系列の生成モデルは未知のため推定が必要となる. 本論文では, われわれが以前示した遺伝的プログラミング (Genetic Programming:GP) と多段ファジイシステムを用いたモデル推定の手法を適用する [19]. システムの構成は次の図のようになっている.

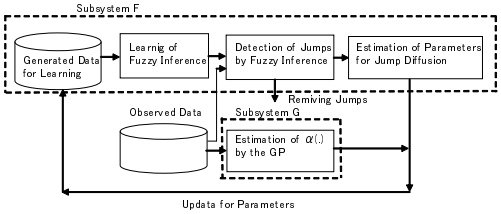


図 6. システム構成の概要

fig6. Overview of system configration.

この手法は, まれにしか発生しないジャンプ部分を多段ファジイ推論による学習により実施することと, GP による関数近似を用いることがポイントとなっている.

考察に用いた時系列は, 最近の日本市場で観測されたハイブリッド車 (HV), 液晶テレビ (TV), ブルーレイレコーダー (BL), デジタルカメラ (DC) の 4 つである (観測期間は 2009 年 1 月から 2011 年 8 月：月次データ).

これらの 4 つの商品需要の時系列を図 7 に示す.

© 2012 Information Processing Society of Japan

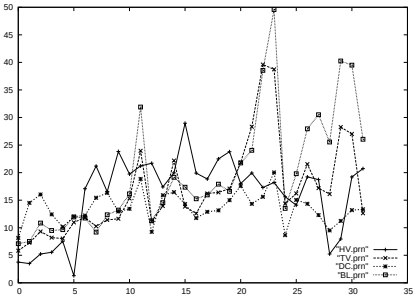


図 7.4 つの商品に関する需要時系列

Fig.7.Demand time series of four kinds of products.

これらの 4 つの商品需要と価格の時系列について GP と多段ファジイ推論を適用して, 本論文の人工データに対する場合と同じモデルを推定する. 次に, このモデルに基づいて, 投資に先行する企業と後発企業の利益を推定する. この場合の評価指標としては, 人工データに対する場合と同様に, 参入時刻 T_d 利益の比率 R を用いる. 表 5 にこの結果をまとめる.

表 5. 市場の商品に関する T_d, R の比較分析

Table 5.Comparison of T_d, R among four products in the market.

	HV	TV	BL	DC
T_d	2	12	14	20
R	0.21	0.34	0.54	0.65

分析の結果は人工データの場合と同じ傾向を示しており, ジャンプの大きさとブラウン運動部分の分散によって, 参入時刻 T_d と指標 R の大きさが規定されていることが分かる. すなわち HV においては, 先行企業の有意さは極めて小さく, DC においては, 先行企業に有利な条件となっている.TV, BL の 2 つにおいては,HV と DC との間の中間的な特性を持っている.

6. おわりに

本論文では, ジャンプ過程を含む変数により記述される価格・需要関数もとでの投資先行・後発の均衡分析について述べ, 投資行動を最適化するための方法を確率的動的計画法を用いて定式化した. ジャンプ過程の性質により, このような 2 者の均衡点が移動することを, シミュレーションをもとにして示し, パラメータが与える企業行動への影響について考察した. 現実データの適用可能性については時系列モデル推定のためのジャンプを多段ファジイで学習し, 関数の形状を GP で近似するシステムを用い, 日本のハイテク製品需要の場合に適用した.

今後, 本論文の手法を製造業における投資分析や, その予測に適用する拡張を検証する予定である.

参考文献

[1] R.L.McDonald and D.R.Siegel,“ Investment and the valuation of firms when there is an option to shut down,” International Economic Review, vol.26(June), pp.331-349, 1985.

[2] A.Dixit and R.Pindyck,Investment Under Uncertainty, Princeton University Press, Princeton, 1994.

[3] A.Dixit, “ Entry and exit decision under uncertainty,”Journal of Political Economy, vol.97, no.3,pp.620-638, 1989.

[4] B.Kogut and N.Kulatilaka, “ Operational flexibility, global manufacturing and the option value of a multinational networks,” Management Science, vol.40, no.1 ,pp.123-139 ,1994.

[5] A.Huchzermeier and C.H.Loch, “ Project management under risk:Using the real options approach to evaluate flexibility in R&D,” Management Science, vol.47,no.1, pp.100-113,1996.

[6] G.Femminis and G.Martini, “ Irreducible investment and R&D spillovers in a dynamic duopoly,” Journal of Economic Dynamics & Control, vo.35,pp.1061-1090,2011.

[7] I.Cooper, “ Asset pricing implications of nonconvex adjustment costs and irreversibility of investment,” Journal of Finance, vol.61, pp.139-170, 2006.

[8] R.Mason and H.Weeds, “ Investment uncertainty and preemption under incomplete information,” International Journal of Industrial Organization, vol.28,pp.278-3287,2010.

[9] R.Merton, “ Lifetime portfolio selection under uncertainty:The continuos-time case,” The Review of Economics and Statistice, vol.LI, pp.247-257,1969.

[10] R.Merton, “ Optimam consumption and portfolio rules in a continuous-time moedl,” Journal of Economic Theory,vol.3,pp.373-413,1971. default risk

[11] M.Thompson,M.Davison and H.Rasmussen, “ Valuatoin and optimal operation of electric power plants in competitive markets”, Operations Research,vol.50, no.4,pp.546-562,2004.

[12] 譚 康融, 儲　梅芬, 時永　祥三, “ ジャンプ過程変動を含む確率モデル分析における Importance Sampling を用いた評価関数のティル分布推定とその応用,” 信学論,vol.J90-A,no.2,pp.92-102,2006.

[13] 池田欽一, 時永祥三, “ “ ジャンプ過程を含む変数で記述される評価関数の最適化と資産配分変更を用いた Value at Risk 制御への応用,” 信学論,vol.J91-A,no.03,pp.360-372, 2008.

[14] 池田欽一, 時永祥三, “ ジャンプ過程を含む変数で記述される評価関数の最適化と企業間取引における製造・販売リアルオプション推定への応用,” 情報処理学会論文誌,vol.49,no.SIG 41(TOM20),pp.1-13,2008.

[15] 時永祥三 , 岸川善紀 , “ 遺伝的プログラミングと多段ファジイ推論に基づくジャンプ過程を含む時系列生成モデルの推定, ”信学論, vol.J93-A,no.5,pp.365-374, 2010.

[16] G.A. Moore, Crossing the Chasm: Marketing and Selling High-tech Products to Mainstream Customers,Harperbusiness ,1991.

[17] G.A.Moore, Inside the Tornado: Marketing Strategies from Silicon Valley’s Cutting Edge,Harperbusiness, 1995.

[18] 時永祥三, 岸川善紀, “ “ ジャンプ過程を含む変数で記述される価格・需要関数と投資における先行・後発の均衡分析,” 信学技報 Vol.111,No.293,pp.7-12(CAS2011-65),2011.

[19] Y.Kishikawa and S.Tokinaga, “ Prediction of stock trends by using the Wavelet transform and the multi-stage fuzzy inference systems optimized by the GA,” Trans.IEICE.Fundamentals,vol.EA-83,no.2,pp.357-366,2000.

© 2012 Information Processing Society of Japan