

古典油彩画グレース技法シミュレーションの高速化

篠澤 和恵^{1,a)} 棚沢 順² 高田 雅美¹ 城 和貴¹

概要: コンピュータ上での絵具の発色シミュレーションは、グラフィックソフトウェアへの応用が期待できる。古典油彩画における「グレース」は、薄く溶いた透明な絵具の層を重ねる技法であり、混色で表現できない色調を、重色によって表現するものである。その発色は、放射伝達方程式を解くことによって求められる。しかし従来手法は、異なる絵具でグレースを行う方法が示されておらず、高精度な解を得るには計算量が大きくなるため、グラフィックソフトウェアへの応用には不向きである。本研究では、まず従来手法を異なる絵具の層に対応できるように拡張する。さらに、係数行列を分解し、刻み幅を固定することにより、高精度な解を小さい計算量で得ることが可能な数値解法を提案する。また、実際の油絵具のデータを用いて数値実験を行い、高精度な解が、従来手法の約4%~7%の計算時間で求められることを示す。

1. はじめに

現実の絵画の効果をコンピュータグラフィックスで実現させることは、重要な研究テーマのひとつであり、水彩画に関する研究 [1]、絵具モデルに関する研究 [2]、色鉛筆画に関する研究 [3] などが行われている。一方、油彩のタッチを模した効果を与え、油絵風な絵画に加工する技術は、既にグラフィックソフトウェアとして提供され、広く使われている [4]。しかし、それはあくまでタッチの模倣であり、画材としての油絵具の発色特性をシミュレートしたのではない。

油彩には、主に2つの代表的な技法がある。1つは「アブリマ」と呼ばれる近代的な技法であり、1つは「グレース」と呼ばれる古典油彩画で用いられた技法である。前者は、下塗りをせずに油絵具が湿った状態で一気に描く技法であり、コンピュータグラフィックスの分野では、先に述べた油絵風な絵画に加工するソフトウェアや、油絵シミュレータの研究 [5] などがある。後者は「グラッシ」や「透層法」とも呼ばれる透明な層を重ねて表現する技法であり、混色ではあらわせない微妙な色調を、重色によって表現するものである。

現在普及している2次元グラフィックソフトウェアにおいても、各レイヤで透明度と下層との演算方法を設定することが可能である [4]。しかし、擬似的に減法混色に基づく演算(乗算)を選んだとしても、実際の絵具の塗り重ねと

は違った色になる。現在の2次元グラフィックソフトウェアでは、レイヤの透明度を上げると色が薄くなってしまいうため、油彩のように透明感とともに色の存在感を持たせることは困難である。グレースのシミュレーション技術により、グレースの技法をコンピュータ上で再現し、古典油彩画で行われているような重色が可能なグラフィックソフトウェアの実現が期待できる。

既存のコンピュータグラフィックス研究として、Kubelka-Munk モデル [6] により、分光反射率を推測して色を求めるアプローチがある [1][2]。これは光の吸収と散乱を上下方向に進む光に単純化したモデルであり、散乱が考慮されるため、現実の絵画の発色により近い混色や重色計算が可能である。また分光反射率を求めるため、照明条件の変更などにも対応できる。しかし、3次元的存在である現実の絵画に対し、1次元モデルである Kubelka-Munk モデルでは光の入射角や観測角を変更した場合の計算ができないなど、方向依存性を取り扱えないという問題がある。

これに対し、3次元空間における放射伝達方程式を用いたモデルが提案されている [7][8][9]。放射伝達方程式とは光の伝搬を表す式で、消散で光が失われる効果と、光が入ってくる効果の双方を考慮した方程式である。Elias らは、放射伝達方程式の解法として補助関数法 (AFM) を提案している [10]。補助関数法は、放射伝達方程式中の多重散乱項の関数を変数と見なし、微積分方程式であらわされる放射伝達方程式を線形積分方程式に変換して解く手法である。そのため、離散座標法やモンテカルロ法などの他の解法のように、角度の離散化等の問題が発生しないという利点がある。

¹ 奈良女子大学
Nara Women's University

² 千葉商科大学
Chiba University of Commerce

a) shino@ics.nara-wu.ac.jp

補助関数法には角度の離散化の問題はないが、線形積分方程式の数値解法に精度が依存する。精度を高めるには、線形積分方程式を離散化する際に求める連立1次方程式の係数計算コストが大きくなる。そのため、入射角、観測角、厚さ等のパラメータを変更したうえで分光反射率を再計算するには時間を要する。これは、グレーズの発色シミュレーションによる重ね塗りの色調整や、グラフィックソフトを開発する際の障害となっている。

そこで我々は、より高速にグレーズシミュレーション計算を行うため、補助関数法における数値計算の高速化手法を提案する。

まず、Eliasらが提示したモデル式を、吸収係数と散乱係数の変化に対応した式に拡張する。さらに、それに応じた離散的なモデル式を提示する。そこから、対称テプリッツ行列とハンケル行列の計算に着目し、重複する計算を除くことにより、解の精度を保った高速化を行う。また、刻み幅を固定し、最大行数の行列を計算してその部分行列を利用することにより、分光反射率を求める際の重複する計算を回避し、高速計算を可能とする。さらに、実験により計算時間の比較を行い、解の精度を検証する。

2. グレーズとそのモデル化

2.1 グレーズ（透層法）とは

油絵具の展色剤、つまり、顔料と混ぜる溶剤である乾性油は、乾燥時、酸化重合によって固化する。そのため、展色剤が蒸発してしまう水彩、アクリルなどの絵具とは違い、顔料を包み込む形で油の層が存在する。つまり、他絵具のように固着成分が揮発して下地層が見えている状態とは異なり、本質的な透明性を持ち合わせているといえる [11]。また、固化した油の中に顔料が分散した形で発色するため、顔料だけでなく、固着成分の屈折率の影響を受けるのも特徴の1つである。

この油絵具の透明性を生かした技法に、「グレーズ」がある。これは、油彩の古典的な技法の1つで「グラッシ」「透層法」とも呼ばれている。「透層（ラズール）」を何層も重ねて色を作り出す技法で、乾燥している不透明色の下地の上に、透明色を数回薄く塗り重ねるものである。17世紀のヨーロッパの画家であるベラスケス、レンブラントなどはこの技法を巧みに使ったといわれており、30層～40層もの重色が行われる場合もある [12]。この技法では層を重ねるため明度が低下する。そのため下地には明るい色を使用することが多い。また、上層ほど透明度の高い絵具を使用するのが一般的である。グレーズにより、混色では表現できない微妙な色調が表現できるといわれている。

2.2 グレーズのモデル化

Eliasらは、グレーズシミュレーションを行うために、技法を使える現代の画家によって作成されたサンプル断面を

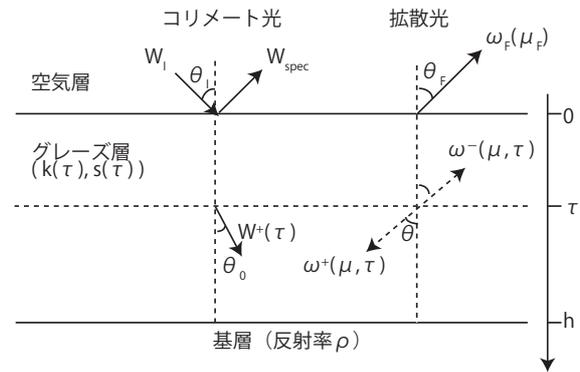


図1 グレーズモデル模式図

電子顕微鏡で観察している [7]。それに基づき、Eliasらは、以下を仮定しモデル化を行っている。

- 空気層とグレーズ層の境界、および、グレーズ層と基層の境界は平面かつ平行
- 1層の厚さは $12\mu\text{m}$ とし、全体の厚さは層数の乗算
- 全ての展色剤に対して屈折率 n は 1.5
- 顔料のランダムネスから、散乱は等方的
- 基層の反射はランバート反射を適用

図1に、グレーズモデルの模式図を示す。

k, s を吸収係数と散乱係数とすると、アルベド q は $q = s/(k + s)$ となる。また、 z を層の厚さをあらわす変数とすると、 τ は光学的深さで、 $\tau = \int_{x=0}^z (k + s) dx$ である。 $\tau = 0$ を空気層とグレーズ層の境界、 $\tau = h$ をグレーズ層と基層の境界とする。

また、 (θ_I, φ_I) を入射角の天頂角と方位角、 (θ_F, φ_F) を観測角の天頂角と方位角とする。光の方向は $\mu = \cos\theta$ と φ の組によって定義されるが、このモデルは方位角 φ において等方的であるため、角変数 μ のみに依存する。 θ_0 は θ_I の、屈折率 n である媒体において対応する角度で、 $\sin\theta_I = n \sin\theta_0$ を満たす。以下、 $\mu_I = \cos\theta_I, \mu_F = \cos\theta_F, \mu_0 = \cos\theta_0$ とする。

$W^+(\tau), W^-(\tau)$ を光学的深さ τ におけるコリメート光に対する分光放射照度、 $\omega^+(\mu, \tau), \omega^-(\mu, \tau)$ を光学的深さ τ における方向 μ への拡散光束に対する分光放射輝度とする。それぞれ、上付き文字+は上流の方向 ($0 < \theta < \pi/2$)、上付き文字-は下流の方向 ($\pi/2 < \theta < \pi$) を示す。 $W^+(\tau)$ は、ランバートベールの法則にしたがって減少し、以下であらわされる。

$$W^+(\tau) = W^+(0) \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \quad (1)$$

基層はランバート反射と仮定するため、負の方向にコリメート光はない。よって、 $0 < \tau < h$ において、 $W^-(\tau) = 0$ となる。境界面 $\tau = 0$ においては、 $W^+(0) = T(\mu_I), W_{spec} = R(\mu_I)$ である。ここで $R(\mu_I)$ と $T(\mu_I) = 1 - R(\mu_I)$ は、フレネル法によって与えられる反射係数と透過係数である。 $f(\tau), g(\tau)$ を次のようにおく。

$$f(\tau) = \int_0^1 [\omega^+(\mu_1, \tau) + \omega^-(\mu_1, \tau)] \frac{d\mu_1}{\mu_1} \quad (2)$$

$$g(\tau) = \frac{1}{2\pi} \frac{W^+(\tau)}{\mu_0} \quad (3)$$

$t(\tau) = f(\tau) + g(\tau)$ とすると、放射伝達方程式は、

$$\frac{d\omega^\pm(\mu, \tau)}{d\tau} = \mp \frac{\omega^\pm(\mu, \tau)}{\mu} \pm \frac{q}{2} t(\tau) \quad (4)$$

となる [7].

Elias らは同じ絵具による塗り重ね実験を行っているため、式 (4) のように q を定数として式を提示している。しかしながら、何層にも異なる絵具を塗り重ねるグレーズシミュレーションでは q は一定ではないため、我々は、光学的深さの関数 $q = q(\tau)$ を使用し、以下の式を提案する。

$$\frac{d\omega^\pm(\mu, \tau)}{d\tau} = \mp \frac{\omega^\pm(\mu, \tau)}{\mu} \pm \frac{1}{2} q(\tau) t(\tau) \quad (5)$$

2.3 補助関数法

補助関数法とは、式 (5) を、 $f(\tau)$ を補助関数とし、 $f(\tau)$ の線形積分方程式の形に変換して解く手法である。具体的には以下に述べる。

$0 < \mu < 1, 0 < \tau < h$ において式 (5) を解くと以下となる。

$$\begin{aligned} \omega^+(\mu, \tau) &= \omega^+(\mu, 0) \exp\left(-\frac{\tau}{\mu}\right) \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^\tau q(s) t(s) \exp\left(\frac{s-\tau}{\mu}\right) ds \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \omega^-(\mu, \tau) &= \omega^-(\mu, h) \exp\left(\frac{\tau-h}{\mu}\right) \\ &+ \frac{1}{2} \int_\tau^h q(s) t(s) \exp\left(\frac{\tau-s}{\mu}\right) ds \end{aligned} \quad (7)$$

グレーズ層と空気の境界面 ($\tau = 0$) における境界条件と、グレーズ層と基層の境界面 ($\tau = h$) における境界条件は、以下で与えられる。

$$\omega^+(\mu, 0) = R(\mu) \omega^-(\mu, 0) \quad (8)$$

$$\omega^-(\mu, h) = \frac{\rho}{\pi} B \mu \quad (9)$$

ただし、 ρ は基層の反射率とする。 B は基層に届く光束全体であり、以下であらわす。

$$B = W^+(h) + 2\pi \int_0^1 \omega^+(\mu, h) d\mu \quad (10)$$

式 (2)(6)(7)、境界条件 (8)(9) より、

$$\begin{aligned} f(\tau) &= \frac{1}{2} \int_0^h \{H(\tau, s) + U(\tau, s)\} q(s) t(s) ds \\ &+ \frac{\rho}{\pi} B M(\tau) \end{aligned} \quad (11)$$

となる。ただし、

$$H(\tau, s) = \int_0^1 \frac{\exp(-|\tau-s|/\mu)}{\mu} d\mu \quad (12)$$

$$U(\tau, s) = \int_0^1 R(\mu) \frac{\exp(-(\tau+s)/\mu)}{\mu} d\mu \quad (13)$$

$$M(\tau) = \int_0^1 (\exp(\frac{\tau-h}{\mu}) + R(\mu) \exp(\frac{-(h+\tau)}{\mu})) d\mu \quad (14)$$

である。 B は最終的に次式であらわされる。

$$B = \frac{T(\mu_i) \exp(-h/\mu_0) + \pi \int_0^h M(s) q(s) t(s) ds}{(1 - \rho K)} \quad (15)$$

$$K = 2 \int_0^1 R(\mu) \mu \exp(-2h/\mu) d\mu \quad (16)$$

式 (11)(15) より、以下の線形積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} f(\tau) &= \frac{1}{2} \int_0^h [H(\tau, s) + U(\tau, s) \\ &+ \frac{2\rho}{1 - \rho K} M(\tau) M(s)] q(s) t(s) ds \\ &+ \frac{\rho}{1 - \rho K} \frac{T(\mu_I) \exp(-h/\mu_0)}{\pi} M(\tau) \end{aligned} \quad (17)$$

また、 $n^2(1 - \mu^2) = 1 - \mu_F^2$ 、 $\omega_f(\mu_f) = T(\mu) \omega^-(\mu, 0)$ より、システムの拡散反射 $\rho_F(\mu_I, \mu_F)$ は、次式で求められる。

$$\rho_F(\mu_I, \mu_F) = \frac{\pi}{n^2} \frac{T(\mu)}{\mu} \omega^-(\mu, 0) \quad (18)$$

ここで μ は μ_F に対応する媒質内の角変数である。

3. 数値解法

3.1 反射率の求め方

数値解を得るため 2.3 節の式 (17) を離散化する。

光学的厚さを h 、刻み幅を Δh とするとき、 $[0, h]$ を $[(i-1)\Delta h, i\Delta h] (i = 1, \dots, Q)$ の Q セグメントに分割する。各セグメントの中点を節点と呼び、 $\tau_i = i - \Delta h/2 (i = 1, \dots, Q)$ とおく。セグメント内の $f(\tau), g(\tau)$ は一定値をとるとみなし、節点における代表値で近似する。アルベド関数 $q(\tau)$ に関しても微小領域の変化は小さいと考えられるため、同様に節点における代表値で近似する。 τ_i における値を、 $f_i = f(\tau_i), g_i = g(\tau_i), t_i = f(\tau_i) + g(\tau_i), q_i = q(\tau_i) (i = 1, \dots, Q)$ とする。これらは各セグメントで一定のため、積分記号の外に出すことができる。以上から式 (17) より、

$$\begin{aligned} f_i &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^Q (H_{i,j} + U_{i,j} + \frac{2\rho}{1 - \rho K} M_i M'_j) q_j t_j \\ &+ \frac{\rho}{1 - \rho K} \frac{T(\mu_I) \exp(-h/\mu_0)}{\pi} M_i \end{aligned} \quad (19)$$

と書ける。ただし、 $M_i = M(\tau_i)$ であり、

$$\begin{aligned} H_{i,j} &= \int_{\tau_j - \Delta h/2}^{\tau_j + \Delta h/2} H(\tau_i, s) ds \\ U_{i,j} &= \int_{\tau_j - \Delta h/2}^{\tau_j + \Delta h/2} U(\tau_i, s) ds \\ M'_j &= \int_{\tau_j - \Delta h/2}^{\tau_j + \Delta h/2} M(s) ds \end{aligned} \quad (20)$$

である．行列 \mathbf{A} を， i 行 j 列が $A_{i,j} = H_{i,j} + U_{i,j} + \frac{2\rho}{1-\rho K} M_i M_j'$ となる Q 次正方行列，行列 \mathbf{P} を対角成分が (q_1, \dots, q_Q) となる Q 次対角行列， $\mathbf{t}, \mathbf{f}, \mathbf{g}, \mathbf{m}$ を，

$$\begin{aligned} \mathbf{t} &= (t_1, \dots, t_Q)^t, & \mathbf{f} &= (f_1, \dots, f_Q)^t, \\ \mathbf{g} &= (g_1, \dots, g_Q)^t \end{aligned} \quad (21)$$

$$\mathbf{m} = \left(\frac{\rho}{1-\rho K} \frac{T(\mu_I) \exp(-h/\mu_0)}{\pi} M_1, \dots, \frac{\rho}{1-\rho K} \frac{T(\mu_I) \exp(-h/\mu_0)}{\pi} M_Q \right)^t \quad (22)$$

となる Q 次ベクトルとする． $\mathbf{b} = 1/2 \mathbf{A} \mathbf{P} \mathbf{g} + \mathbf{m}$ ，および， \mathbf{E} を Q 次の単位行列とすると以下の連立 1 次方程式を得る．

$$\left(\frac{1}{2} \mathbf{A} \mathbf{P} - \mathbf{E} \right) \mathbf{f} = -\mathbf{b} \quad (23)$$

この式 (23) を解くことにより， \mathbf{f} が求められる．最終的な反射率は，以下で求められる．

$$\rho_F(\mu_I, \mu_F) = \frac{\pi}{n^2} \frac{T(\mu_{out})}{\mu_{out}} \omega^-(\mu_{out}, 0) \quad (24)$$

ただし， μ_{out} は観測角 μ_F に対応するグレイズ層における角変数であり，

$$\begin{aligned} \omega^-(\mu_{out}, 0) &= \frac{\rho}{\pi} B \mu_{out} \exp(-h/\mu_{out}) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^Q \left(\int_{\tau_j - \Delta h/2}^{\tau_j + \Delta h/2} \exp(-s/\mu_{out}) ds \right) q_j t_j \end{aligned} \quad (25)$$

$$B = \frac{T(\mu_i) \exp(-h/\mu_0) + \pi \sum_{j=1}^Q M_j' q_j t_j}{(1-\rho K)} \quad (26)$$

である．

3.2 分光反射率の計算

人間が知覚する色を求めるためには，分光反射率，つまり，可視領域の波長にわたり $\rho_F(\mu_I, \mu_F)$ を計算する必要がある．通常，絵具層の吸収係数 $k(\tau)$ ，散乱係数 $s(\tau)$ は波長 λ で異なる値をとるため，アルベド $q(\tau)$ と光学的厚さ h は波長 λ で異なる．

また，入射角 μ_I と観測角 μ_F はベクトル \mathbf{b} には影響するが，行列 \mathbf{A} には影響しない．

以上の内容から計算手順は以下となる．

ある波長 λ に対して次を実行する．

- (1) 絵具層の構成から，光学的深さ τ に応じた吸収係数 $k(\tau)$ ，散乱係数 $s(\tau)$ を計算
- (2) 行列 \mathbf{A} を計算
- (3) 入射角 μ_I ，観測角 μ_F についてベクトル \mathbf{b} を計算
- (4) 連立 1 次方程式を解き，ベクトル \mathbf{f} を計算
- (5) 反射率 $\rho_F(\mu_I, \mu_F)$ を計算
- (6) $\mu_I = \mu_F$ ， $|\varphi_I - \varphi_F| = \pi$ の場合は，鏡面反射

$W_{spec} = R(\mu_I)$ を $\rho_F(\mu_I, \mu_F)$ に加算

以上を，可視領域の波長 $\lambda (380\text{nm} \leq \lambda \leq 780\text{nm})$ に対して繰り返し計算する．

4. 高速化の検討

4.1 行列の分解

この計算過程では，離散化数 Q の増加に伴い，行列 \mathbf{A} の項の値を求める部分の計算量が増大する．そこで本研究では，行列を分解することにより計算量の削減を図る．

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} H_{1,1} & \dots & H_{1,Q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{Q,1} & \dots & H_{Q,Q} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_{1,1} & \dots & U_{1,Q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{Q,1} & \dots & U_{Q,Q} \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} cM_1M_1' & \dots & cM_1M_Q' \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ cM_QM_1' & \dots & cM_QM_Q' \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

とする．ただし， $c = 2\rho/(1-\rho K)$ ．ここで， $\mathbf{H} = (H_{i,j})$ は対称テプリッツ行列， $\mathbf{U} = (U_{i,j})$ はハンケル行列となっている．対称テプリッツ行列とは，対称行列でさらに主対角線および副対角線に沿って一定の要素を持つ行列であり，1 行目を求めると，行列全体が決定する．ハンケル行列とは，正方行列で逆の対角成分が等しい行列であり，1 行目と最終列を計算すると行列全体が決定する．

以上から Q 次の行列 \mathbf{H}, \mathbf{U} に関して， \mathbf{H} は Q 回， \mathbf{U} は $2Q-1$ 回の計算で $Q \times Q$ 個の項の値が決定することがわかる．また， $\mathbf{M} = (M_i), \mathbf{M}' = (M_i')$ は Q 次のベクトルであるため， Q 回の計算で決定される．つまり \mathbf{A} をダイレクトに計算するのではなく， $\mathbf{H}, \mathbf{U}, \mathbf{M}$ と 3 つに分けて計算することにより，計算結果を同一とする計算量の削減が可能となる．

4.2 刻み幅の統一

光学的厚さ h ，刻み幅 Δh に対して，離散化数は $Q = h/\Delta h$ で求められるが， Q は 2 以上の整数である必要がある．たとえば， $h = 2.33, \Delta h = 1/50$ のとき， $Q = h/\Delta h = 116.5$ となるが， Q は整数であるため 116 もしくは 117 となり，丸め誤差が生じる．

この丸め誤差を解消する方法として，2 つの方法が考えられる．1 つは， Q に合わせて刻み幅 Δh を調整する方法，もう 1 つは光学的厚さ h を調整する方法である．つまり上記の例で $Q=117$ を選択する場合，前者は， $\Delta h = h/Q = 2.33/117 = 0.0199\dots$ であり，後者は， $\Delta h = 0.02$ (定数)， $h = Q\Delta h = 117 * 0.02 = 2.34$ である．

行列 \mathbf{H}, \mathbf{U} の各項の値は光学的厚さ h には依存しないが，刻み幅 Δh には依存する．つまり， Δh を定数にして統一する場合，1 度計算した項の値は再利用が可能である．一方 Δh を変更する場合は， \mathbf{H}, \mathbf{U} の項の値が h と Q によって変わるため，その都度再計算が必要となる．

そこで， Δh は一定とし，光学的厚さ h を変更する方法を

表 1 プログラムの実行時間の比較 (秒)

離散化数	30	60	90	120
従来手法	31.10	99.44	185.40	294.21
提案手法	1.64	2.56	3.23	3.92

選択することにより、分光反射率を求める際の、行列 H, U の計算量を削減する。具体的には、各 λ に対して、 $Q(\lambda)$ の最大値 Q_{max} をあらかじめ求め、 $Q_{max} \times Q_{max}$ の行列 H_{max}, U_{max} を計算する。 $Q_{max} \geq Q(\lambda)$ となる $Q(\lambda)$ については、 H_{max}, U_{max} の $Q(\lambda) \times Q(\lambda)$ 部分行列を使用し、再計算を回避する。また、計算結果を保存し、 $Q \leq Q_{max}$ の場合に使用することが可能である。 $Q > Q_{max}$ の場合は再計算し、 Q を新たに Q_{max} として更新する。

5. 実験

実験により、提案手法と従来手法の計算時間の比較と計算精度の検証を行う。MATLAB プログラムを開発し、組み込みのストップウォッチ関数 (tic,toc) により、プログラムの実行時間を計測する。

実験に使用する計算機環境は以下となる。

- ハードウェア : SGI UV100
- メモリ容量 : 768GB(8GB×96)
- OS:SUSE Linux Enterprise Server 11
- プログラミング言語 : MATLAB Version 7.13.0.564

なお、実験において明示的な並列化は行っていない。

まず、4.1 節で述べた行列を分解する効果を確認するため、 A を分解しない場合と、 H, U, M の 3 つの行列に分けて計算する場合の比較を行う。媒体の屈折率 n を 1.5、基層の反射率 ρ を 1 とし、行列 A を分解せず計算する結果を従来手法、分解する場合の結果を提案手法とし、それぞれ 100 回実行した平均値を表 1 に示す。刻み幅 Δh は既存研究で推奨している 0.02 を使用している [7]。

この結果からわかるように、行列を分解することにより、離散化数 30 の場合で 5%、離散化数 120 の場合で 1% 程度まで計算時間を短縮することが可能となる。

次に、4.2 で述べた刻み幅の統一を行う場合と、行わない場合の計算時間を計測し比較する。まず、既存研究において計測された、絵具の吸収係数・散乱係数データから、黄系、赤系、緑系、青系の絵具を 1 種類ずつ選択し使用する。使用する絵具データを図 2 に示す。

本実験では 4 種類のデータから 2 種類を選び、厚さ $12\mu m$ の 2 層で塗付する場合の反射率を計算する。なお、先の実験同様、媒体の屈折率 n を 1.5、基層の反射率 ρ を 1、刻み幅を 0.02 とし、行列 A は、先の実験で高速化が確認された、分解して計算する方法で求める。求めた A について、入射角を 0、観測角を 0 とし、LU 分解を使用して連立方程式を解き、反射率を計算する。さらに、380nm から 780nm まで 10nm 刻みで分光反射率を求め、24 ビット

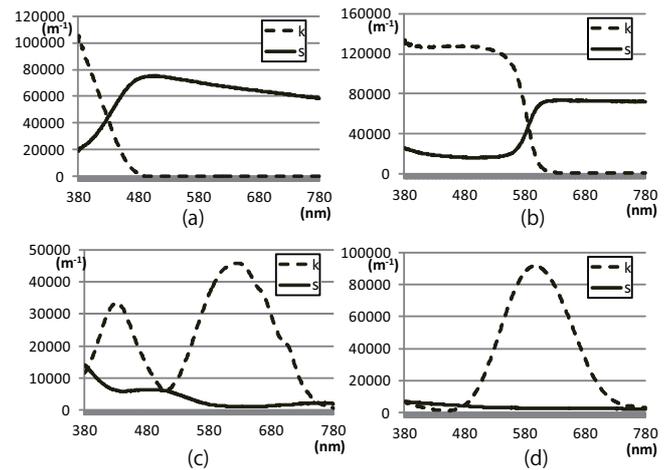


図 2 使用する絵具の吸収係数 k と散乱係数 s のグラフ。(a)Yellow lead and tin (Kremer 社製) (b)Vermillion (Kremer 社製) (c)Viridian green (Kremer 社製) (d)Ultramarine blue (Sennelier 社製)。

の RGB 値へ変換する。表 2 および表 3 に、刻み幅を統一しない場合と、統一する場合の計算時間を示す。計算時間は刻み幅の大きさに依存するため、それぞれ刻み幅 0.01~0.04 について計算している。刻み幅の統一をしない場合については、刻み幅は表に示す数値前後の値をとる。使用する絵具は、図 2 のグラフの番号の組み合わせで、「第 1 層/第 2 層」としている。層の順序が異なると計算される反射率は異なるが、計算時間はほぼ同一であるため、ここでは絵具の組み合わせが異なる場合の結果のみを示す。

なお参考のため、同等のプログラムを以下のスペックのパソコンで実行する場合の処理時間を示す。

- プロセッサ : Intel(R) Core(TM) i5-2500K CPU @ 3.30GHz
- 実装メモリ (RAM): 16.0 GB
- OS: Windows 7 Professional 64bit
- プログラミング言語 : Gnu Octave version 3.4.3

この場合、表 2 の「a/b」については、刻み幅 0.01 の場合 2951.57, 0.04 の場合 863.60 であり、表 3 の「a/b」については、刻み幅 0.01 の場合 102.51, 0.04 の場合 29.765 である。

この実験結果より、統一する場合の計算時間は、統一しない場合の 4%~7% 程度に短縮されており、統一することで計算時間を大幅に短縮できることがわかる。

次に、計算値の精度について検証する。表 2 に示す、「刻み幅を統一しない」かつ「刻み幅が約 0.01」である場合の計算結果を最も高精度と仮定して、基準値に設定する。刻み幅を大きくして計算時間を短縮する場合と、刻み幅を統一して計算時間を短縮する場合について、基準値との差を比較する。比較のため、入射角と観測角を $0 \sim \pi/2$ に $\pi/36$ 刻みで変化させた計 19×19 の値についてそれぞれ RGB

表 2 プログラムの実行時間：刻み幅を統一しない場合（秒）

刻み幅	a/b	a/c	a/d	b/c	b/d	c/d	平均
約 0.01	270.74	181.42	192.1	221.94	229.94	127.25	203.90
約 0.02	149.73	104.57	108.83	123.93	128.71	72.16	114.66
約 0.03	106.95	74.679	78.306	88.95	92.652	51.707	82.207
約 0.04	84.687	59.892	63.278	71.38	73.219	40.929	65.564

表 3 プログラムの実行時間：刻み幅を統一する場合（秒）

刻み幅	a/b	a/c	a/d	b/c	b/d	c/d	平均
0.01	10.628	6.7048	7.1751	7.7433	8.3379	6.9017	7.9151
0.02	5.5547	4.1015	4.3042	4.5125	4.7493	4.4489	4.6119
0.03	3.9944	3.1588	3.3068	3.3573	3.5241	3.5650	3.4844
0.04	3.2254	2.726	2.8005	2.8443	2.9449	3.1513	2.9487

表 4 RGB 値の比較

		a/b	a/c	a/d	b/c	b/d	c/d
刻み幅を	平均	0.2881	0.3047	0.2798	0.0083	0.0259	0.0803
大きくする方法	分散	0.2051	0.2119	0.2015	0.0082	0.0252	0.0739
刻み幅を	平均	0.0203	0.0092	0.0139	0.0018	0.0055	0.0480
統一する方法	分散	0.0199	0.0091	0.0137	0.0018	0.0055	0.0457

値を求め、基準値との差の絶対値を取り、平均と分散を求める。表 4 に以下の 2 つの方法について比較した結果を示す。

- 刻み幅を大きくする方法：「刻み幅を統一しない」かつ「刻み幅が約 0.04」
- 刻み幅を統一する方法：「刻み幅を統一する」かつ「刻み幅が 0.01」

表 4 に示す 6 種類の組み合わせの全てにおいて、刻み幅を統一する場合の方が基準値からのずれが小さくなっている。以上の結果から、刻み幅を統一する方法は、刻み幅を大きくして計算時間を短縮する方法より、計算精度を保ち、かつ、より計算時間の短縮が可能となっていることがわかる。

6. まとめ

我々は、古典油彩画の技法であるグレイズの、多様な色の塗り重ねが可能となるように、放射伝達方程式によるモデル式を、絵具層のアルベドの変化に対応する式に拡張した。

また、放射伝達方程式の補助関数法における数値計算の行列の形状に着目し、シミュレーションの高速化を行う。具体的には、係数行列を対称テプリッツ行列とハンケル行列の計算に分解し、重複する計算を削減した。刻み幅を固定し、最大行数の行列を計算してその部分行列を利用することにより、さらに計算コストを削減した。

実際の油絵具のデータを用いて数値実験を行い、高精度な解が、従来手法の約 4%~7% の計算時間で求められることを示した。

今後は、行列計算の並列化などによるさらなる高速化を目指すとともに、水平方向への吸収係数と散乱係数の変化への拡張などの検討を行い、より実用的なシミュレーション

ンを目指す。

謝辞 絵具データをご提供いただき、有意義なご助言を下された、Mady Elias 氏に、謹んで感謝の意を表する。

参考文献

- [1] Curtis, C.J., Anderson, S.E., Seims, J.E., Fleischer, K.W., Salesin, D.H. : 'Computer-Generated Watercolor', SIGGRAPH 97, pp.421-430 (1997).
- [2] 齋藤豪, 中嶋正之 : 'Kubelka-Munk の理論を用いたデジタルペインティングのための絵の具モデル', 電子情報通信学会論文誌. D-II, 情報・システム, II-情報処理, Vol.82, No.3, pp.399-406 (1999).
- [3] 高木佐恵子, 藤代一成, 中嶋正之 : '色えんぴつ画のボリュームモデリング', 情報処理学会論文誌, Vol.40, No.3, pp.1177-1187 (1999).
- [4] GIMP - The GNU Image Manipulation Program, <http://www.gimp.org/>.
- [5] 藤幡正樹 : '「デジタルメディアを基盤とした 21 世紀の芸術創造」研究終了報告書', 戦略的創造研究推進事業 CREST 平成 21 年度 研究終了報告書.
- [6] P.Kubelka, F.Munk : 'Ein Beitrag zur Optik der Farbanstriche', Zeitschrift für technische Physik, pp.593-601 (1931).
- [7] Simonot, L., Elias, M., Charron, E. : 'Special visual effect of art glazes explained by the radiative transfer equation', Applied optics, Vol.43, No.12, pp.2580-2587 (2004).
- [8] Elias, M., Simonot, L. : 'Separation between the different fluxes scattered by art glazes: explanation of the special color saturation', Applied optics, Vol.45, No.13, pp.3163-3172 (2006).
- [9] Elias, M., Cotte, P. : 'Multispectral camera, radiative transfer equation used to depict Leonardo's sfumato', Applied optics, Vol.47, No.12/20 (2008).
- [10] Elias, M., Elias, G. : 'New, fast calculation for incoherent multiple scattering', Journal of the Optical Society of America A, Vol.19, No.5, pp.894-901 (2002).
- [11] ホルベイン工業技術部編 : '絵具の科学', 中央公論美術出版 (1994).
- [12] マックス・デルナー : '絵画技術体系', 美術出版社 (1980).