

3×3 素子コードに Karhunen-Loéve 直交系 を用いたパターン認識*

瀬 良 豊 士**

Abstract

A method for the pattern recognition is developed by the use of Karhunen-Loéve orthogonal system for the codes with 3×3 elements. The principle of the method is as follows. (1) The input pattern is lowered in dimension by a pre-procedure of a given pattern. (2) The feature-coefficients are solved by Karhunen-Loéve method, where the concept of auto-correlation is applied. (3) Any other pattern can be recognized by the feature-coefficients thus obtained when the unknown pattern is also lowered in dimension and then inner product of this simplified pattern and feature-coefficients is taken. The basic conception of this method consists in previously eliminating the unnecessary part of information from the given pattern and in reforming it only with the essential part of low dimensions. The present study also gives the comparison of the method with the experimental results.

1. 緒 言

本文は 3×3 素子からなるコードに Karhunen-Loéve 直交系を利用したパターン認識について述べる。Loéve 直交系に関しては飯島^{1)~4)}、Watanabe⁵⁾によってすでに取り扱われている。また、富田、野口⁶⁾らによって認識結果が求められている。しかし、これらは、いずれも二次元図形をそのまま処理するため、かなり次元が高くなり計算処理が莫大なものとなる。そこで、筆者は、まえもって 3×3 素子コードで図形を処理し、低次元の立場で Karhunen-Loéve 直交系を利用する方法を考えた。この方法は、まず 3×3 素子コードで与えられた図形を前処理し、新しく次元の低いパターンを再構成する。次に、これらのパターンに自己相関の概念を用いた Karhunen-Loéve 直交系を用いて、各パターン類の特徴係数を求める。最後に、この特徴係数を用いて、未知パターンを認識するという方法である。したがって、この方法の基本的な考え方とは、まえもって原パターンから不要な情報を取り除き、必要な情報で低次元のパターンを再構成し、パターンを認識しようとするものである。

さらに、本文ではシミュレーション実験の結果、コード集合の構成法により認識率が大きく左右されることが明らかになったので、従属の割合をコード間で定義し、従属の割合が小さいとき、よりよい結果が得られることを示す。

2. 前 処 理⁹⁾

与えられた二次元図形を適当に、たとえば 20×20 に量子化した場合、Karhunen-Loéve 直交系の立場では 400 次元のパターンベクトルになり、その自己相関行列は 400×400 の行列となる。したがって、これから各パターンの基準となる特徴係数を求めるには莫大な記憶容量と処理時間を要する。そこで、ここでは量子化されたパターンの次元が高くても、十分に低次元で自己相関行列を求め、処理できる方法を述べる。

この方法は、まず図 2.1 に示すように、パターンを 15×15 の (1, 0) 要素で量子化した後、この量子化したパターンから、幾何学的部分、端点、2 分岐点、3 分岐点を 3×3 素子コードでスキャンニングし、コードの (1, 0) と完全に一致した部分として取り出す。ただし、 3×3 素子コードの集合 (22 個のコード) は、多くのパターンから経験的に認識に必要と思われるものをまえもって選び出したものである。また、図 2.1 にはスキャンニングの方法、端点、分岐点の具体例、コード抽出の方法を示している。ここで、取り出

* Pattern Recognition by the Codes of 3×3 Elements with Karhunen-Loéve Orthogonal System, Electrical Engineering Course, by Toyoshi Sera (Yamaguchi University Technical Junior College)

** 山口大学工業短期大学部電気工学科

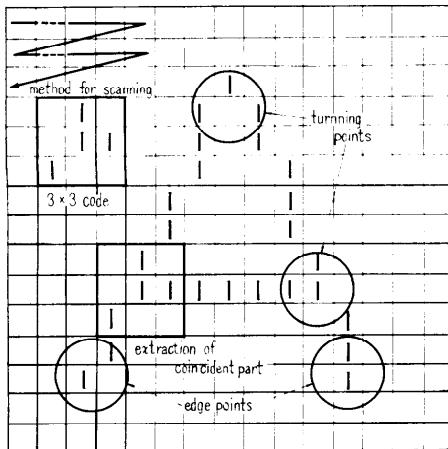


図 2.1 Explanation of geometric parts, method for scanning and extraction of coincident part

されたコードの集合を c とすれば、

$$c = \{c^{(1)}, c^{(2)}, \dots, c^{(q)}\} \quad (1)$$

$c^{(s)}$: 3×3 の行列 (素子コードを形成)

$$c^{(s)} = \begin{bmatrix} c_{11}^{(s)}, & c_{12}^{(s)}, & c_{13}^{(s)} \\ c_{21}^{(s)}, & c_{22}^{(s)}, & c_{23}^{(s)} \\ c_{31}^{(s)}, & c_{32}^{(s)}, & c_{33}^{(s)} \end{bmatrix}$$

$c_{ij}^{(s)}$: 1か0の値をとる。 $s=1 \sim q$

q : 取り出されたコードの個数

となり、集合 c は与えられたパターン固有の特徴集合とみることができる。図 2.2 に $c^{(s)}$ の具体的な数個

<table border="1"><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	1	1	0	0	0	0	0	0	0	<table border="1"><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	1	0	1	0	0	0	0	0	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	0	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0																											
0	0	0																											
0	0	0																											
0	1	0																											
1	0	0																											
0	0	0																											
0	0	0																											
1	0	0																											
1	0	0																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	1	1	1	1	0	0	1	0	0	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	1	0	0	1	0	0	1	1	1	<table border="1"><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	1	1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	1																											
1	0	0																											
1	0	0																											
1	0	0																											
1	0	0																											
1	1	1																											
1	1	0																											
1	0	1																											
1	0	0																											
<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	1	0	0	1	0	1	1	1	0	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	1	0	0	1	1	1	1	0	0	<table border="1"><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	0	1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	0																											
1	0	1																											
1	1	0																											
1	0	0																											
1	1	1																											
1	0	0																											
0	1	0																											
0	1	1																											
1	0	0																											

図 2.2 Example of the codes

の例を示す。次に、コード $c^{(s)}$ 行列の第1行目を 9 次元ベクトル y_s のまえから三つの要素に、第2行目をなかの三つの要素に、第3行目を最後の三つの要素に変換すると、

$$y_s = \{c_{11}^{(s)}, c_{12}^{(s)}, c_{13}^{(s)}, \dots, c_{32}^{(s)}, c_{33}^{(s)}\} \quad (2)$$

y_s : 式 (3) ベクトル Y の要素となる。この y_s は $c^{(s)}$ と同じものを表わしているが、下式に示すベクトル (行列) Y を、次のように構成すると、

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{(1)}, & c_{12}^{(1)}, & \dots, & c_{33}^{(1)} \\ c_{11}^{(2)}, & c_{12}^{(2)}, & \dots, & c_{33}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{11}^{(q)}, & c_{12}^{(q)}, & \dots, & c_{33}^{(q)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}, & y_{12}, & \dots, & y_{1l} \\ y_{21}, & y_{22}, & \dots, & y_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{q1}, & y_{q2}, & \dots, & y_{ql} \end{bmatrix} \quad (3)$$

構成された行列 Y は、与えられたパターンがその各列で、パターン固有の 1 となる度合いを示す。それゆえ、この Y は与えられたパターンを認識するに必要な情報を含んでいる。さらに、この行列 Y から原パターンの形状、および原パターンの傾向をできるだけ失わないように新しいベクトルを構成する。そこで行列 Y において、列和 x_i を、

$$x_i = \sum_{s=1}^q y_{si} \quad (4)$$

とし、新しいベクトル X を、

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{s=1}^q y_{s1} \\ \sum_{s=1}^q y_{s2} \\ \vdots \\ \sum_{s=1}^q y_{sl} \end{bmatrix} \quad (5)$$

l : ベクトル X の次元数, $l=9$

と構成してやると、このベクトル X は原パターンにおける特徴を式 (4) で重ね合わせ、原パターンの形状、および傾向を x_i の値で表わしたものとなる。すなわち、ベクトル x は原パターンを縮小したものとみなすことができる。もちろん、このベクトル X は式 (3) の情報を十分含んでいる。ここで、ベクトル X を取り出されたコードの個数に関係なくするため、

$$X^t \cdot X = 1 \quad (6)$$

なるように、 $\sqrt{\sum_{s=1}^l x_i^2}$ で除して正規化すれば、原パ

ターンの情報を十分含んだ9次元という低次元の正規化されたパターンベクトル X を得ることができる。そしてこれを再構成されたパターンと呼ぶ。

3. 理 論^{6), 8)}

Karhunen-Loéve 展開は正規直交系を用いて確率変数を展開する方法であり、理論は Loéve によって発表された。のちに、Watanabe によって Karhunen-Loéve 直交系として改めて発表された。

この考え方は、与えられた入力パターンベクトル X を正規直交ベクトルで展開し、入力から最大限に必要な情報を抽出しようとするものである。パターン集合 X_N を、

$$X_N = \{X_m^{(n)}\} \quad (7)$$

m : パターンのクラスの数、 $m=1 \sim M$

n : 各クラスに属するパターンを示す

$n=1 \sim N$ (N は固有ベクトルを求めるための代表パターンの個数)

とする。さらに、正規直交ベクトルの集合 B_m を、

$$B_m = \{\beta_m^{(i)} : i=1, 2, \dots, k\} \quad (8)$$

k : 正規直交ベクトルの個数

ただし、 X_m が9次元ゆえ $k=9$

$$(\beta_m^{(i)} \cdot \beta_m^{(j)}) = \delta_m^{(ij)}$$

$$\delta_m^{(ij)}: \text{クロネッカーデルタ}$$

とする。そこで、 $X_m^{(n)}$ を B_m の要素で展開してやれば、

$$X_m^{(n)} = a_{m1}^{(n)} \cdot \beta_m^{(1)} + a_{m2}^{(n)} \cdot \beta_m^{(2)} + \dots + a_{mk}^{(n)} \cdot \beta_m^{(k)} \quad (9)$$

$$a_m^{(n)} = \{a_{m1}^{(n)}, a_{m2}^{(n)}, \dots, a_{mk}^{(n)}\}$$

$$a_{mi}^{(n)} = (\beta_m^{(i)} \cdot X_m^{(n)}), i=1 \sim k$$

となる。ここで、 $a_m^{(n)}$ は係数の集合である。

以上のように、パターンベクトルが直交展開できることはすでに多くの文献で明らかになっているが、実際にパターン認識を行なう場合式(8)の要素を求めてやる必要がある。この要素は各パターン類が等確率で生起するものと仮定すれば、次の自己相関行列の固有ベクトルとして求められることがわかっている。

$$G_m = \sum_{n=1}^N P_m(n) \cdot X_m^{(n)} \cdot X_m^{(n)T} \quad (10)$$

N : 固有ベクトルを求めるための代表パターンの個数

$P_m(n)$: $X_m^{(n)}$ の生起する確率

$X_m^{(n)} \cdot X_m^{(n)T}$: $X_m^{(n)}$ と $X_m^{(n)T}$ のダイアードである (9×9 行列)

処 理

そして、この式(10)から求められた直交ベクトルの集合 $B_m = \{\beta_m^{(i)}\}$ を Karhunen-Loéve 直交系、または略して KL 系という。

4. 判 定 方 法^{7), 8)}

与えられた图形集合から、求められた自己相関行列 G_m の KL 系 $\{\beta_m^{(i)}\}$ を求めれば適当な r で近似的に、

$$a_{mr+1}^{(n)} = a_{mr+2}^{(n)} = \dots = a_k^{(n)} = 0 \quad (11)$$

とすることができる。次に、KL 系 $\{\beta_m^{(i)}\}$ の意味することを考えてみると、これらは各クラス固有のものであり、そのクラスのパターンの特徴を示すものである。したがって、入力パターン X のクラス m に属する特徴量として $T_m(X)$ を、

$$T_m(X) = \sum_{i=1}^k \{a_{mi}\}^2 \quad (12)$$

$$\text{ただし, } a_{mi} = (\beta_m^{(i)}, X)$$

と定義すれば式(11)の関係から、

$$T_m(X) = \sum_{i=1}^r \{a_{mi}\}^2 \quad (13)$$

となり、これがクラス m に対する X のもつ特徴となる。それゆえ、未知パターン X に対する判定関数 $d(X)$ を特徴確率 $T_m(X)$ を用いて、

$$d(X) = \max_m \{T_m(X)\} \quad (14)$$

$$m: m=1 \sim M$$

と定義すれば、 $d(X)$ を最大にする未知パターンベクトル X の属するクラス m を求めてやることができます。

5. 3×3 素子コード間の従属の割合

3×3 素子コードを変換したベクトル y は九つの要素からなっている。したがって、すべてのコードを独立で、そのうえ必要な情報を抽出するように構成することは不可能である。しかし、各コードが独立であることは情報理論の立場から考えても、より多くの情報が抽出されるため認識を行なう際に有利である。ここでは従属の割合を I_{ij} で定義し、のちに、従属の割合 I_{ij} が小さい（より独立である）ときよりよい認識率を得られることを、 I_{ij} と認識率との図によって示す。

3×3 素子コードのベクトル集合を E 、そのコードのうちで、端点を抽出するコードの集合を E_1 、2分岐点を抽出するコードの集合を E_2 、3分岐点を抽出するコードの集合を E_3 とすると、

$$E = \{E_1, E_2, E_3\} \quad (15)$$

$$E_1 = \{y_1, y_2, \dots, y_p\} \quad (16)$$

$$E_2 = \{y_h, y_i, \dots, y_l\} \quad (17)$$

$$E_3 = \{y_m, y_n, \dots, y_s\} \quad (18)$$

$y_i : 1 \times 9$ 行ベクトル, $i=1 \sim p$

p : コードの個数 ($p=22$)

となる。そこで、コード y_i と y_j との従属の割合 I_{ij} を、

$$I_{ij} = \frac{\sum_{s=1}^l y_{is} \cdot y_{js}}{\sqrt{\sum_{s=1}^l y_{is}^2} \cdot \sqrt{\sum_{s=1}^l y_{js}^2}} \quad (19)$$

l : 次元数, $l=9$

と定義すると、 I_{ij} は式 (19) から、

$$0 \leq I_{ij} \leq 1 \quad (20)$$

の範囲の値をとることがわかる。以上の定義より、図 5.1 に示す 8 方向の端点を抽出するコードの集合を、(a), (b), (c) の三つの場合に分けて I_{ij} を計算した。

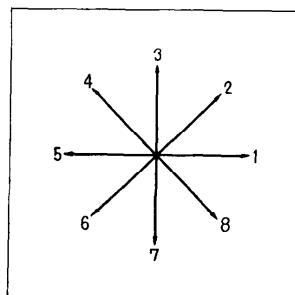


図 5.1 Direction of eight edge points

(a) 8 方向の端点を 3×3 素子コードの中心で抽出するとき。

(b) 8 方向の端点のうち 4 方向 (1, 3, 5, 7) を中心からはずれたコードで抽出するとき (図 5.1 参照)

(c) 8 方向の端点をすべて中心からはずれたコードで抽出するとき。

計算の結果を表 5.1 で示す。この表 5.1 で $I(E_i, E_j)$ は集合 E_1, E_2, E_3 間の I_{ij} を表わしている。

表 5.1 The result of I_{ij}

I_{ij}	$I(E_1, E_1)$	$I(E_1, E_2)$	$I(E_1, E_3)$	$I(E_2, E_2)$	$I(E_2, E_3)$	$I(E_3, E_3)$
(a)	0.5000	0.2835	0.4681	0.5245	0.4697	0.5183
(b)	0.1786	0.4328	0.3770	0.5245	0.4697	0.5183
(c)	0.2143	0.4110	0.2499	0.5245	0.4697	0.5183

6. 実験方法

与えられた図形パターンから新しい図形パターンを再構成するため、まず、 3×3 素子で図形をスキャニングする。次に、特徴量を得るために必要な KL 系を求めるため再構成されたパターンから、式 (10) によって与えられる自己相関行列 G_m を計算する。この行列 G_m は対称行列であるから、固有値、および固有ベクトルは計算機によって簡単に求められる^{10), 11)}。最後に、固有ベクトルを記憶しておき、未知の再構成された図形パターンとのベクトル演算を行なえば特徴量 T が求められ、認識を行なうことができる。表 6.1, 表 6.2 は再構成された図形パターンの例、および自己相関行列 G_m の計算結果を示している。

表 6.1 Example of reformed patterns, case (b)

Reformed Pattern	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Normalized factor
A	0	4	2	2	4	4	2	0	2	64
B	2	1	0	3	3	2	2	0	1	32
C	1	0	0	0	2	0	1	0	0	6
D	1	1	2	1	0	1	1	1	1	11
E	5	3	0	2	2	1	3	1	2	57
F	3	3	2	1	2	2	2	0	0	35
G	1	1	3	2	2	2	0	2	1	28
H	0	1	3	3	2	4	3	0	1	49

7. シミュレーション実験

本文の実験では、図形パターンの種類として A, B, C, D, E, F, G, H の 8 文字を選んで実験を行な

表 7.1 Eigen Vectors (KL-System), case (b)

A	B	C	D
+1.91801E-01	+4.98161E-01	+5.59614E-01	+5.32614E-01
+2.53885E-01	+2.49365E-01	+4.92518E-01	+1.23169E-01
+2.41413E-01	+1.62962E-01	+2.26123E-02	+1.28848E-01
+2.66773E-01	+4.92527E-01	+7.08461E-02	+4.96246E-01
+7.30277E-01	+3.27994E-01	+4.70579E-01	+6.98754E-02
+4.40573E-01	+1.87574E-01	+0.00000E-51	+7.47139E-02
+1.32524E-01	+4.67389E-01	+3.85785E-01	+5.02242E-01
+0.00000E-51	+1.42994E-01	+0.00000E-51	+3.05037E-01
+1.55851E-01	+1.97141E-01	+2.61637E-01	+2.87306E-01
E	F	G	H
+6.33643E-01	+5.77212E-01	+5.42263E-01	+1.30987E-01
+4.76904E-01	+4.99577E-01	+3.88006E-01	+1.00459E-01
+7.46943E-02	+3.17013E-01	+3.64956E-01	+1.74188E-01
+3.24157E-01	+2.81170E-01	+1.06935E-01	+3.54945E-01
+2.07144E-01	+2.15659E-01	+5.10652E-01	+3.39288E-01
+1.66305E-01	+3.03352E-01	+2.65469E-01	+7.15699E-01
+3.87854E-01	+3.11123E-01	+1.28105E-01	+3.21576E-01
+1.66619E-01	+3.46083E-02	+1.78933E-01	+1.53350E-01
+1.07997E-01	+3.44624E-02	+1.76418E-01	+2.49329E-01

表 6.2 Auto-Correlation matrix G_m case (b) and $P_m(n)=1/5$

A	+1.38562 E -02	+2.46161 E -02	+2.74624 E -02	+2.87122 E -02	+5.03390 E -02	+4.11806 E -02	+2.56106 E -02	+0.00000 E -51	+1.47437 E -02
	+9.23524 E -02	+9.47509 E -02	+6.66013 E -02	+1.66810 E -01	+1.40402 E -01	+9.59116 E -02	+0.00000 E -51	+6.49520 E -02	
	+2.74624 E -02	+9.47509 E -02	+1.09200 E -01	+7.50578 E -02	+1.78776 E -01	+1.61486 E -01	+1.04386 E -01	+0.00000 E -51	+7.24993 E -02
	+2.87122 E -02	+6.66013 E -02	+7.50578 E -02	+7.25013 E -02	+1.30974 E -01	+1.13666 E -01	+6.90799 E -02	+0.00000 E -51	+5.00090 E -02
	+5.03390 E -02	+1.66810 E -01	+1.78776 E -01	+1.30974 E -01	+3.12076 E -01	+2.64899 E -01	+1.78489 E -01	+0.00000 E -51	+1.18405 E -01
	+4.11806 E -02	+1.40402 E -01	+1.78776 E -01	+1.13666 E -01	+2.64899 E -01	+2.40073 E -01	+1.54097 E -01	+0.00000 E -51	+1.08146 E -01
	+2.56106 E -02	+9.59116 E -02	+1.04386 E -01	+6.90799 E -02	+1.78489 E -01	+1.54097 E -01	+1.05582 E -01	+0.00000 E -51	+6.95016 E -02
	+0.00000 E -51								
	+1.47437 E -02	+6.49520 E -02	+7.24993 E -02	+5.00090 E -02	+1.18405 E -01	+1.08146 E -01	+6.95016 E -02	+0.00000 E -51	+5.43430 E -02
B	+1.74178 E -01	+1.01548 E -01	+6.44716 E -02	+2.14334 E -01	+1.33601 E -01	+8.60086 E -02	+1.79506 E -01	+4.33213 E -02	+6.83357 E -02
	+1.01548 E -01	+7.24707 E -02	+4.31830 E -02	+1.32634 E -01	+7.91491 E -02	+4.41375 E -02	+1.04067 E -01	+2.70534 E -02	+4.92937 E -02
	+6.64716 E -02	+4.31830 E -02	+3.7028 E -02	+8.29942 E -02	+4.67113 E -02	+2.97767 E -02	+6.61806 E -02	+1.55478 E -02	+1.99958 E -02
	+2.14334 E -01	+1.32634 E -01	+8.29942 E -02	+2.73814 E -01	+1.71117 E -01	+1.03650 E -01	+2.23953 E -01	+5.66260 E -01	+9.46708 E -02
	+1.33601 E -01	+7.91491 E -01	+4.67113 E -02	+1.71117 E -01	+1.20347 E -01	+6.85517 E -02	+1.39649 E -01	+3.82180 E -02	+6.33521 E -02
	+8.60086 E -02	+4.41375 E -02	+2.97767 E -02	+1.03650 E -01	+6.85517 E -02	+4.87579 E -02	+8.88184 E -02	+1.76281 E -02	+2.55302 E -01
	+1.78506 E -01	+1.04067 E -01	+6.61806 E -02	+2.23953 E -01	+1.39649 E -01	+8.88184 E -02	+1.90607 E -01	+4.58402 E -02	+7.70559 E -02
	+4.33213 E -02	+2.70534 E -02	+1.55478 E -02	+5.66260 E -02	+3.62180 E -02	+1.76281 E -02	+4.58402 E -02	+2.16114 E -02	+2.95136 E -02
	+6.83357 E -02	+4.92937 E -02	+1.99958 E -02	+9.46708 E -02	+6.33521 E -02	+2.55302 E -02	+7.70559 E -02	+2.95136 E -02	+6.14096 E -02
C	+2.28884 E -01	+7.49997 E -02	+7.49997 E -02	+2.28884 E -01	+2.22221 E -02	+3.33332 E -02	+2.34440 E -01	+1.37220 E -01	+1.26109 E -01
	+7.49997 E -02	+3.74995 E -02	+3.74995 E -02	+7.49997 E -02	+0.00000 E -51	+8.33332 E -03	+7.49997 E -02	+3.74995 E -02	+2.91663 E -02
	+7.49997 E -02	+3.74995 E -02	+3.74995 E -02	+7.49997 E -02	+0.00000 E -51	+8.33332 E -03	+7.49997 E -02	+3.74995 E -02	+2.91663 E -02
	+2.28884 E -01	+7.49997 E -02	+7.49997 E -02	+2.28884 E -01	+2.22221 E -02	+3.33332 E -02	+2.34440 E -01	+1.37220 E -01	+1.26109 E -01
	+2.22221 E -02	+0.00000 E -51	+0.00000 E -51	+2.22221 E -02	+1.38888 E -02	+8.33332 E -03	+2.77777 E -02	+1.28888 E -02	+1.94444 E -02
	+3.33332 E -02	+8.33332 E -03	+8.33332 E -03	+3.33332 E -02	+8.33332 E -03	+1.66665 E -02	+3.33332 E -02	+1.66665 E -02	+8.33332 E -03
	+2.34440 E -01	+7.49997 E -02	+7.49997 E -02	+2.34440 E -01	+2.77777 E -02	+3.33332 E -02	+2.45551 E -01	+1.42776 E -01	+1.37220 E -01
	+1.37220 E -01	+3.74005 E -02	+3.74995 E -02	+1.37220 E -01	+1.38888 E -02	+1.66665 E -02	+1.42776 E -01	+9.13881 E -02	+8.86105 E -02
	+1.26109 E -01	+2.91663 E -02	+2.91663 E -02	+1.26109 E -01	+1.94444 E -02	+8.33332 E -03	+1.37220 E -01	+8.86105 E -02	+9.97216 E -02
D	+3.34177 E -01	+2.40420 E -01	+1.44444 E -02	+4.03702 E -02	+2.23438 E -01	+1.02564 E -02	+1.62644 E -01	+2.50712 E -02	+1.05980 E -01
	+2.40420 E -01	+1.92541 E -01	+1.44444 E -02	+3.29628 E -02	+1.66718 E -01	+6.12820 E -03	+1.37987 E -01	+1.25356 E -02	+8.13233 E -02
	+1.44444 E -02	+1.44444 E -02	+7.22221 E -03	+7.22221 E -03	+1.27777 E -02	+0.00000 E -51	+1.44444 E -02	+0.00000 E -51	+2.77777 E -03
	+4.03702 E -02	+3.29628 E -02	+7.22221 E -03	+2.57406 E -02	+2.38888 E -02	+0.00000 E -51	+3.29628 E -02	+7.40740 E -03	+2.12962 E -02
	+2.23438 E -01	+1.66718 E -01	+1.27777 E -02	+2.38888 E -02	+2.05105 E -01	+1.02564 E -02	+1.44497 E -01	+1.02564 E -02	+9.39431 E -02
	+1.02564 E -02	+5.12820 E -03	+0.00000 E -51	+1.02564 E -02	+5.12820 E -03				
	+1.62644 E -01	+1.37987 E -01	+1.44444 E -02	+3.29628 E -02	+1.44497 E -01	+5.12820 E -03	+1.37987 E -01	+1.25356 E -02	+8.13233 E -02
	+2.50712 E -02	+1.25356 E -02	+0.00000 E -51	+7.40740 E -03	+1.02564 E -02	+5.12820 E -03	+1.25356 E -02	+1.25356 E -02	+1.25356 E -02
	+1.05980 E -01	+8.13233 E -02	+2.77777 E -03	+2.12962 E -02	+9.39431 E -02	+5.12820 E -03	+8.13233 E -02	+1.25356 E -02	+7.74545 E -02
E	+3.73111 E -01	+3.02193 E -01	+5.70512 E -02	+1.66783 E -01	+1.05840 E -01	+9.24595 E -02	+2.08322 E -01	+7.72340 E -02	+5.19364 E -02
	+3.02193 E -01	+2.65032 E -01	+4.75294 E -02	+1.27456 E -01	+9.03881 E -02	+7.59435 E -02	+1.70202 E -01	+6.34857 E -02	+4.59287 E -02
	+5.70512 E -02	+4.75294 E -02	+1.53993 E -02	+2.49936 E -02	+1.50773 E -02	+1.08322 E -02	+3.17054 E -02	+1.09154 E -02	+6.89759 E -03
	+1.66783 E -01	+1.27456 E -01	+2.49936 E -02	+8.03327 E -02	+4.82090 E -02	+4.15590 E -02	+9.59031 E -02	+3.56652 E -02	+2.34990 E -02
	+1.05840 E -01	+9.03881 E -02	+1.50773 E -02	+4.82090 E -02	+5.15580 E -02	+3.22905 E -02	+7.92020 E -02	+2.67058 E -02	+2.30917 E -02
	+9.24595 E -02	+7.59435 E -02	+1.08232 E -02	+4.15590 E -02	+3.22905 E -02	+2.81829 E -02	+5.73686 E -02	+2.01339 E -02	+1.37633 E -02
	+2.08322 E -01	+1.70202 E -01	+3.17054 E -02	+9.59031 E -02	+7.93030 E -02	+5.73686 E -02	+1.37239 E -01	+4.77783 E -02	+4.60156 E -02
	+7.73450 E -02	+6.34857 E -02	+1.09154 E -02	+2.56652 E -02	+2.67058 E -02	+2.01339 E -02	+4.77783 E -02	+2.40855 E -02	+1.42863 E -02
	+5.19364 E -02	+4.59298 E -02	+6.89759 E -03	+2.34990 E -02	+2.30917 E -02	+1.37633 E -02	+3.60156 E -02	+1.43663 E -02	+1.38785 E -02

F

+3.53338 E-01	+2.85451 E-01	+1.72574 E-01	+1.23172 E-01	+1.37887 E-01	+1.85980 E-01	+1.50083 E-01	+1.99999 E-02	+1.33333 E-02
+2.85451 E-01	+2.45526 E-01	+1.43882 E-01	+1.03497 E-01	+1.17923 E-01	+1.50939 E-01	+1.29860 E-01	+1.40000 E-02	+1.33333 E-02
+1.72574 E-01	+1.43882 E-01	+9.14944 E-02	+6.45707 E-02	+6.72863 E-02	+9.15189 E-02	+7.94362 E-02	+9.99999 E-03	+8.88888 E-03
+1.23172 E-01	+1.03497 E-01	+6.45707 E-02	+6.07929 E-02	+6.46736 E-02	+6.90396 E-02	+6.28633 E-02	+4.99999 E-03	+4.44444 E-03
+1.37887 E-01	+1.17923 E-01	+6.72863 E-02	+4.64736 E-02	+6.33123 E-02	+7.17552 E-02	+6.01457 E-02	+6.66666 E-03	+4.44444 E-03
+1.85980 E-01	+1.50939 E-01	+9.15189 E-02	+6.90396 E-02	+7.17552 E-02	+1.04901 E-01	+7.94607 E-02	+9.99999 E-03	+4.44444 E-03
+1.50083 E-01	+1.29860 E-01	+7.94362 E-02	+6.28633 E-02	+6.01467 E-02	+7.94607 E-03	+7.58460 E-02	+4.99999 E-03	+8.88888 E-03
+1.99999 E-02	+1.50000 E-02	+9.99999 E-03	+4.99999 E-03	+6.66666 E-03	+9.99999 E-03	+4.99999 E-03	+8.33332 E-03	+0.00000 E-51
+1.33333 E-02	+1.33333 E-02	+8.88888 E-03	+4.44444 E-03	+4.44444 E-03	+8.88888 E-03	+0.00000 E-51	+4.44444 E-03	

G

+2.04841 E-01	+1.60223 E-01	+1.58229 E-01	+5.23014 E-02	+1.94733 E-01	+1.09564 E-01	+7.47089 E-02	+8.59997 E-02	+9.11373 E-02
+1.60223 E-01	+1.38130 E-01	+1.27214 E-01	+3.12048 E-02	+1.53530 E-01	+7.81176 E-02	+6.06299 E-02	+7.75095 E-02	+7.19015 E-02
+1.58229 E-01	+1.27214 E-01	+1.37199 E-01	+4.59049 E-02	+1.48791 E-01	+8.88167 E-03	+5.39911 E-02	+7.33869 E-02	+6.51805 E-02
+5.23014 E-02	+3.12048 E-02	+4.59049 E-02	+3.87798 E-02	+5.91570 E-02	+4.21928 E-02	+2.50957 E-02	+1.73317 E-02	+3.57608 E-02
+1.94733 E-01	+1.53530 E-01	+1.48791 E-01	+5.91570 E-02	+2.25404 E-01	+1.08894 E-01	+9.80629 E-02	+7.99761 E-02	+1.11397 E-01
+1.09564 E-01	+7.81176 E-02	+8.88167 E-02	+4.21938 E-02	+1.08894 E-01	+7.31921 E-02	+4.28305 E-02	+3.24357 E-02	+5.98965 E-02
+7.47089 E-02	+6.06299 E-02	+5.39911 E-02	+2.50957 E-02	+9.80629 E-02	+4.28305 E-02	+6.68241 E-02	+3.24357 E-02	+5.98965 E-02
+8.59997 E-02	+7.75095 E-02	+7.33869 E-02	+1.73317 E-03	+7.99761 E-02	+4.02633 E-02	+3.24357 E-02	+4.77219 E-02	+3.99498 E-02
+9.11373 E-02	+7.19015 E-02	+6.51805 E-02	+3.57608 E-02	+1.11397 E-01	+5.03975 E-02	+5.98965 E-02	+3.99498 E-02	+7.49277 E-02

H

+1.70901 E-02	+6.20154 E-03	+5.12711 E-02	+5.45813 E-02	+4.27488 E-02	+6.16455 E-02	+4.42037 E-02	+1.05048 E-02	+1.26824 E-02
+6.20154 E-03	+1.53509 E-02	+2.74481 E-02	+1.36844 E-02	+2.72213 E-02	+2.74481 E-02	+2.74481 E-02	+7.78884 E-03	+1.36054 E-03
+5.12711 E-02	+2.74481 E-02	+1.80341 E-01	+1.86191 E-01	+1.54094 E-01	+2.11463 E-01	+1.59140 E-01	+3.62761 E-02	+4.21290 E-02
+5.45813 E-02	+1.36844 E-02	+1.86191 E-01	+2.15314 E-01	+1.54538 E-01	+2.23207 E-01	+1.62399 E-01	+3.45158 E-02	+4.89729 E-02
+4.27488 E-02	+2.72213 E-02	+1.54094 E-01	+1.54538 E-01	+1.43550 E-01	+1.74313 E-01	+1.39960 E-01	+3.09885 E-02	+3.62744 E-02
+6.16455 E-02	+2.74481 E-02	+2.11463 E-01	+2.23207 E-01	+1.74313 E-01	+2.55340 E-01	+1.83194 E-01	+4.36802 E-02	+5.11962 E-02
+4.42037 E-02	+2.74481 E-02	+1.49140 E-01	+1.62399 E-01	+1.39960 E-01	+1.83194 E-01	+1.45005 E-01	+3.07349 E-02	+3.63679 E-02
+1.05048 E-02	+7.78884 E-03	+3.62761 E-02	+3.45158 E-02	+3.09885 E-02	+4.36802 E-02	+3.07239 E-02	+1.39438 E-02	+6.09686 E-03
+1.26824 E-02	+1.36054 E-03	+4.21290 E-02	+4.89729 E-02	+3.62744 E-02	+5.11962 E-02	+3.63689 E-02	+6.09686 E-03	+1.40429 E-02

った。この際、自己相関行列 G_m を計算するにあたって、

$$(1) \quad P_m(n)=1/10, \quad N=10$$

$$(2) \quad P_m(n)=1/15, \quad N=15$$

の二つの場合をとて計算を行なった。この結果から求められた固有ベクトルは表 7.1 に示されているが、この結果は、

$$|(X \cdot \beta_m^{(i)})| \leq 1 \quad (21)$$

になるように正規化したものである。図 7.1, 図 7.2 に、この実験に用いたシステムの概略図、およびフローチャートを示す。

8. 実験結果

実験は図形パターン（手書き文字）を 15×15 に量子化し、固有ベクトルとしては最大の固有値をもつもののみを採用して行なった。これは式 (13), (14)において、 $r=1$ に相当するものである。未知文字 40 個をコード (b) を用いて読ませた結果、(1) の $P_m(n)=1/10$ のとき認識率 80%, (2) の $P_m(n)=1/15$ のとき認識率 82.5% を得た。また、未知文字 72 個をコード (c) を用いて読ませた結果、(1) の $P_m(n)=1/10$ のとき認識率 88%, (2) の $P_m(n)=1/15$ の

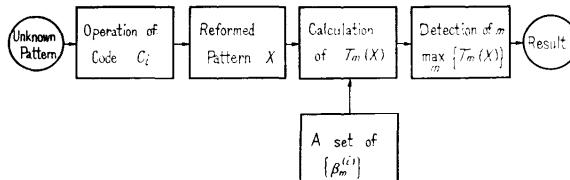


図 7.1 Block diagram of system

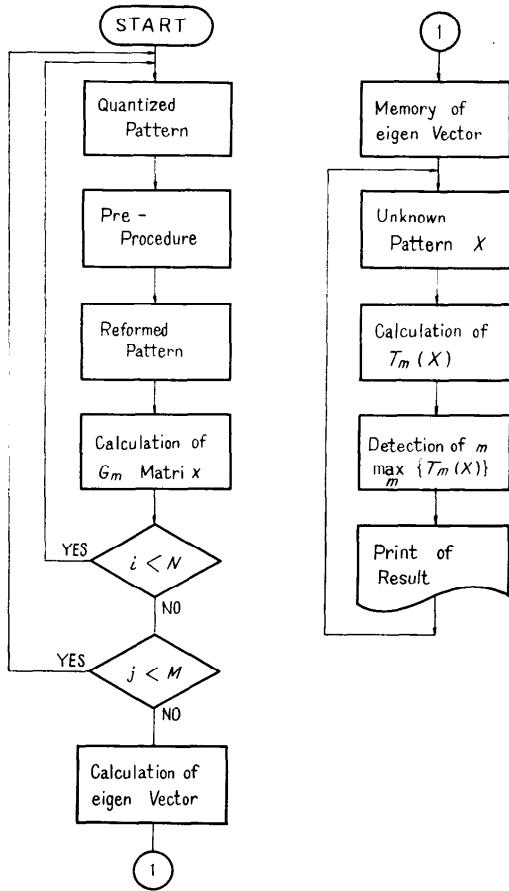


図 7.2 Flow-chart

とき認識率 93.1% を得た。さらに、A, B, C, D, E, F の 6 文字について実験を行ない 94.8% という高い認識率を得た。これは先に、富田⁸⁾ らがア, イ, ウ, エ, オの 5 文字について 80 次元で行なった認識率 96% に近いものであり、また、人間の認識率 98% にもかなり近いものである。したがって、本実験で得られた結果はかなりよいものであると考えられる。次に、(a), (b), (c) の各場合について (1), (2) の認識実験を行ない、 $I = 1/3 \cdot \sum_{j=1}^3 I(E_1, E_j)$ を横軸として認識率をプロットした。これを図 8.1 に示す。この図から、先の第 5 節で述べた結論が正しかったことがわかる。

9. 結 論

実験の結果から次のことが明らかになった。

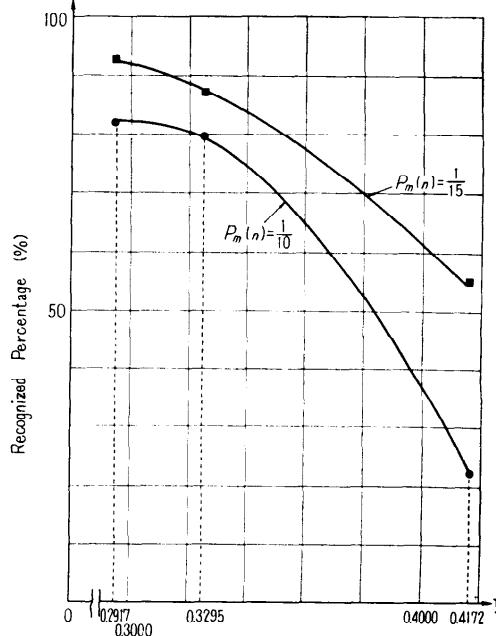


図 8.1 The relation between the degree of dependence and recognized percentage

- (1) まえもって図形を処理し、次元を下げても Karhunen-Loéve 法により十分な認識結果が得られる。
- (2) 計算機の処理時間が短くなるし、記憶容量も小さくてすむ。
- (3) 各コードを独立に構成することによって、高い認識率を得ることができる。

この結果、(1), (2) からこのパターン認識の方法は、従来の方法に比べてより実用化に近い方法であることがわかる。また、(3) の結果はコード集合を形成する際の一つの指針を与えることができる。

さらに、実験から、この認識方法によりパターンクラスが少ない 6 個、8 個の場合より認識結果が得られることが示された。しかし、パターンクラスが多くなった場合、このままでは、十分なる認識結果を得ることが困難になってくると考えられる。そこで今後は、 3×3 素子コードをできるだけ低次元のベクトル Y に変換することを考え、多くの類がある場合にも、この 3×3 素子コードを用いた方法（低次元の立場で Karhunen-Loéve 直交系を用いるパターン認識の方法）が使用できることを示す考えである。

最後に、日ごろからなにかとおせわになっている山

口大学工学部鈴岡教授、平田助教授、ならびに同短期
大学部浜田助教授に深く謝意を表します。また、計算
機でなにかと手助けいただいた西村女史に感謝いたします。

参考文献

- 1) 飯島泰蔵：“パターン認識の理論”，電気通信学会誌，Vol. 46, No. 11, p. 1582～1590 (1963).
- 2) 飯島泰蔵：“視覚パターンの特徴抽出に関する基礎理論”，電気通信学会誌，Vol. 46, No. 11, p. 1714～1721 (1963).
- 3) 飯島泰蔵：“一次元図形の構造について”，電気通信学会，オートマトンと自動制御研究資料 (1965).
- 4) 飯島泰蔵：“パターン認識”，工業技術ライブリー 8 (1969).
- 5) Satoshi Watanabe : Knowing and Guessing, p. 380～403, Wiley (1969).
- 6) J. M. Mendel, K. S. FU : Adaptive Learning and Pattern Recognition Systems, p. 56～60 (1970).
- 7) 富田, 野口, 大泉：“Karhunen-Loéve 直交系による特徴抽出論”，電気通信学会誌, Vol. 53-C, No. 12 (1970).
- 8) 富田, 野口, 高橋, 大泉：“Karhunen-Loéve 直交系による手書き, 仮文字の識別”, オートマトン研究資料, A70-16 (1970).
- 9) 濑良豊士：“3×3 素子コードと Karhunen-Loéve 直交系を用いたパターン認識”，電気四学会中国支部大会(22315) (1971).
- 10) FACOM 231 APPLY 解説書, No. 9: 富士通.
- 11) 赤坂隆：“数値計算”，応用数学講座，卷 7，コロナ社, p. 323～331 (1969).

(昭和 46 年 7 月 12 日受付)

(昭和 46 年 12 月 14 日再受付)