基 専 般

写実的レンダリング

岩崎 慶
和歌山大学システム工学部情報通信システム学科

写実的レンダリングとは

コンピュータグラフィクス (CG) の研究分野において，実写と区別がつかないような写実的な画像の生成は，重要な研究分野の 1 つとして今までにさまざまな研究がなされてきた．CG で生成された写実的な画像は映画やテレビ CM，ゲームなどさまざまな分野で利用されている．写実的な画像を生成するためには，シーン中の物体から視点に到達する光をシミュレーションする必要がある．視点に到達する光をシミュレーションする手法としてはレイトレーシング法，パストレーシング法，フォトンマッピング法などさまざまなレンダリングアルゴリズムが提案されている．

ここでは，さまざまなレンダリングアルゴリズムの中でも，特に写実的な画像を高速に生成する技術についていくつかの手法を紹介する．なお，本稿では，物体表面での光の反射について着目し，透過媒体による光の散乱については考慮しない．

写実的レンダリングの基礎技術

物体表面を写実的にレンダリングするためには，物体表面で反射して視点に到達する光をシミュレーションする必要がある．物体表面上の点 x での視線方向 ω_o への反射光の輝度 $L_o\ (x,\ \omega_o)$ は，以下のレンダリング方程式によって計算される（図 -1 参照）．

$$L(x, \omega_o) = \int_{\Omega} L_i(x, \omega_i) f_r(x, \omega_i, \omega_o) \cos\theta d\omega_i \qquad (1)$$

ここで，Ω は物体表面上の点 x における法線 $n(x)$ を中心軸とした半球上の方向，$L_i(x,\ \omega_i)$ は点 x に ω_i 方向から入射する光の輝度，θ は法線 $n(x)$ と ω_i とのなす角，$f_r(x,\ \omega_i,\ \omega_o)$ は点 x における光の反射率を表す双方向反射率分布関数 (Bidirectional Reflectance Distribution Function, BRDF) である．BRDF $f_r(x,\ \omega_i,\ \omega_o)$ は，点 x に ω_i 方向から入射した光が ω_o 方向にどれだけ反射するかを表した関数である．

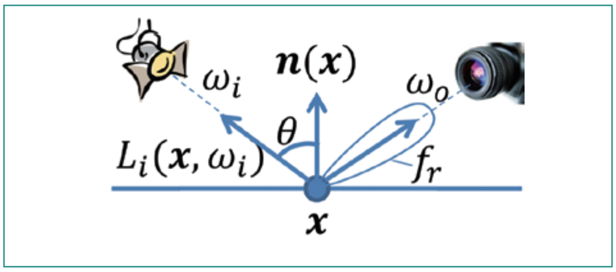

図 -1　レンダリング方程式

■ 光源

視点に到達する光の輝度を計算する上で，光源からの入射光は重要な要素である．CG の分野において，点光源・スポットライト・面光源・平行光線などさまざまな光源モデルが使用されている．

点光源は，最も単純な光源として広く用いられている．点光源から物体表面への入射輝度は，点光源の位置および点光源から物体表面へ向かう方向によって計算される．スポットライトは，指向性のある点光源として表現される．現実世界の光源を表現する光源モデルとしては，蛍光灯のように大きさを持った面光源や，太陽光のような平行光線が用いられ

ている．従来これらの光源モデルが用いられてきたが，現実世界ではあらゆる方向からさまざまな輝度の光が入射してくる．この現実世界の複雑な照明を効率的に表現する手法として，イメージベースライティングが提案されている．イメージベースライティングは，現実世界の周囲の環境を光源と見なし，環境マップと呼ばれる画像として格納する．イメージベースライティングでは，物体表面に無限遠方から光が入射するものと仮定する．これにより，点 x に ω_i 方向から入射する光の輝度 $L_i(x, \omega_i)$ は方向 ω_i のみの関数 $L_{env}(\omega_i)$ を用いて計算される．

■ BRDF

BRDF は，物体表面における光の反射特性を表す．BRDF $f_r(x, \omega_i, \omega_o)$ は，物体表面上で不変（すなわち $f_r(x, \omega_i, \omega_o)=f_r(\omega_i, \omega_o)$）あるいは表面上で変化する．後者は特に Spatially-varying BRDF (SVBRDF) あるいは Bidirectional Texture Functions (BTF) として表現される．本稿では特に前者に着目する．BRDF $f_r(\omega_i, \omega_o)$ は，ω_i 方向から入射する放射照度に対する ω_o 方向の輝度の比を返す．BRDF は，非負性，相反性およびエネルギー保存則を満たす．相反性とは，入射方向 ω_i および反射方向 ω_o を入れ替えても $f_r(\omega_i, \omega_o)$ の値が変わらない（すなわち $f_r(\omega_i, \omega_o)=f_r(\omega_o, \omega_i)$）ことを指す．エネルギー保存則は，物体表面での反射光のエネルギーが，入射エネルギーの総和を超えないことを表す．すなわち，どの反射方向 ω_o に対しても $\int_\Omega f_r(\omega_i, \omega_o) \cos\theta d\omega_i \leq 1$ が成り立つ．

BRDF は，拡散反射・完全鏡面反射・光沢反射の組合せとして表現される場合が多い．拡散反射は，入射光の方向 ω_i および反射光の方向 ω_o によらず一定に反射する．すなわち，$f_r(\omega_i, \omega_o)=\rho_\mathrm{d}/\pi$ と表現される．ここで ρ_d は拡散反射率でエネルギー保存則を満たすため $0 \leq \rho_\mathrm{d} \leq 1$ を満たす定数である．完全鏡面反射は，入射方向 ω_i の法線に対して正反射方向にのみ反射するもので，デルタ関数を用いて表現される．光沢反射は，入射方向 ω_i と反射方向 ω_o によって反射率が変化する．光沢反射を表現するBRDF モデルとしては Phong モデルや Cook-Torrance モデルなどさまざまなモデルが提案されている．

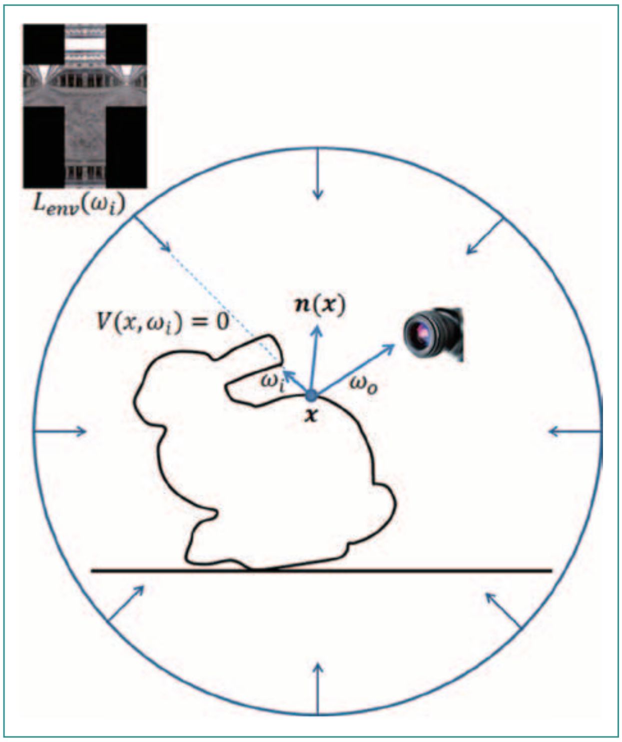

図 -2　イメージベースライティング

イメージベースライティング

イメージベースライティングでは，物体表面にさまざまな方向から入射する光の輝度を環境マップ（画像）で表現する．環境マップの表現方法もいくつか存在するが，ここでは図 -2 にあるようにキューブマップを仮定する．無限遠方からの入射光 $L_{env}(\omega_i)$ は，物体表面上の点 x に到達する前に，物体によって遮られる場合がある（図 -2 参照）．物体による光の遮蔽効果を考慮するために可視関数 $V(x, \omega_i)$ が用いられている．可視関数 $V(x, \omega_i)$ は，点 x に ω_i 方向から入射する光が遮られる場合は 0 を返し，それ以外は 1 を返す 2 値関数である（図 -2 参照）．最終的に物体表面上の点 x に ω_i 方向から入射する光の輝度 $L_i(x, \omega_i)$ は，無限遠方からの入射光と可視関数の積 $L_i(x, \omega_i)=L_{env}(\omega_i)V(x, \omega_i)$ で計算される．これを式 (1) に代入すると，イメージベースライティングにおけるレンダリング方程式

は以下のように書き換えられる．

$$L(x,\ \omega_o) = \int_{S^2} L_{env}(\omega_i)\, V(x,\ \omega_i) f_r(\omega_i,\ \omega_o) \max(\cos\theta,\ 0)\, d\omega_i \tag{2}$$

ここで，全方向からの光を考慮するため，積分区間を単位球上の方向の集合 S^2 に変更した．法線と入射方向との余弦項を 0 でクランプ (max (cos θ, 0)) することにより，接平面より下から入射する光を 0 にすることができる．

イメージベースライティングでは，現実世界の複雑な光源を用いているため，写実的な画像を生成することが可能であるが，あらゆる方向からの入射光の輝度，可視関数，BRDF を計算する必要があるため，非常に計算コストが高い．特に，可視関数を計算するためには，物体表面上の各点からあらゆる方向に光線（レイ）を飛ばし，レイと物体との交差判定を行う必要がある．この交差判定は計算コストが高いことが知られており，イメージベースライティングにおけるボトルネックとなっている．

前計算放射輝度伝達法

式 (2) によって計算される反射光の輝度 $L(x,\ \omega_o)$ を高速に計算する手法の 1 つとして前計算放射輝度伝達法 (Precomputed Radiance Transfer, 以降 PRT 法と略す) がある [1]．PRT 法は，2002 年に Sloan らによって提案された手法であり，レンダリング時に視点の位置や環境マップを変更してもリアルタイムに画像を生成できる．PRT 法では，シーン中の物体は固定と仮定することで，計算コストの高い可視関数の計算を前計算することができる．ここでは説明簡略化のため，BRDF として拡散反射 $f_r(\omega_i,\ \omega_o)=\rho_d/\pi$ とするが，PRT 法では光沢反射も扱うことができる．可視関数と BRDF および余弦項との積を伝達関数 $T(x,\ \omega_i) = V(x,\ \omega_i) \cdot \frac{\rho_d}{\pi} \cdot \max(\cos\theta,\ 0)$ と定義する．この伝達関数を物体表面上の各点で前計算しておく．

伝達計算の前計算により可視関数の計算をレンダリング時にする必要がなくなるが，反射光の輝度を計算するためには，$L_{env}(\omega_i)$ と伝達関数 $T(x,\ \omega_i)$ の積を方向について積分する必要がある．

$$L(x,\ \omega_o) = \int_{S^2} L_{env}(\omega_i)\, T(x,\ \omega_i)\, d\omega_i \tag{3}$$

方向 ω_i を細かくサンプリングして数値積分することによって反射光の輝度を計算できるが，計算コストが高くリアルタイムにレンダリングすることが難しい．

■ 球面調和関数を用いた PRT 法

Sloan らの提案した PRT 法では，この問題を解決するために，$L_{env}(\omega_i)$ および伝達関数 $T(x,\ \omega_i)$ を球面調和関数の線形和で表現する．球面調和関数は，球面上で定義される正規直交基底関数である．球面調和関数 $y_l^m(\omega_i)$ は以下の式で定義される．

$$y_l^m(\omega_i) = \begin{cases} \sqrt{2}\, K_l^m \cos(m\phi)\, P_l^m(\cos\theta) & m>0 \\ \sqrt{2}\, K_l^m \sin(-m\phi)\, P_l^{-m}(\cos\theta) & m<0 \\ K_l^0\, P_l^0(\cos\theta) & m=0 \end{cases} \tag{4}$$

ここで，l は球面調和関数の次数，m は $-l \le m \le l$ を満たす整数，P_l^m はルジャンドル多項式，θ および ϕ は方向 ω_i の角度のパラメータ (ω_i=(sinθcosϕ, sinθsinϕ, cosθ)) であり，K_l^m は正規化係数で以下の式で計算される．

$$K_l^m = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}} \tag{5}$$

PRT 法では，$L_{env}(\omega_i)$ や伝達関数 $T(x,\ \omega_i)$ を n 次の球面調和関数 $y_l^m(\omega_i)$ の線形和で近似する．

$$L_{env}(\omega_i) \approx \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^{l} L_l^m\, y_l^m(\omega_i) \tag{6}$$

$$T(x,\ \omega_i) \approx \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^{l} T_l^m(x)\, y_l^m(\omega_i) \tag{7}$$

ここで，$j=l(l+1)+m+1$ とおくと，$L_{env}(\omega_i) \approx \sum_{j=1}^{n^2} L_j y_j(\omega_i)$，$T(x,\ \omega_i) \approx \sum_{j=1}^{n^2} T_j(x)\, y_j(\omega_i)$ と n^2 個の係数と球面調和関数の線形和で近似できる．球面調和関数は正規直交基底関数であるため，以下の式が成り立つ．

$$\int_{S^2} y_j(\omega_i)\, y_k(\omega_i)\, d\omega_i = \begin{cases} 1 & (j=k) \\ 0 & (j \ne k) \end{cases} \tag{8}$$

図 -3 球面調和関数を用いた PRT 法による結果画像．上段は BRDF として拡散反射を，下段は光沢反射を用いている．

これらの式を用いて式 (3) を計算すると以下のようになる．

$$L(x,\ \omega_o) = \int_{S^2} L_{env}(\omega_i)\, T(x,\ \omega_i)\, d\omega_i$$
$$\approx \int_{S^2} \left(\sum_{j=1}^{n^2} L_j\, y_j(\omega_i)\right)\left(\sum_{k=1}^{n^2} T_k(x)\, y_k(\omega_i)\right) d\omega_i$$
$$= \sum_{j=1}^{n^2} \sum_{k=1}^{n^2} L_j\, T_k(x) \int_{S^2} y_j(\omega_i)\, y_k(\omega_i)\, d\omega_i$$
$$= \sum_{j=1}^{n^2} L_j\, T_j(x) \tag{9}$$

すなわち，反射光の輝度の計算は，$L_{env}(\omega_i)$ および伝達関数 $T(x, \omega_i)$ の球面調和関数の係数の演算に帰着できる．PRT 法では，$L_{env}(\omega_i)$ が低次の球面調和関数（すなわち n が小さい）で表現できると仮定し，少ない数 (n が 4 ないし 5) の係数同士の積和で計算することで高速な画像を生成している．**図 -3** に球面調和関数を用いた PRT 法による結果画像を示す．PRT 法では，さまざまな $L_{env}(\omega_i)$ をあらかじめ球面調和関数の線形和で表現しておけば，図 -3 のように環境マップを変更しても高速にレンダリングできる．

■ ウェーブレットを用いた PRT 法

Sloan らの提案した PRT 法では，$L_{env}(\omega_i)$ が低次の球面調和関数で近似できるという仮定に基づいていたが，現実世界の複雑な光源では必ずしもその仮定に当てはまらない場合がある．PRT 法の特徴は，正規直交基底関数を用いることによって方向に関する積分が係数の演算に帰着されることにある．そのため，球面調和関数でなくとも，球面上で正規直交性を満たし，複雑な光源を少ない基底関数で効率的に表現する関数であればよい．

2003 年に Ng らは，そのような性質を満たす正規直交基底関数として 2 次元 Haar ウェーブレットを用いる手法を提案した [2]．2 次元 Haar ウェーブレットは単位正方形上 $(x, y) \in [0, 1)^2$ で定義される（キューブマップの各面に対応する）．2 次元 Haar ウェーブレットは，以下のスケーリング関数 $\Phi(x, y)$ とウェーブレット関数 $\Psi_M^{l,i,j}(x, y)$ で定義される．

$$\Phi(x, y)=1 \text{ for } (x, y) \in [0, 1)^2$$
$$\Psi_M^{l,i,j}(x, y)=2^l\, \Psi_M(2^l x-i,\ 2^l y-j)$$

ここで，l はウェーブレット関数のレベル，i, j はオフセット値で $0 \leq i, j < 2^l$ を満たす整数，M はウェーブレット関数のタイプ，Ψ_M はウェーブレット母関数で以下の 3 つのタイプがある．

図 -4　ウェーブレットを用いた PRT 法による結果画像．上段は BRDF として拡散反射を，下段は光沢反射を用いている

$$\Psi_0(x,\ y)=\begin{cases}1 & (0\leq x<0.5)\\ -1 & (0.5\leq x<1)\end{cases}$$

$$\Psi_1(x,\ y)=\begin{cases}1 & (0\leq y<0.5)\\ -1 & (0.5\leq y<1)\end{cases}$$

$$\Psi_2(x,\ y)=\begin{cases}1 & (0\leq x,\ y<0.5 \text{ or } 0.5\leq x,\ y<1)\\ -1 & \textit{otherwise}\end{cases}$$

高レベルのウェーブレット関数は，ウェーブレット母関数を平行移動した関数となる．球面調和関数と異なり，ウェーブレット関数は局所的な強い光も効率的に表現することができる．

図 -4 にウェーブレットを用いた PRT 法によってレンダリングした画像を示す．ウェーブレットを用いた PRT 法では，低次の球面調和関数では表現することが難しい複雑な照明を扱うことができる．そのため，図 -4 にあるように輪郭のはっきりとした影などもレンダリングできる．ウェーブレットを用いた PRT 法では，球面調和関数を用いた PRT 法に比べてデータ量が大きい．

■ 球面ガウス関数を用いた PRT 法

球面調和関数およびウェーブレットでは，正規直交基底関数の特性を用いることで反射光の輝度を高速に計算している．しかしながら，正規直交性を満たさなくても，少ない項数で $L_{env}(\omega_i)$ と伝達関数 $T(x,\ \omega_i)$ を表すことができれば高速に反射光の輝度を計算することができる．また，球面調和関数やウェーブレット関数を用いた PRT 法では，扱える反射特性も拡散反射および鈍い光沢反射しか扱えないという欠点があった．

ウェーブレット関数のように複雑な照明を扱うことができ，鋭い光沢反射を扱うことができる基底関数として，球面ガウス関数 (Spherical Gaussian) がある [3), 4)]．球面ガウス関数は，球面放射基底関数 (Spherical Radial Basis Function) とも呼ばれる球面上の関数の一種で，特定の単位ベクトルを軸とした対称なローブとして表現される．球面ガウス関数 $\mathrm{G}(\omega_i, \xi, \eta, \mu)$ は以下の式で計算される．

$$\mathrm{G}(\omega_i, \xi, \eta, \mu)=\mu\exp(\eta(\xi\cdot\omega_i-1))$$

ここで，ξ はローブの中心軸ベクトル，η はローブの鋭さ，μ はローブの振幅を表す．ローブの鋭さ η を調整することによって，大きい面光源から局所的に強い光を放つ光源まで表現することができる．$L_{env}(\omega_i)$ と伝達関数 $T(x,\ \omega_i)$ をそれぞれ $L_{env}(\omega_i)\approx$

$\sum_{j=1}^{J} G(\omega_i, \xi_j, \eta_j, l_j)$ および $T(x, \omega_i) \approx \sum_{k=1}^{K} G(\omega_i, \xi_k, \eta_k, t_k)$ と球面ガウス関数の線形和でよく近似できたとする（ただし，J および K は $L_{env}(\omega_i)$ と伝達関数 $T(x, \omega_i)$ をそれぞれ近似する球面ガウス関数の数とする）．これらの線形和を式 (3) に代入すると，以下のような式に変形される．

$$L(x, \omega_o) \approx \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} \int_{S^2} G(\omega_i, \xi_j, \eta_j, l_j)\, G(\omega_i, \xi_k, \eta_k, t_k)\, d\omega_i$$

ここで，球面ガウス関数 G_j=G$(\omega_i, \xi_j, \eta_j, l_j)$ と G_k= $G(\omega_i, \xi_k, \eta_k, t_k)$ の積の積分は解析的に計算することができる．

$$\int_{S^2} G_j G_k d\omega_i = \frac{4\pi l_j t_k}{e^{\eta_j+\eta_k}} \frac{\sinh(\| \eta_j \xi_j + \eta_k \xi_k \|)}{\| \eta_j \xi_j + \eta_k \xi_k \|}$$

■ 動的なシーンを扱う PRT 法

PRT 法は，環境マップや視点をレンダリング時に変更することは可能であるが，BRDF や物体は固定されているという制限があった．2012 年に筆者の研究グループでは，球面ガウス関数を用いて，現実世界の複雑な光源下における動的なシーンのレンダリング手法を提案した（図 -5 参照）[5]．図 -5 上段は，鋭い光沢反射を考慮したチェスのシーン，図 -5 下段は複数の変形するキャラクタのシーンである．従来の PRT 法では不可能であった鋭い光沢反射を考慮した動的シーンの高速レンダリングを実現している．

まとめ

本稿では，写実的レンダリングの中でもイメージベースライティングに着目した．特にイメージベースライティングの高速レンダリング手法の 1 つである PRT 法とその拡張手法について紹介した．本稿では物体表面を写実的にレンダリングする手法に着目したが，煙や雲などの関与媒質を写実的にレンダリングする手法も盛んに研究されている．近年の計算機の性能向上に伴って，従来の写実的なレンダリング手法を高速化する研究は今後さらに盛んになると思われる．

図 -5　球面ガウス関数を用いた動的シーンのリアルタイムレンダリング

参考文献

1) Sloan, P.-P.J., Kautz, J. and Snyder, J. : Precomputed Radiance Transfer for Real-Time Rendering in Dynamic, Low-Frequency Lighting Environments, ACM Transactions on Graphics, Vol.21, No.3, pp.527-536 (2002).
2) Ng, R., Ramamoorthi, R. and Hanrahan, P. : All-Frequency Shadows Using Non-Linear Wavelet Lighting Approximation, ACM Transactions on Graphics, Vol.22, No.3, pp.477-487 (2003).
3) Tsai, T.-T. and Shih, Z.-C. : All-Frequency Precomputed Radiance Transfer using Spherical Radial Basis Functions and Clustered Tensor Approximation, ACM Transactions on Graphics, Vol.25, No.3, pp.967-976 (2006).
4) Wang, J., Ren, P., Gong, M., Snyder, J. and Guo, B. : All-Frequency Rendering of Dynamic, Spatially-Varying Reflectance, ACM Transactions on Graphics, Vol.28, No.5, pp.133:1-133:10 (2009).
5) Iwasaki, K., Furuya, W., Dobashi, Y. and Nishita, T. : Real-time Rendering of Dynamic Scenes under All-frequency Lighting using Integral Spherical Gaussian, Computer Graphics Forum (Proc. of Eurographics 2012), Vol.31, No.2 (2012).

（2012 年 2 月 20 日受付）

岩崎　慶（正会員）iwasaki@sys.wakayama-u.ac.jp
2004 年東京大学大学院新領域創成科学研究科博士後期課程修了．現在和歌山大学システム工学部准教授として CG の研究に従事．