

荷重積分法を用いた画像中の輪郭の ガウス関数に基づくパラメトリック表現

小河 雅 司^{†1} 後藤 秀 聡^{†1} 本谷 秀 堅^{†1}

本稿では画像中の輪郭のガウス関数をモデルとしてパラメトリックに表現する手法を提案する。パラメータ推定には二次元へと拡張した荷重積分法を応用する。荷重積分法とは一次元正弦波信号の周波数を高精度に推定する近年開発された手法である。従来のパラメータ推定法の多くは、推定値が量子化される、もしくは雑音に対して頑健な推定が行えないなど推定精度に課題があった。提案法は、ガウス関数が満たす微分方程式を導出し、その連立方程式を解くことでパラメータを推定する。このため推定値は連続化されており推定精度が高い。本稿ではその基本原理と、シミュレーションによる従来手法との推定精度の比較から性能を評価する。

Parametric Edge Representation Based on Weighted Integral Method

MASASHI OGAWA,^{†1} HIDETOSHI GOTO^{†1}
and HIDEKATA HONTANI^{†1}

In this article, the authors propose a method that parametrically represents local appearances at edges based on Gaussian function model. For this representation, a technique of the one-dimensional weighted integral method is extended to two-dimensional signals. The one-dimensional weighted integral method was developed for estimating frequencies of signals accurately. Many existing method obtain quantized estimates of signal parameters and are vulnerable against signal noise, but the weighted integral method can obtain continuous estimates and is robust against the noises. The proposed method estimates the values of the parameters of the Gaussian by solving a system of linear equations, which are derived from PDEs that are satisfied by a Gaussian function. The details of the method is described, and the results of the performance comparison with some existing methods are reported in this article.

1. はじめに

画像の各位置を中心とする小さな矩形領域のアピアランスを、エッジやコーナーのようなプリミティブとテクスチャの二種類に大別する考え方がある¹⁾。アピアランスを表現する多様体は前者と後者で異なり、後者は高次元であり、一方前者は低次元になる。学習サンプルに基づいて多様体を構築するとき、前者はパラメトリックな表現に基づいて陽に構築される。例えば文献¹⁾では Gabor 関数に基づいてエッジやコーナーに相当するプリミティブの位置と方向を記述するパラメータを推定し、その推定結果を多様体構築の起点としている。プリミティブの位置と方向の推定には位置や方向の異なる多数の Gabor 関数のフィルタバンクを用意し、出力が最大となるフィルタに基づきパラメータを推定する。

小さな矩形領域のアピアランスを記述するパラメータを推定することは、画像の位置ごとにボケを推定するときにも行われる。例えば、遠景と近景の分離・強調²⁾や、ぼけに基づく運動物体の切り出し³⁾などにおいて画像の位置ごとにボケのスケールを推定することは、基礎的かつ重要な処理である。後に述べる通り、これら手法には微係数の極点を用いる方法や、ボケた後の勾配の統計に基づく推定を行う手法など様々な手法が提案されている。

上記 Gabor 関数のフィルタバンクを用いる手法も、微係数や統計的手法を用いる手法も、基本的に、パラメータの異なるモデル画像をフィルタバンクのようにあらかじめ生成しておいたり、微係数や勾配などに関する特徴量をパラメータごとに調査しておき、与えられた画像と最も適合するものを選択することによりパラメータの値を推定する。このため推定値は離散化される事が多く、例えばフィルタバンクのように、準備段階におけるパラメータの刻み幅が、そのまま推定値の分解能になることが多い。本稿では、これら従来法と原理的に全く異なるパラメータの推定法を提案する。推定値は基本的に連続であり、分解能はモデルの準備段階における画像雑音などにのみ依存して決まることになる。

近年一次元信号の周波数を厳密かつ高精度に推定する手法として荷重積分法が提案された⁴⁾。これは複素正弦波が従う微分方程式を手がかりに代数的に周波数パラメータを算出する手法である。本稿はこの一次元荷重積分法を二次元に拡張し、画像のエッジにおける勾配強度画像をガウス関数で記述するときのパラメータを推定する手法を提案する。この手法はガウス関数が従う微分方程式を手掛かりに代数的にガウス関数の向き・スケール・位置を

^{†1} 名古屋工業大学
Nagoya Institute of Technology

表すパラメータを算出する．本稿ではその基本原理を説明すると共に，従来法との精度比較実験の結果などの基礎的な性能について報告する．

1.1 二次元荷重積分法の一般解

提案法は二次元の領域 Ω 内の入力画像 $f(x, y)$ が次式で表現される場合を対象とする．

$$f(x, y) = Ae^{j\phi_0} e^{\alpha(x, y)} e^{j\phi(x, y)}. \quad (1)$$

$\alpha(x, y)$ と $\phi(x, y)$ はいずれも x と y の実係数の多項式とする．式 (1) はガウス関数，Gabor 関数など幅広い関数を表現できる．両辺の対数微分を求めると次式を得る．ここで微分は x と y それぞれによる偏微分を用いる．

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \frac{1}{f(x, y)} = \frac{\partial \alpha(x, y)}{\partial x} + j \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \frac{1}{f(x, y)} = \frac{\partial \alpha(x, y)}{\partial y} + j \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y}. \quad (3)$$

α と ϕ はいずれも実係数の多項式なので，式 (2)，式 (3) は次式のように書き換えることができる．

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \frac{1}{f(x, y)} = \sum_{n=0}^N \sum_{M=0}^M b_{mn} x^m y^n, \quad (4)$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \frac{1}{f(x, y)} = \sum_{s=0}^S \sum_{t=0}^T d_{st} x^s y^t. \quad (5)$$

ただし b_{mn} と d_{st} は複素係数である．これら係数の値は，ガウス関数や Gabor 関数など式 (1) で表される関数のパラメータの値により決定される．荷重積分法の目的は，入力画像に基づき式 (4) および (5) の右辺の係数 b_{mn} 及び d_{st} を求めることである．以下，式 (4) に基づき荷重積分法を説明する．式 (4) より次式が得られる．領域 Ω 内で画像 $f(x, y)$ が式 (1) で表されるなら， Ω 内の各位置で次式が成立することに注意する．

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} - \left(\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M b_{mn} x^m y^n \right) f(x, y) = 0. \quad (6)$$

領域 Ω の各位置で式 (6) が成立することは，任意の荷重関数 $w(x, y)$ に対して式 (7) が成立することと同値である．

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} - \left(\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M b_{mn} x^m y^n \right) f(x, y) = 0, \\ \Leftrightarrow & \int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} - \left(\sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M b_{mn} x^m y^n \right) f(x, y) \right\} w(x, y) d\Omega = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

和積の順序を入れ替え，積分に関係の無い変数のみ積分の外に出すと次式が得られる．

$$\int_{\Omega} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} w(x, y) d\Omega - \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M b_{mn} \int_{\Omega} x^m y^n f(x, y) w(x, y) d\Omega = 0. \quad (8)$$

領域 Ω を $-L/2 \leq x, y \leq L/2$ とする．式 (8) の係数を精度良くかつ効率的に得るために，荷重関数 $w(x, y)$ を複素正弦波関数と窓関数を用いて次式のように定義する．

$$w(x, y) = e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} p(x) p(y), \quad (9)$$

$$p(L/2) = p(-L/2) = 0. \quad (10)$$

式 (8) は変数 b_{st} の線形方程式である．その係数のうち左辺第一項は画像の微分係数を含むため正確な算出は難しい．一方第二項は座標と画素値と荷重関数の積を積分したものであり，その算出精度は高い．以下，第二項の係数を g_{mn} で定義する．

$$g^{mn} = \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} x^m y^n f(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} p(x) p(y) dx dy. \quad (11)$$

第一項の係数が正確に計算できれば，式 (8) をパラメータ算出に有用な方程式にすることができる．そこで式 (8) 第一項の係数の計算に，部分積分を利用し，微分係数 $\partial f(x, y)/\partial x$ の計算を次に示すように回避する．

$$\begin{aligned} & \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} p(x) p(y) dx dy, \\ &= - \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} f(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} \frac{\partial p(x)}{\partial x} p(y) dx dy \\ & \quad + j\omega_x \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} f(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} p(x) p(y) dx, \\ &= -h_x^{00} + j\omega_x g^{00}. \end{aligned} \quad (12)$$

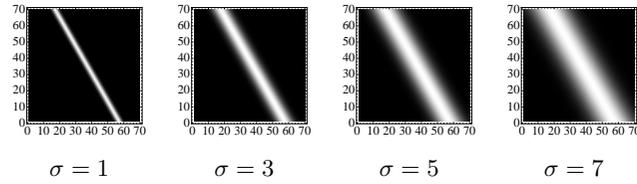


図1 ガウス関数の画像例 ($\theta = \pi/6, \mu_x = 35, \mu_y = 35$)
Fig.1 Examples of Gaussian images.

ただし h_x^{00} は次式で定義される .

$$h_x^{00} = \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} f(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} \frac{\partial p(x)}{\partial x} p(y) dx dy. \quad (13)$$

式 (8) は式 (11) と式 (13) をを利用して式 (14) のように書ける .

$$-h_x^{00} + j\omega_x g^{00} + \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M b_{mn} g^{mn} = 0. \quad (14)$$

上式は式 (4) に対応する b_{mn} に関する線形方程式であり , その係数は画像の荷重積分 (11)(13) により得られる複素数である . このため式 (14) は実部と虚部の二つの方程式からなる . y 方向の偏微分に対応する式 (5) に対しても同様の変形を行い , 代数方程式 (15) を得る .

$$-h_y^{00} + j\omega_y g^{00} + \sum_{s=0}^S \sum_{t=0}^T d_{st} g^{st} = 0. \quad (15)$$

ただし , h_y^{00} は次の通りである .

$$h_y^{00} = \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} f(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} p(x) \frac{\partial p(y)}{\partial y} dx dy. \quad (16)$$

こうして二種類の代数方程式が得られた . これら方程式を連立して解くことにより信号のパラメータ b_{mn}, d_{st} の値を求めることができる . 次節において二次元ガウス関数に対する荷重積分法を具体的に説明する .

1.2 ガウス関数に対する荷重積分法

本稿では次式のガウス関数を画像のモデルとする . 多くの手法と同様に , ボケのないス

テップエッジとガウシアンフィルタの畳み込みにより画像をモデル化する . このとき , 画像の勾配強度画像はエッジにおいてガウス関数が観測される . 勾配強度画像を表現するガウス関数を式 (17) に示す .

$$I(x, y) = \exp \left\{ -\frac{((x - \mu_x) \cos \theta + (y - \mu_y) \sin \theta)^2}{2\sigma^2} \right\}. \quad (17)$$

ここで θ はガウス関数の向きを表し , μ_x, μ_y は平均を , σ は標準偏差を表す . 図 1 に例として σ を変化させたときの画像の変化を示す . 式 (17) を次式のように書き換える .

$$I(x, y) = \exp \left\{ -\left(\frac{v_1}{2}x^2 + v_2xy + \frac{v_3}{2}y^2 + v_4x + v_5y\right) \right\}. \quad (18)$$

ただし , $v_1 = \cos^2 \theta / \sigma^2, v_2 = \cos \theta \sin \theta / \sigma^2, v_3 = \sin^2 \theta / \sigma^2, v_4 = -(\cos^2 \theta \mu_x + \cos \theta \sin \theta \mu_y) / \sigma^2, v_5 = -(\cos \theta \sin \theta \mu_x + \sin^2 \theta \mu_y) / \sigma^2$ である . 式 (18) に対応して , ガウス関数の x 微分 , y 微分により下記の二式を得る .

$$\frac{\partial I(x, y)}{\partial x} = -(v_1 x + v_2 y + v_4) I(x, y), \quad (19)$$

$$\frac{\partial I(x, y)}{\partial y} = -(v_2 x + v_3 y + v_5) I(x, y). \quad (20)$$

式 (22) を荷重積分により同値な積分形式に変換する . 得られる代数方程式を次式で示す .

$$j\omega g^{00} - h_x^{00} + v_1 g^{10} + v_2 g^{01} + v_4 g^{00} = 0, \quad (21)$$

$$j\omega g^{00} - h_y^{00} + v_2 g^{10} + v_3 g^{01} + v_5 g^{00} = 0. \quad (22)$$

式 (22) は次式のようにも表すことができる . ただし g^{ij} の実部を g_{\Re}^{ij} , 虚部を g_{\Im}^{ij} で表す .

$$\begin{bmatrix} g_{\Re}^{10} & g_{\Re}^{01} & 0 & g_{\Re}^{00} & 0 \\ g_{\Im}^{10} & g_{\Im}^{01} & 0 & g_{\Im}^{00} & 0 \\ 0 & g_{\Re}^{01} & g_{\Re}^{10} & 0 & g_{\Re}^{00} \\ 0 & g_{\Im}^{01} & g_{\Im}^{10} & 0 & g_{\Im}^{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{x\omega\Re}^{00} + \omega_x g_{\omega\Re}^{00} \\ h_{x\omega\Im}^{00} - \omega_x g_{\omega\Im}^{00} \\ h_{y\omega\Re}^{00} + \omega_y g_{\omega\Re}^{00} \\ h_{y\omega\Im}^{00} - \omega_y g_{\omega\Im}^{00} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

式 (23) を $A_{\omega} v = b$ と表すことにする . 未知数は $v_1 - v_5$ の 5 つであり , 一方方程式の数は 4 つしかない . そこで荷重積分する複素正弦波の周波数を ω_x, ω_y から ω'_x, ω'_y へ変えし $A_{\omega'} v = b'$ を新たに得る . これらを連立させることにより次式を得る .

$$A v = \begin{bmatrix} A_{\omega} \\ A_{\omega'} \end{bmatrix} v = \begin{bmatrix} b \\ b' \end{bmatrix}. \quad (24)$$

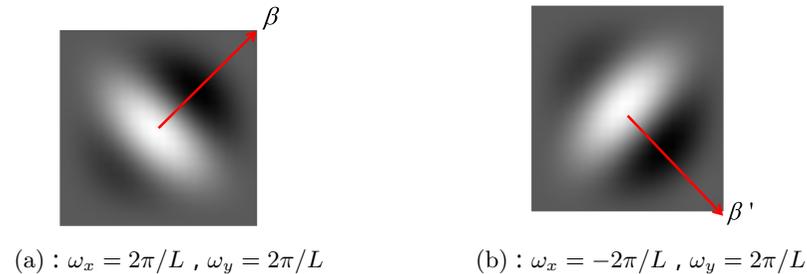


図 2 荷重積分関数の例
Fig.2 Examples of weight functions.

上式は 8 つの方程式からなり、容易に解を求めることができる。ただし、解を得るには各方程式が互いに独立である必要がある。この方程式の独立性の確保については後述する。

2. 推定精度の改良

前節までに述べた手続きにより、入力画像の各位置でパラメータ $\sigma, \theta, \mu_x, \mu_y$ を推定できる。ただし、式 (24) の連立方程式が十分に解を拘束できる程度に独立していなければ、パラメータを正確に推定できない。また、画像雑音に対する対策も講じておく必要がある。

2.1 方程式の独立性の確保

式 (11), (13) に示した連立方程式の係数は、画像 I と荷重積分関数 w の積 $I \cdot w$ の画像のモーメントにより定まる。連立方程式が縮退する時は $I \cdot w$ と $I \cdot w'$ のモーメントが一致するときであり、モーメントが互いに異なるときに独立性も高くなる。ここで、荷重積分関数それぞれの方向 β, β' を以下のように定義する。

$$\beta = \tan^{-1}(w_y/w_x), \beta' = \tan^{-1}(w'_y/w'_x). \quad (25)$$

積分演算を行う矩形 Ω に $x-y$ 座標系を固定し、方向 β と β' を直交させる。このとき図 3(a) に示すように β と β' がそれぞれ x 軸に対して対称であり、なおかつ θ が x 軸、もしくは y 軸に沿う時に方程式が縮退する。一方図 3(b) に示すように θ が x 軸もしくは y 軸に沿っており、なおかつ β と β' がそれぞれ x 軸と y 軸に沿っている時連立方程式の条件数などの条件が最良となる。ガウス関数の方向と荷重関数の方向に依存して方程式の解の安定性が変化することが分かる。このため、縮退に近い状況を避け、できるだけ方程式の独立性を確保するために、本稿では荷重積分関数を適用する前に、画像勾配の方向に基づきガウス関数のおおよその方向を評価する。すなわち、 Ω 内部の各位置 (x, y) で勾配方向

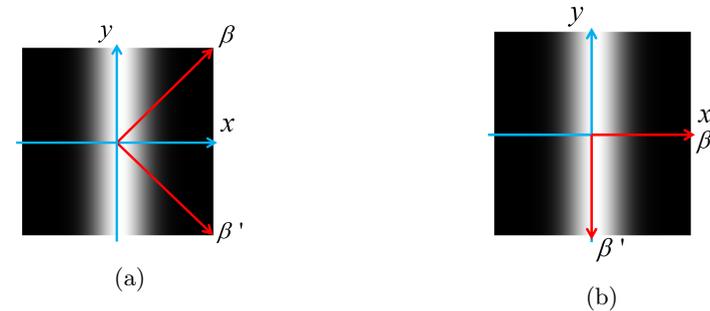


図 3 θ の向きと荷重積分方向
Fig.3 The direction of θ and of weight functions.

$\theta(x, y) = \arg(\nabla I(x, y))$ を求め、その平均値により $\hat{\theta}$ を推定する。その後、 $\beta = \hat{\theta}$ とし、 $\beta' = \hat{\theta} - \pi/2$ となるように $\omega_x, \omega_y, \omega'_x, \omega'_y$ を決定し、荷重積分法により θ を含む全パラメータを推定する。勾配を用いて推定する $\hat{\theta}$ が提案法以上の精度でガウス関数の方向を推定できるならば、荷重積分法を適用する必要は無い。勾配に基づく θ の推定結果と荷重積分法による推定結果の精度比較実験の結果は第 4.3 節に述べる。

2.2 平均化による雑音の除去と方程式の冗長化

画像雑音の抑制には、画像の平滑化が広く用いられている。標準偏差 σ_0 のガウシアンフィルタにより元画像を平滑化すれば、元画像のスケール σ がガウス関数の畳み込みにより、元画像のスケール σ が $\sigma + \sigma_0$ へと変化する。スケール σ の推定結果から σ_0 を減るのであれば、画像の平滑化は対雑音性能を向上させる有効な手段である。

矩形 Ω 内部では荷重積分関数を二つ用いることにより、8 つの方程式が得られた。この方程式とは独立な方程式が得られれば、それらを加えることにより方程式をより冗長化し、パラメータの推定精度を上げることができる。方程式の数を増やすには周波数の異なる荷重関数を 3 つ以上用いる手法と、矩形 Ω を隣接する別の位置へと動かし、そこで同様に荷重積分に基づく方程式を得る手法である。ここでは後者について簡単に説明する。

本稿で提案する手法はガウス関数のパラメータ $\mu_x, \mu_y, \sigma, \theta$ を推定する。パラメータのうち、 μ_x と μ_y は矩形 Ω の中央を原点とする矩形座標系に対するガウス関数中央の座標であり、それ以外は画像座標系で定義される量である。今、矩形 Ω の近傍の画像が、同一のガウス関数で表現される場合を考える。この時、矩形 Ω の位置をずらして Ω_2 で荷重積分により方程式を得ると、矩形座標系の変化に伴い μ_x と μ_y は必ず前と異なる値になるが、

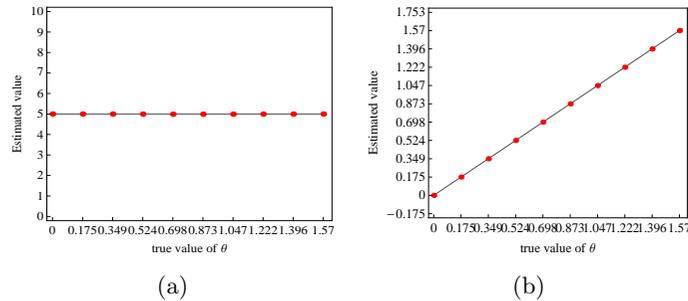


図 4 雑音の無い画像に対する推定結果．ガウス関数の向き θ の変化に対する推定値の変化 (a) スケール σ の推定値．スケール θ に依存せずに推定できている．(b) 向き θ の推定値．

Fig.4 Estimates obtained from noise-free images. Each graph shows the change of the estimates with respect to Gaussian direction, θ . (a)Estimates of the scale sigma.The estimates of the scale were accurate and were independent from the Gaussian direction. (b)Estimates of the direction θ

それ以外のパラメータは変化しない．このため Ω と Ω_2 ので得られる連立方程式は， $v_1 - v_5$ のうち， $v_1 - v_3$ が共通の解を持つ．このため Ω と Ω_2 の 2 つの矩形のそれぞれで荷重関数を 2 つずつ用いると，合計 16 個の方程式が得られ，変数は 5 つ存在するうち 3 つが重複しているので合計 7 つになる．後に実験的に示す通り対雑音性能が冗長化により向上する．

3. 画像雑音に対する推定精度の評価

3.1 ガウス関数の推定精度の評価

まず，雑音の無いガウス関数の画像でパラメータを変化させたときに正しい値を推定できることを確認した．ここではパラメータを $\sigma = 5$, $\mu_x = 35$, $\mu_y = 35$ と固定し， θ の値を変化させたシミュレーション画像に対するパラメータの推定結果を報告する．提案法は与えられた画像の各点で勾配強度を計算し，その勾配強度画像に対して推定窓 Ω の位置でパラメータを推定する．提案法を用いてパラメータ σ と θ の推定を行った．結果を図 5 に示す．図に示す通り，いずれのパラメータも正しい値を推定できている．

次に方程式の独立性を確保した上で 4 通りの頑健化手法を適用した条件で性能の比較した．実験方法を示す．パラメータがそれぞれ $\sigma = 5$, $\mu_x = 35$, $\mu_y = 35$, $\theta = 0$ であるエッジ画像を用意した．雑音無し画像と SN 比 60dB 及び 40dB の雑音を付加した 1000 枚の画像を生成した．各画像の勾配画像から σ と θ の推定値の分布を調査した．推定法として

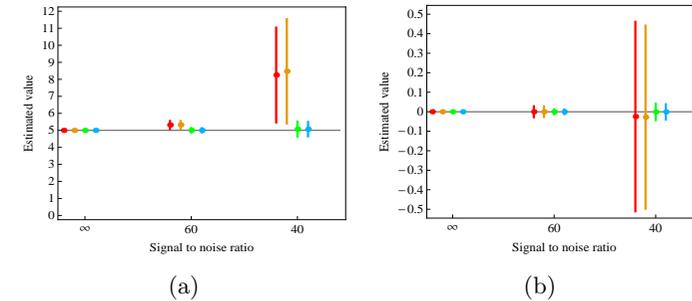


図 5 画像雑音に対する推定値の分布．各グラフの横軸は SN 比を示し，図中の水平線が真値を示す．(a) : スケール σ の推定値の分布．(b) : 方向 θ の推定値の分布．赤：手法 1，黄：手法 2，緑：手法 3，青：手法 4．

Fig.5 Statistical distributions of the estimates against image noise. In each graph,the horizontal axis shows the SN ratio and the horizontal gray line shows the true value. (a):The estimates of the scale sigma. (b)The estimates of the direction θ . Red:Method1, Yellow:Method2, Green:Method 3, and Blue Method4.

下記の 4 通りの手法を適用した．

- 手法 1：頑健化のための手法を使わない手法 (第 2.1 節)
- 手法 2：近傍のピクセルの併用による方程式の冗長化 (第 2.2 節)
- 手法 3：ガウシアンフィルタによる平滑化前処理法 (第 2.2 節)
- 手法 4：上記全ての頑健化手法を採用

図 5(a) は σ の推定結果を，図 5(b) は θ の推定結果を示す．横軸は雑音の大きさを表す．縦軸が推定値の大きさを示し (a) が σ の推定結果を，(b) が θ の推定結果を示す．点は推定値の平均を，線でその標準偏差を示す．灰色の直線は真値を示している．赤色は頑健化のための手法を用いない結果 (手法 1) を，黄色は近傍のピクセルを併用した結果 (手法 2) を，緑色はガウシアンフィルタによる平滑化前処理をした結果 (手法 3) を，青色は手法 2 と手法 3 を同時に適用した結果を示す．図 5(a), (b) から全ての対雑音対策を適用することで，適用前に比べ $\hat{\sigma}$ の標準偏差が 40dB のとき 86% 減少する． $\hat{\theta}$ の標準偏差が，40dB のとき 91.4% 減少する．以上の結果から各手法は推定精度の向上に寄与する．以後の比較は二つの頑健化手法を適用して行った．

3.2 勾配方向に基づく θ 推定精度と提案法による θ 推定精度の比較

勾配方向に基づく推定と提案法を用いて θ の精度比較を行った．実験方法を示す．パラメータがそれぞれ $\sigma = 5$, $\mu_x = 35$, $\mu_y = 35$, $\theta = 0$ であるエッジ画像を用意した．雑音

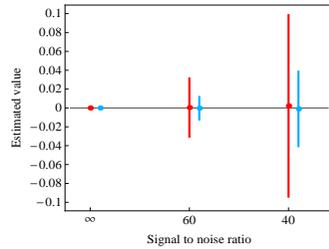


図 6 画像雑音に対する方向 θ の推定精度の比較．横軸が SN 比を示す．赤：画像勾配に基づく推定．青：提案法による推定．

Fig. 6 Comparison of the accuracy of the estimate θ , with respect to the SN ratio. The horizontal axis shows the SN ratio. Red: Gradient -based estimation. Blue: The proposed method.

無しの画像と SN 比 60dB 及び 40dB の雑音を付加した 1000 枚の画像を生成した．各画像の勾配画像から σ と θ の推定値の分布を調査した．図 6 に結果を示す．横軸は雑音の大きさを表す．縦軸が θ の値を示す．点は推定値の平均 $\hat{\theta}$ を，線でその標準偏差を示す．灰色の直線は真値 $\bar{\theta}$ を示している．赤色で示す結果が提案法を青色で示す結果が勾配ベクトルの方向を推定した結果を示す．図 6 から提案法を利用して θ を推定した場合のほうが標準偏差が小さい．提案法を用いて θ を推定したほうが推定精度が高いことを確認した．

3.3 観測領域 Ω の広さとスケールの推定精度

入力画像をガウス関数とし，そのスケール σ を固定した上で矩形 Ω の大きさを変化させながらパラメータの推定を行い，入力画像のスケール σ と矩形の大きさ L の比がパラメータの推定精度に与える影響を調査した．パラメータの値は $\sigma = 5$, $\theta = 0$, $\mu_x = 35$, $\mu_y = 35$ に固定し，雑音無しの画像と SN 比 40dB となるような雑音を加えた画像を用意した．雑音ありの画像は 1000 枚用意した．画像の勾配ベクトルに基づき荷重積分関数の方向を定め，パラメータを推定した．窓の大きさ L を $5(= \sigma)$ から $50(= 10\sigma)$ の範囲で変化させつつ，推定精度を調査した．図 7 に結果を示す．図 7(a) は雑音を付加しない画像に対する推定精度であり，雑音が無ければ矩形窓 Ω の一辺の長さは入力画像のスケール σ から 10σ の範囲で正しい推定が行えることを確認した．図 7(b) は 40dB の雑音を付加した画像に対する実験結果である． Ω が小さすぎるとパラメータを過小評価し，大きすぎると過大評価する傾向があることを確認した．推定結果がおおよそ不偏になるのは L が 4σ から 6σ の間であることを確認した．この結果は，画像中の PSF に多様なスケールのものが混在するときの，多重解像度的アプローチを定めるときに利用できる．

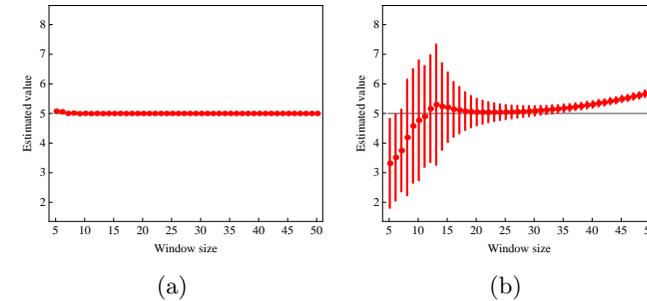


図 7 領域 Ω の大きさを変化させたときのスケールの推定値の変化．入力画像のスケールは $\sigma = 5$ で固定．横軸は Ω の一辺の長さ L ．(a) 雑音無し ．(b) SN 比 40dB ．

Fig. 7 The change of the estimated scale σ with respect to the the size of region Ω . The scale of the input images was fixed as $\sigma = 5$. The horizontal axis of each figure shows the side length L of Ω . (a) Noise-free images. (b) SN ratio was 40dB.

3.4 既存法との比較

提案法の性能を評価するために，シミュレーション画像に提案法を適用した．提案法を含め，下記三種類の手法で性能を比較した．

手法 1：画像の二階微分の極大値と極小値間の距離から σ を推定 (従来法 1)³⁾

手法 2：フーリエ係数の分布に基づき σ を推定 (従来法 2)²⁾

手法 3：提案法を用いて σ を推定

以下に従来法の紹介を行う．

3.4.1 二階微分の極大値と極小値間の距離を利用する手法

文献²⁾の方法を紹介する．勾配のモデルをガウス関数としたとき，図 8 に示すようにエッジのスケール σ の大きさに対応して二階微分の極値間の距離 σ_d は変化する．勾配のモデルをガウス関数とした時，エッジとガウス関数の二階微分を畳み込むことでエッジの二階微分に相当する次式を得る．

$$E_2^x(x, y, \sigma_2) = \frac{(x/\sigma_2)^2 - 1}{2\pi\sigma_2^4} \exp\left(-\frac{(x^2 + y^2)}{2\sigma_2^2}\right) \quad (26)$$

式 (26) の E_2^x はガウス関数の二階微分を表す． σ_b^2 は真のスケール， σ_2^2 は二階微分をするガウス関数の分散である．エッジの三階微分は畳み込みを利用して次式により得られる．

$$r(x, y) = I(x, y) * E_2^x(x, y, \sigma_2^2) \quad (27)$$

$r(x, y)$ が得られた後曲線フィッティングに基づいて $r(x, y)$ の極値間の距離 σ_d を計算する．

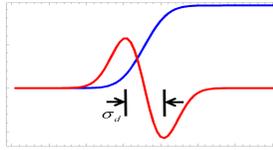


図 8 エッジと二階微分.
Fig. 8 Profile of an edge and its second derivative.

3.4.2 フーリエ係数の分布から推定する手法

文献³⁾の方法は、運動に伴う画像のボケを推定する手法である。運動の方向を水平もしくは垂直などに限定し、その限定した方向に沿ったボケをスペクトルに基づき推定する。この手法では、座標 (x, y) における画像 $f(x, y)$ が、ぼける前のステップエッジ $s(x, y)$ とぼけを表す関数 $k(x, y)$ の畳み込みを用いて次式のように表現されるとする。

$$f(x, y) = (k(x, y) * s)(x, y). \quad (28)$$

画像から式 (28) の $k(x, y)$ のスケール σ を推定したい。そのために、互いに異なるスケール σ_s を持つ複数のボケ関数 $k_s(x, y), s = 1, 2, \dots$ を用意する。そして入力画像を最も良く表現できる $k_s(x, y)$ を選択することでスケールの推定を行う。領域 Ω では $k(x, y)$ が一定であると仮定する。 Ω で i 番目のフーリエ基底を $q_i(x, y) (i = 1, \dots, R)$ で表すことにする。このとき、領域 Ω 内の画像 $f(x, y)$ のフーリエ係数は $f_i = (s * (k_s * q_i))(x, y)$ で表される。 R 個のフーリエ基底を用いるとスペクトル f_i が得られる。ここでは、ぼけを推定するために、画素値のスペクトルではなく、画素値の勾配のスペクトルを利用する。例えば水平方向の運動に伴うボケを推定する際は、各位置で画素値の x 差分を求める。この時画素値の勾配が $N(0, \sigma_g)$ のガウス関数に従って分布すると仮定すると、位置 (x, y) を中心とする領域 Ω 内の勾配のスペクトル $f_i^\nabla(x, y)$ は平均 0、分散が次式で表されるガウス分布に従う。

$$E|f_i^\nabla(x, y)|^2 = \sigma_g^2 \sum_x |(k_s(x, y) * q_i)(x, y)|^2 = \sigma_g^2 \sigma_{s k_i}^2 \quad (29)$$

$\sigma_{s k_i}$ はボケ関数のスペクトルの分散であり次式で計算される。

$$\sigma_{s k_i}^2 = \sum_x |(k_s(x, y) * q_i)(x, y)|^2. \quad (30)$$

画素値の勾配のスペクトルの分散は σ_g^2 と $\sigma_{s k_i}^2$ の積となる。このうち $f(x, y)$ のぼけ方が変わると $\sigma_{s k_i}^2$ のみが変化する。新たな入力として $f(x, y)$ が与えられた時、その勾配のスペクトル $f_i^\nabla(x, y)$ を最も表現する $\sigma_{s k_i}$ に対応するスケール σ_s を推定値とする。ただし、式

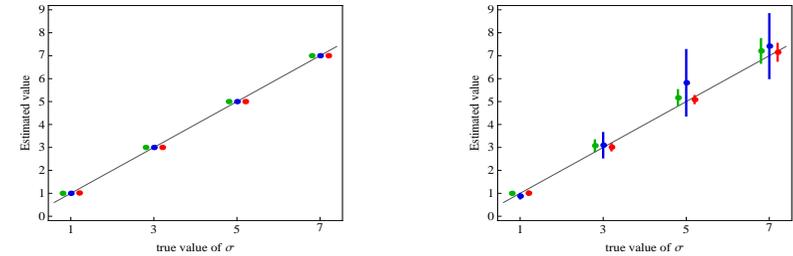


図 9 スケール σ の推定精度の従来法との比較。左：ノイズ無しの画像。右：SN 比 40dB の画像。緑：手法 1，青：手法 2，赤：提案法。

Fig. 9 Comparison of the accuracy of the estimates, $\hat{\sigma}$. The SN ratio of input images were (left) ∞ and (right) 40dB. Green: Method 1, Blue: Method 2, Red: Proposed method.

(29) の σ_g はぼける前の画像の勾配強度の分布に関するパラメータであり、未知である。この σ_g は各周波数におけるスペクトルの分散を用いて次式により推定する。

$$\sigma_g = \frac{1}{R} \sum_i \frac{|f_i^\nabla(x, y)|^2}{\sigma_{s k_i}^2}. \quad (31)$$

$\sigma_g, \sigma_{s k_i}$ が得られた後、次式に基づき最尤推定する事で σ が推定される。

$$\hat{\sigma} = \arg \max_{\sigma_s} \left\{ \prod_i N(y_i^\nabla(x, y) | 0, \sigma_g^2 \sigma_{s k_i}^2) \right\}. \quad (32)$$

3.4.3 比較実験結果

実験に使う画像は $\theta = 0, \mu_x = 35, \mu_y = 35$ とパラメータを固定し、 σ の値が 1, 3, 5, 7 の四種類のスケールのガウス関数を勾配のモデルとして画像を用意した。画像ごとに SN 比 40dB の雑音を付加した 1000 枚の画像を生成した。各画像から勾配を計算し推定値の分布を調査した。図 9 の左図は σ の推定値を、図 9 の右図にはパラメータ σ の推定値の平均と標準偏差を示す。

結果を図 9 に示す。図 9 の左図が雑音の無い場合、図 9 の右図が SN 比 40dB の雑音を付加した時の結果を示す。雑音が無い場合、全ての手法で真値を示す事を確認した。雑音が付加された場合 $\sigma = 3, 5, 7$ の時提案法の標準偏差が最も小さく、 $\sigma = 1$ の時従来法 1 のときの標準偏差が最も小さくなった。従来法は多くのスケールで、従来よりも雑音に対して頑健な推定が行えていると言える。

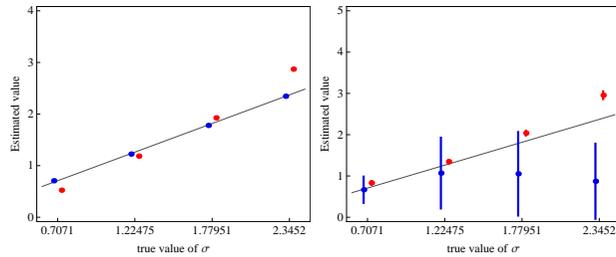


図 10 ガウス関数ではない関数 (矩形関数) に対する推定精度の比較. 左: ノイズ無しの画像. 右: SN 比 40dB の画像. 青: 手法 1. 赤: 提案法

Fig.10 Comparison of the accuracy of the estimates, $\hat{\sigma}$, against non-Gaussian input images. The SN ratio of input images were (left) ∞ and (right)40dB. Blue:Method1 and Red:Proposed method.

3.5 ガウス関数以外の勾配のモデルに対する性能評価

前説まで入力画像のボケがガウス関数で表される場合について検証してきた. ここでは入力画像のボケが次式で表される矩形関数によるものである場合を想定し, 従来法 (2) と推定精度の比較を行った.

$$f(x) = \begin{cases} 1/W, & -W/2 < x < W/2 \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (33)$$

従来法 (2) を適用する際にはボケが矩形関数であることを既知としてモデルを構築し, 最尤推定により矩形の窓幅 W を推定した. 一方提案法は実際のボケ関数が矩形であることを未知とし, ガウス関数のモデルに基づきパラメータを推定した. 以下, 真値との比較のために用いた矩形関数の分散は次式により定義した.

$$\sigma^2 = \int_{-W/2}^{W/2} \frac{x^2}{W} dx \quad (34)$$

実験に使う画像は $\theta = 0$, $\mu_x = 35$, $\mu_y = 35$ とパラメータを固定し, W の値が 2, 4, 6, 8 とした持つエッジ画像を用意した. 雑音画像ごとに SN 比 40dB の雑音を付加した 1000 枚のエッジ画像を生成した. 各画像から勾配を計算し手法ごとに σ の推定値の分布を求めた.

結果を図 10 に示す. 図 10 の左図では雑音無し, 図 10 の右図では雑音 40dB の場合の結果を示す. 横軸は σ の真値を示す. 縦軸は σ の推定値を示す. 点は推定値の平均を, 線で

その標準偏差を示す. 灰色の直線は σ の真値を示す. 青色で示す結果が手法 1, 赤色で示す結果が提案法による推定結果を示す. 画像雑音を加わっていないとき, 図 10 左に示すとおり, 従来法は矩形窓の幅を正確に推定できている. 一方提案法は, 矩形フィルタに対してガウス関数をモデルとしてパラメータ推定を行っているため, 真値の推定はできていない. ただし, 窓幅の線形な増加に伴い, 推定される σ の値も線形に増加していることが確認できた. 図 10 右は, 40dB の雑音を付加したときの推定結果である. 従来法の推定誤差分散が大きい上に, 推定値の平均も真値とは大きくかけ離れていることが確認できる. 一方提案法は真値の推定はできていないものの, 矩形幅 W の大小の線形関係を正しく推定できていることが確認できる. 画像のボケの要因は焦点ずれや対象の運動など多様であり, それぞれに PSF は異なる. それぞれの PSF ごとにモデルを用意することは現実的ではなく, 本実験で示したように, モデルの違いに対する頑健性を持つことは応用上重要であると考えられる.

4. 終わりに

本研究では, 画像のエッジの勾配の変化をガウス関数をモデルとしてパラメトリックに表現し, 関数のパラメータを荷重積分法を用いて推定する手法を提案した. また, 画像雑音に対して頑健な推定を行うための手続きをいくつか紹介した. シミュレーション実験により提案法を用いたパラメータ推定が可能であると示すとともに, 従来のパラメータ推定法と精度比較において, ガウス関数をぼけのモデルと仮定した場合, 提案法では従来とすべての σ で同等かそれ以上の対雑音性能が実現できると示した. また, ぼけのモデルに矩形関数を仮定した場合はスケールの真値は推定できないが, その大小を比較でき, 従来よりも雑音に対して頑健に推定できると示した. 今後実画像に適用し提案法を応用したいと考えている.

参考文献

- 1) Zhu, S., Shi, K. and Si, Z.: Learning Explicit and Implicit Visual Manifolds by Information Projection, *Pattern Recognition Letters* vol.31, No.8, pp.667-685, 2010.
- 2) S.Bea and F.Durand, "Defocus Magnification", *Computer Graphics Forum*, pp571-579, 2007.
- 3) A.Chakrabarti, T.Zickler and W.T.Freeman "Analyzing Spatially-varying Blur", In *CVPR*, pp2512-2519, 2010.
- 4) Ando, S. and Nara, T.: An Exact Direct Method of Sinusoidal Parameter Estimation Derived from Finite Fourier Integral of Differential Equation, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol.57, No.9, pp.3317-3329 2009.