

談話室

小型の万能 TURING 機械について†

野崎 昭 弘††

本誌 13 巻 9 号において、渡辺茂教授は 4 記号 5 状態の万能 TURING 機械を示しておられる¹⁾。これはある意味では史上最小の TURING 機械であるが、少し詳しく観察すると、「万能」の定義が、次第に拡張されていることに気がつく。

たとえば、同教授の万能 TURING 機械は：

- (1) 真似される側の TURING 機械が「停止」する場合を（直接）取り扱っていない。
- (2) 周期的な内容ではあるが、無限に長い辞書（動作規則表）を与えなければならない。

このような拡張は、ある人にとってはうけ入れがたいのではなからうか？ たとえば、C. Shannon が“1 状態の万能 TURING 機械は存在しない”という命題を証明したときには、明らかに、ずっと制限の強い（ある意味では、あまりにも特殊な）万能 TURING 機械を想定している。^{2), 7)}

一般に、真似される TURING 機械 T は種々の変換をうけた上で、万能 TURING 機械 U と関係づけられる。両者の関係を規定するものは、 T のコンフィギュレーションの集合 S_1 から、 U のコンフィギュレーションの集合 S_2 への関数 φ 、および S_2 から S_1 への部分関数 ψ である。これらの関数が（部分）帰納的でなければならないのは当然であるが、単に帰納的であればよいということにすると、2 記号 1 状態の万能 TURING 機械ができてしまう。それゆえ、 φ 、 ψ に何等かの制限をおくことが要求されるが、どんな制限が適当であるのかは、あまりはっきりしているとはいえないと思う。^{3), 7)}

このような現状では、万能性の定義そのものにいくつかの立場がありうると私は思うし、またもしそうだとすれば、単に記号数と状態数との積（あるいは命令数）だけで機械を比較すべきではなく、条件の差（もしあれば）を明示することも必要である、と思われるが、それはあまりに固苦しい見方であろうか？

もちろん私は、万能性の概念をなるべく狭くするのがよい、といたいわけではない。それどころか、場合によっては、もっと広くしたら、と考えることさえある。たとえば Minsky や Wang が考えたような、多テープ TURING 機械にもいろいろな利点がある。^{4), 5)} もっと具体的にいうなら、多テープ TURING 機械で、任意の 1 テープ TURING 機械の動作を忠実に（停止も含めて）模倣できるものを作ってみせることは、さほど困難ではない。参考までに、私が工夫した多テープ万能 TURING 機械の大きさの例を、いくつか挙げてみたい。

多テープのうちの 1 本は、真似される方の TURING 機械（記号はあらかじめ 0（空白）、1 に標準化しておく）のテープそのものであり、そのテープは片側無限でも両側無限でもよいとする。他の 1 本は辞書用（有限長）で、読み取り専用でよい。

- (1) 8 記号 4 状態の 2 テープ万能 TURING 機械：これは「教育用」に作ってみたもので、簡単化の努力は払われていない。しかし、たとえば Hopcroft & Ullman の教科書にのっている 12 記号 40 状態の機械⁶⁾ よりも、はるかにわかり易い。これを 4 記号 4 状態（26 命令）に減らすことも、さほど困難ではない。

辞書用のテープを輪につなぐ（かまたは、無限に反復して書きこんでおく）ことを許せば、さらに簡単なものを作ることができる。さらに、渡辺教授のように、真似される機械 T の標準化を行なって、 T が

記号 0 を読んだときは（ヘッドを）右移動し、
記号 1 を読んだときは左移動する。

ことにし、停止を dynamic stop で代用することになれば、次のような TURING 機械を作ることができる。

- (2) 4 記号 3 状態、15 命令の 2 テープ万能機械、
- (3) 2 記号 2 状態、12 命令の 3 テープ万能機械、
- (4) 3 記号 1 状態、10 命令の 3 テープ万能機械、
- (5) 2 記号 1 状態、10 命令の 4 テープ万能機械。

このような拡張は、うけ入れられるものであろうか？

† On Small-size Universal Turing Machines, by Akihiro Nozaki (Faculty of Science, University of Tokyo)

†† 東京大学理学部情報科学研究施設

参 考 文 献

- 1) 渡辺茂; 4 記号 5 状態の万能 TURINC 機械, 情報処理, Vol. 13, No. 9, pp. 588~592, (1972).
- 2) C. E. Shannon: A Universal Turing Machine with Two Internal State, in Automata Studies, Princeton University Press, (1956).
- 3) P. C. Fischer: On Formalisms for Turing Machines, J. ACM, Vol. 12, No. 4, pp. 570~580, (1965).
- 4) M. Minsky, Recursive Unsolvability of Post's Problem of 'Tag' and other Topics in the Theory of Turing Machines, Annals of Math., Vol. 74, No. 3, pp. 437~455, (1961).
- 5) H. Wang, A variant to Turing's Theory of computing machines, J. ACM, Vol. 4, No. 1, pp. 63~92, (1957).
- 6) Hopcroft & Ullman, Formal Languages and Their Relation to Automata, Addison-Wesley (1969).
- 7) A. Nozaki, On the notion of universality of Turing machine, Kibernetika, Academia Praha, Vol. 5, No. 1, pp. 29~43, (1969).
(昭和 47 年 12 月 8 日受付)