

## 〈解説〉

## 計量経済学とコンピュータ I

——計量経済モデルとその利用技術の発展を中心に——

森

敬\*

## 1. はしがき

計量経済モデルおよびその利用技術が一国の経済の運営の基礎として役立っていることは、今日広く知られている。

計量経済モデルの開発の歴史をふりかえてみると、その実用価値向上のエポックが、コンピュータの世代交代の時期と重なり合っていることに気づく。これは単に偶然の結果によるものではなく、計量モデル開発の歴史がコンピュータの発展と密接に関連しあっていた結果であると考えられる。その意味から、これから先も、コンピュータの発展が計量経済学を変えてゆく可能性が十分に予見される。この予見に根拠があるかどうかは、計量経済分析者のもっている内的要求が、現在利用可能なコンピュータの性能にどれほど制約を感じているかどうかにかかっているといえる。本稿をまとめるにあたって、計量経済モデルの発展に焦点を据えて、コンピュータとの関連をみてゆくのがよいように思われる。しかしながら、計量経済モデル自体は、関連する事柄、領域の同時的な発展を土壌にして実った「果実」であるから、その成長の歴史とまたその将来の姿をより深く知るためには、関連する事項について先に述べておくことが必要であろう。

ここにいう関連事項とは、

経済理論、  
計量経済学の方法論、  
統計データ

の三つである。

## 2. 計量経済モデルの関連事項について

## a. 経済理論について

計量経済モデルは、経済構造の把握を第一義的な目的につくられる場合や、予測を主要目的に構成する場合など、作成者の狙いによって、モデルの変数の選び

方、仮説のたて方も変っている。しかしながら、計量モデルができ上がってしまえば、それを形式的にみるかぎり、連立の差分方程式系であるから、経済の動的な経路を解としてみることができる。その限りにおいて、計量経済モデルは、経済変動論あるいは景気循環理論や成長論と深いつながりがあるといえる。

世界で最初に計量経済モデルをつくったオランダの J. Tinbergen (経済学者として、R. Frisch とともに初めてのノーベル賞受賞者) が、1930 年代の大不況の原因をつきとめることを国際連盟から委嘱されたとき、彼は、その報告書の題を『景気循環理論の統計的検証』<sup>1)</sup>としている。当時景気循環理論家として知られていた彼としては、おそらく題目通りの研究意図があったとしても当然である。

他方、大不況についてそれまでの古典派経済学が説明能力を欠いているとして、その原因とそれを説明するための一般理論を提起したのが、J. M. Keynes である。その著作『雇用・利子および貨幣の一般理論』は、1936 年に出版された。しかしながら、この著作の革命的意味が正当に理解されるまで 10 年以上にわたって論争が繰り返された。その論争に終止符を打ったのが、L. R. Klein (当時 28 歳) によって 1948 年に書かれた『ケインズ革命』という書物であった。

学説上の革命に加えて、Keynes 革命は、理論的な概念が統計と結びつき易いマクロ概念で構成されていることから、統計自体の作成にも大きな刺激となって、各国における国民所得統計誕生の原動力になったのである。さらに、それは、W. Leontief (1973 年のノーベル賞受賞者) によって、推進された産業連関分析の発展とともに、250 部門にわたる詳細な産業連関表 (I-O 表ともいわれる) がアメリカや日本でつくられるようになった。わが国では、5 年毎に作成されている I-O 表の分野においてコンピュータの果たした役割は大きい。はじめの頃は、Punched Card Calculator によって、大きな行列の逆転までも行われていたとき

\* 慶応義塾大学工学部管理工学科

く。

消費者行動に関する精緻な理論、企業行動の理論、市場理論・独占的競争の理論、厚生経済学の理論等の発展は、P. A. Samuelson や K. J. Arrow (第2回ノーベル賞受賞者) の努力によって推進された。特に、最近では、公共経済学が公害問題や公共投資の評価等をめぐって、新しい理論の建設が急がれている。これらの理論的成果の多くは計量モデルの構造式(行動方程式)にとり入れられて、検証されつつあるといえるが、なお両者の間の距離は、決してせばまったといえない。

#### b. 計量経済学の方法論

モデルの構造方程式の推定(同時推定法)や検定に関する基本的な方法論は、第2次大戦後間もなく Chicago 大学の Cowles 委員会において、数学者、統計学者の協力をえて、(当時の統計学の急速な発展に歩調を合わせるようにして)、ほぼ 1950 年までにでき上っていた。

当時、Cowles 委員会にいた Klein は、Tinbergen の仕事の精神を受けつぎ、自ら明らかにした Keynes 理論を背景に、新しい計量経済学の方法論を駆使して、1950 年に、今日の計量経済モデルのプロトタイプ<sup>2)</sup>をつくり上げたのである。制限情報最尤法ばかりでなく、完全情報最尤法のように複雑極まりない長い計算をも Klein は卓上計算機でやってのけたのである。恐るべき執念に全く頭が下がる。

#### c. 統計データ

計量経済分析が扱うデータは、主として官庁統計なかでも国民所得統計・金融統計・生産・貿易・物価等に関するマクロ的な統計が主体である。担当官庁が集めた統計を経済企画庁が国民所得統計としてある程度まとめた形で発表している。統計が豊富で、かつ信頼がおけるとされているアメリカや日本においてさえ、まだまだ解決を要する問題を多くかかえている。

しかしながら、計量経済分析が盛んになって以来、統計が利用され、かつ吟味されるチャンスも増え、したがって、統計間の矛盾指摘も多くなって、相互に刺激あってきたともいえる。データをつくる仕事は、職人的な要素もあって、単純に機械化できない悩みがある。データはつくられたのち、官庁全体のデータ・バンクとして保守され、それがどんどん民間に発表されてゆく体制の実現がのぞまれる。

ついでに、経済データがエンジニアの持っている観測データと異なっている点<sup>21)</sup>を述べておこう。

第一に、経済統計は、複数の関係式を同時に満足す

る結果の量としてのみ観測されるということである。

販売量は、需要関数を満足する需要量でもあったし、かつ、供給関数を満足する供給量でもあったはずである。

第二の特徴は、管理実験の観測データのように、観測者が積極的に対象に働きかけてデータをとるのと異なり、経済統計の観測者は全くの受身の立場にある。

この二つの特徴のために、計量経済分析家は、つねに、先験的な情報をもって経済統計にのぞまざるをえないともいえる。これが認定問題の発端である。

このような統計データとの関連における計量経済学の基本問題に関する洞察は、農産物の需要供給分析の長い歴史から培われてきたものである。

どこの国にとっても穀物等の農産物に対する重大な関心(政治・経済上の)に加えて、農産物特有の激しい価格変動が古くから経済学者の関心を集めていた。さらに、品種改良の実験の計画等によって、統計学が農学から発達してきたことにも関連して、農産物の需供分析に統計学の成果が利用されたのも自然の成行であったといえよう。

このような経験の蓄積が Tinbergen のモデルの中にも多く生かされていたのである。

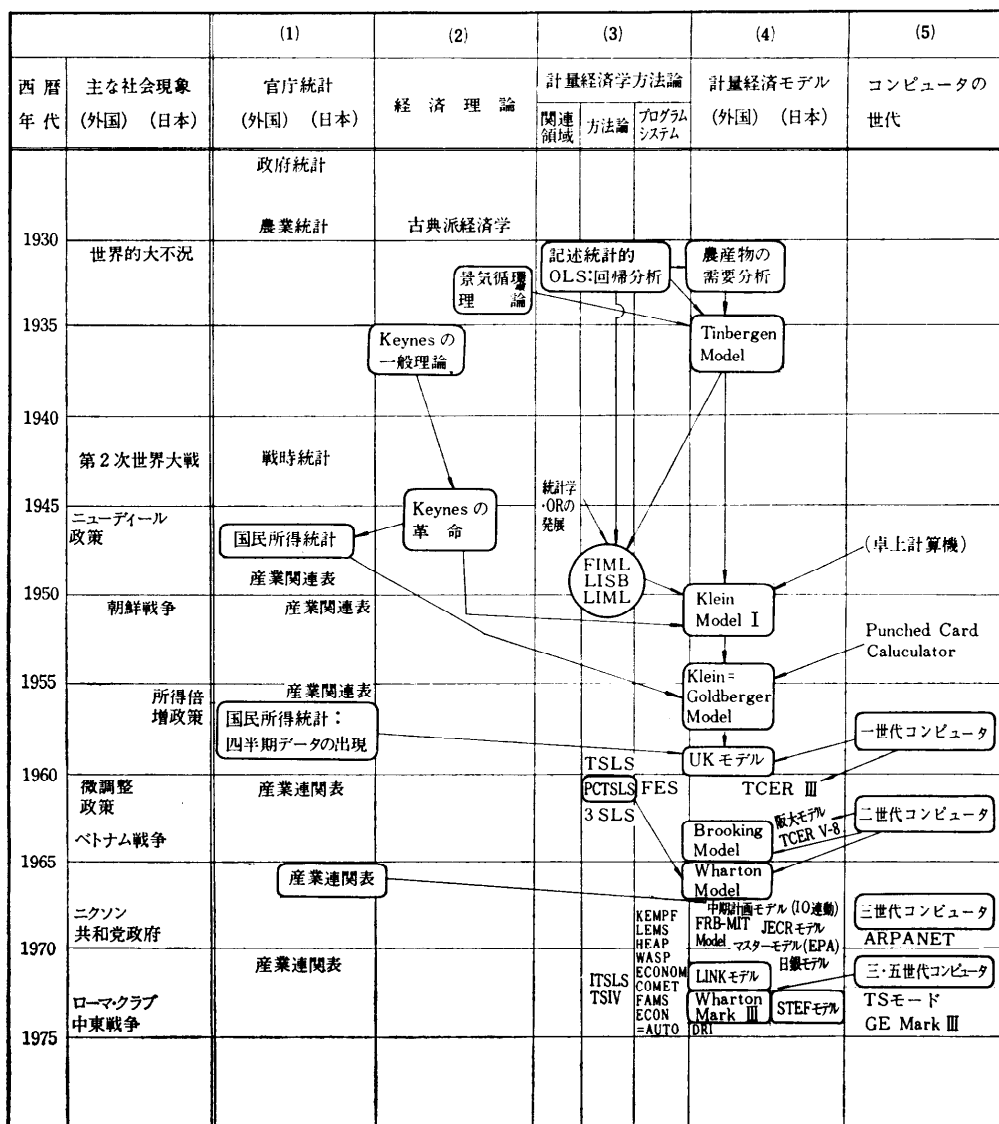
以上が計量経済モデルに関する前史と関連する事項に関する要約であった。次から、計量経済モデルそのものの発展について述べることにしたい。

### 3. 計量モデルの実用化プロセス (第一世代コンピュータ)

#### a. Klein-Goldberger モデル (1955)<sup>3)</sup>

このモデルがいわば世界における最切の実用モデルであった。1929-1952 年のアメリカ経済に関するデータを用いて、1953、1954年の予測が試みられている。このモデルを以後簡単に K=G モデルと呼ぶ。15本の推定式と5本の定義式の20本からなるが、さらに5本の租税関数が追加されている。先決変数は全部で、15個であったので、制限情報最尤法<sup>20)22)</sup>のような同時推定のためには、15×15の積率行列の行列の逆転が必要であった。

Univ. of Michigan に当時あった Punch-Card Electronic Computer (IBM の Card Programmed Calculator としてあるが機種不明)に特別にワイヤで結線をして計算したと記されている。PCP を用いての推定は、いずれにしても PCP にとって過重な負担であったであろう。



OLS: 通常の最小二乗法  
FIML: 完全情報最尤法  
LISB: 部分体系の制限情報最尤法  
LIML: 単一方程式の制限情報最尤法  
TSLs: 二段階最小二乗法  
PCTSLs: 主成分二段階最小二乗法  
3 SLS: 三段階最小二乗法

ITSLS: 逐次二段階最小二乗法  
TSIV: 二段階手段変数法  
FES\*: IBM  
KEMPF: 富士通 (開発野行)  
LEMS: 日本 IBM  
HEAP: 日立  
WASP: 和歌山大

ECONOM: 日電  
COMET: 日本ユニバック  
FAMS: 日本 IBM (LEMS の新版)  
ECON=AUTO: Wharto スクール  
DRI: (Data Resources Inc.)

図1 経済計量モデルと関連事項の年代系譜

### b. TCER (東京経済研究センタ) モデル III (1959)<sup>4)</sup>

内田忠夫氏等の努力によって、K-G モデルの日本版ともいべきモデルがつくられた。K-G モデルが

年ベースのモデルであったのに対して、TCER モデル III は画期的な四半期モデルであった。後者は、K-G モデルより短期の、よりきめの細い予測を行うことを狙いとしていた。

モデルの推定は、熟練した卓上計算機のオペレーターによって行われた。筆者は、その計量モデルを利用したシミュレーション分析を、当時利用可能であった IBM 650 を使って行なった。計量モデルの誘導形を計算するのに、 $30 \times 30$  の逆行列を必要とした。その実行にあたって、IBM 650 にやはりワイヤ結線が必要だったことを記憶している。計量モデルを解いて政策効果の測定や、予測に用いられることをデモンストレーションしたわけである。これについては本誌『情報処理』の創刊号と英文誌の創刊号に筆者の論文がある。筆者は推定のためのプログラムを開発する努力をはらったが 2 KW しかなかったコア・メモリに、四苦八苦した。その結果 20 個に分割されたオーバーレイプログラムとなった。予想される計算所要時間を考えると研究費が明らかに足りないなので推定プログラムの開発を断念した。

#### c. UK モデル (1961)<sup>5)</sup>

1946 年から 1957 年における英国経済についての計量モデルが Klein と Oxford 大学の Ball, Hazlewood, Vandome の 4 人でつくられた。このモデルは、四半期モデルである。TCER モデルが季節調整をほどこしたデータを推定したのに対して、UK モデルは、原系列に対して推定式の方に 3 個の季節ダミー変数を入れて解決している。季節変動に関する取扱いは、現在でも一長一短がありどちらがよいとも言えない。その証拠に、季調方式でスタートした内田氏がダミー変数方式を現在用い、ダミー変数方式でスタートした Klein は現に季調方式を用いている。最近官庁統計は、季調済データが原系列とともに発表されるので、季調方式の方がデータが出来てからの手間がはぶけるともいえる。

UK モデルの規模は、30 本の推定式と 7 本の統計式（あるいは定義式）があり、合計 37 本からなっている。

このモデルの推定には、Ferranti 社のコンピュータ Pegasus が用いられた。当時同社のより進んだコンピュータである Mercury が Oxford 大学に導入中であったが、まだ未整備の状態だった。しかたなく London にあった Pegasus が用いられたのである。

現在オランダの中央計画局の重鎮になっている P. Vandome が当時、推定のためのプログラムづくりを担当した。それについての詳細なノートが残っていて興味深い。例えば、新鋭機 Mercury は、浮動小数点が built-in されているのに、Pegasus では、プログラ

ムしなければならないとか、新鋭機はスピードで 10 倍、メモリー・サイズも 4 倍あるにもかかわらず、それは、Matrix Interpretative Scheme (MIS) が利用可能でなかったの、ついに MIS が利用可能な Pegasus を使うことにきめた等々のような記録である。さらに興味深いのは、卓上計算機に熟練したオペレータを使って推定作業を行うのと、punched card machine を用いるのと、電子計算機を用いる方向の三者の可能性についての是非が、ことこまかに真剣に論ぜられていることである。そこには、現在汎用システムをつくるに際して参考にすべき事柄が詳細に論ぜられていて、味わい深い。

第一世代の終りに属する IBM 704, 709 について FES (Forecasting by Econometric System) という本格的な汎用プログラムが H. Eisenpress によって、つくられていたことにふれておくべきであろう。

FES には、直接的最小二乗法をはじめ、制限情報最尤法（単一方程式法および部分システムに対するもの）および現在もっともポピュラーな二段階最小二乗法をも含み、さらに非常に大がかりな計算を必要とする完全情報最尤法もとり入れてある。

計量モデルの推定および利用までもが、すでに主として第一世代の真空管式コンピュータを使って行われていた。このことは、計量経済学者が計量経済モデルの作成にいかにか熱心であったかを示す証拠として注目すべきであろう。

ただし、第一世代のコンピュータが計量経済学者にとって極めて制約の多いものであったかが察せられよう。

#### 4. 大型化への試みと機動性回復への志向 (第二世代コンピュータ)

第二世代のコンピュータが続々名乗りをあげる頃になると、計量モデルは、コンピュータの能力の拡大をまちかねたように、大型化へ向った。しかしながら、この大型化傾向も、すぐに限界に達してしまった。その限界は、計算機の制約ばかりでなく、変数の増加に比べて、相対的に標本数が不足する過小標本規模問題 (Undersized sample problem) の発生、および大型モデルに対応する統計データの確保の困難さによるものである。細分化された統計データの入手は困難である。そして仮りにその困難をのりこえ、ある人が意欲に燃えて折角苦勞をして手に入れたとしても、そのデータの up-date は容易でない。モデル全体のデータを

定期的にメンテナンスするにさいして、そのデータがつねにネックになる。

しかしながら、このような大規模モデル作成の経験は有益であったし、それはモデルづくりのための使い易いプログラム・システムの必要性を計量経済学者に痛感させた。先に述べた FES もプログラマー本位の使いにくいシステムであった。

この時期に生れた代表的な大規模モデルは、日本の阪大モデル<sup>8)</sup>と Washington の Brookings Institution のつくった Brookings モデル<sup>9), 12)</sup>の二つである。前者はまとまった出版物にならず、未完のまま終わったが、後者は、1965年に大部の本になって出版された。しかしモデルの最終的なテストが終了するのに、5年の歳月を必要とした。特に、初期の頃は、非線形システムを解くための数値解法をめぐって、模索の時代でもあった。したがって、各種の方法が並列的に準備された。このために、シミュレーションのプログラムは膨大なものになった。したがって、組まれたプログラムは、IBM 7040 にとって明らかに過重負担になったので、つくられただけで働かないまま眠ってしまうという現象がおこったのである。

この時期に提起された問題は、次の三つであろう。

(i) 大きすぎるモデルに対して機動性に富む中規模モデルが見直されてきたこと、(ii) under-sized sample problem への解決志向、(iii) 非線形システムのためのよい解法をきめることであった。

わが国においては、阪大モデル以後 TCER モデル V<sup>7)</sup>は、その意味で中規模のモデルとして開発された。さらに、長期的視野に沿ってつくられたモデルとして Klein=Shinkai モデル<sup>6)</sup>がある。Brookings モデル以後に、日本において、中期計画モデルの基礎になった建元=内田=渡部モデル<sup>10)</sup>およびアメリカの Wharton モデルが 80 本位の予測用の中規模モデルとして登場している。半年ベースの中期モデルのあとに、企画庁の四半期ベースの短期予測マスター・モデルおよびパイロット・モデルが出たのちに、次の第三世代のコンピュータに代る。

問題 (ii) について、日本のモデルは、中期・短期モデルともに block recursive なモデル構成に組むことによって undersized sample problem を回避している。そこに、若干の恣意性があることは否めない。TCER モデル V と Klein=Shinkai モデルは、先決変数の数が比較的少なかったもので、自由度が十分確保できている。したがって問題 (ii) は生じていない。

アメリカの Wharton モデル<sup>11)</sup>は、問題 (ii) に対して注目すべき解決の仕方をしている。それは、50 数個の先決変数の全体から、いくつかの互いに直交する主成分をえらび出し、それを先決変数全体の代用とする。12 個の主成分は、先決変数全体の分散の 97.3 % に相当している。主成分を第一段階の最小二乗法の独立変数として用いた理論値を用いて、第二段階目の最小二乗法を適用する。この方法を主成分二段階最小二乗法 (PCTSLS: 表 1 の (3) 1960 年を参照) という。ここには、影響力の強い主成分を優先的に選ぶという基準があるので、恣意性のはいる余地がないといえる。

最後に、非線形モデルの解決に適切な方法は何かという問題 (iii) について述べておこう。中期モデルも、Wharton モデルも、システムを人手によって、内生変数の配列をできるだけ recursive になるように。ならびかえ、その結果、線形の block と非線形の block に分離できることを望んだ。経験不足のために、非線形の block の逐次代入法 (Gauß-Seidel 法) が容易に収束しないのではないかと、さらに、非線形の方程式数がふえることによって、ますます収束時間が長くなるのではないか、ということをおそれたのである。

収束すべき解が発散してしまったとき、それは、モデル設定における単純なミスから発生していることが多い。しかし、モデル設定に誤りがない場合における発散対策は、決して楽ではない。発散の原因となっている式を探し出して、別の式に入れかえてしまうか、あるいは、左辺に出ている変数を、問題式の中の右辺の変数のどれかと取り替える。その式の左辺にまわされた変数を、左辺にもっている第二の式を探す。そこに、問題式の右辺にまわされる変数の存在を第二式についてたしかめ、その変数が存在する場合は、探し出されたその式の左辺にもってこることによって解を収束させる可能性がある。この点については 5. で詳述する。

いずれにしても、未だ、非線形システムの解を求める方式について、模索状態を脱し切っていないかった。

ここで、参考のため、Gauß-Seidel 法による解法を非線形システムに適用する場合の問題点を指摘するために、そのエッセンスを簡単な例を用いて紹介しよう。

## 5. 非線形システムの解法

モデルには、内生変数  $y_i (i=1, \dots, n)$  と、その

ラグつきの先決内生変数  $y_{i-1}$ , 外生変数  $x_k$  ( $k=1, \dots, K$ ) や擾乱項  $u_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) があるが, 解法に関係するのは, 同時内生変数  $y_i$  だけなので, 他は捨象して論ずる.

いま, モデルの中の  $i$  番目の構造式を次のように, implicit な形で書く.

$$f_i(y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n) = 0. \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

そのとき, モデルを解くために,  $i$  番目の式は,  $i$  番目の変数  $y_i$  について正規化するものとする.

$$y_i = g_i(y_1, y_2, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n). \\ (i=1, 2, \dots, n)$$

#### 方法 1: 単純な逐次代入法

$r$  回目の解は, 次のように書ける.

$$y_{i,r} = g_i(y_{1,r-1}, y_{2,r-1}, \dots, y_{i-1,r-1}, y_{i+1,r-1}, \dots, y_{n,r-1}). \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

この方法は, そのように, 右辺のすべての変数に  $(r-1)$  回目の逐次解を代入する.

#### 方法 2: Seidel 法

この代入が式の順番に行われるものとする,  $i$  番目以前の変数  $y_i$  ( $i=1, 2, \dots, i-1$ ) までは, すでに  $r$  回目の解をえているので, それを用いることができよう. すなわち, 方法 2 の定式化は,

$$y_{i,r} = g_i(y_{1,r}, y_{2,r}, \dots, y_{i-1,r}, y_{i+1,r-1}, \dots, y_{n,r-1}) \\ (i=1, 2, \dots, n)$$

と書ける.

#### 方法 3: 修正 Seidel 法

このモデルが完全に recursive であれば, 変数と式の順序を変えることによって, 次のように書ける.

$$y_{i,r} = g_i'(y_{1,r}, \dots, y_{i-1,r}). \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

もし, モデルが完全に recursive でない場合,

$$y_{i,r} = g_i'(y_{1,r}, \dots, y_{i-1,r}, y_{i+1,r-1}, \dots, y_{n',r-1}), \\ n' < n, \\ (i=1, 2, \dots, n)$$

となる.

$$\frac{|y_{i,r} - y_{i,r-1}|}{y_{i,r-1}} < \varepsilon$$

となるところで, 逐次計算をうち切る.  $\varepsilon$  は  $10^{-5}$  等のような値がえらばれる.

簡単な例示用のモデルを示す.

$$y_1 = a_1 y_2 + b_1 \\ y_2 = a_2 y_3 + b_2$$

$$y_3 = a_3 y_1 + b_3$$

方法 1 を適用するならば, 次のように解ける.

$$\left. \begin{aligned} y_{1,r} &= a_1 y_{2,r-1} + b_1 \\ y_{2,r} &= a_2 y_{3,r-1} + b_2 \\ y_{3,r} &= a_3 y_{1,r-1} + b_3 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} y_{1,r} &= (a_1 a_2 a_3)^{r/3} \cdot (y_{10} - \bar{y}_1) + \bar{y}_1 \\ y_{2,r} &= (a_1 a_2 a_3)^{r/3} \cdot (y_{20} - \bar{y}_2) + \bar{y}_2 \\ y_{3,r} &= (a_1 a_2 a_3)^{r/3} \cdot (y_{30} - \bar{y}_3) + \bar{y}_3 \end{aligned} \right\}$$

ただし,  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$  は定常解である.

方法 2 を適用するならば, 次のように解ける.

$$\left. \begin{aligned} y_{1,r} &= a_1 y_{2,r-1} + b_1 \\ y_{2,r} &= a_2 y_{3,r-1} + b_2 \\ y_{3,r} &= a_3 y_{1,r} + b_3 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} y_{1,r} &= (a_1 a_2 a_3)^{r/2} \cdot (y_{10} - \bar{y}_1) + \bar{y}_1 \\ y_{2,r} &= (a_1 a_2 a_3)^{r/2} \cdot (y_{20} - \bar{y}_2) + \bar{y}_2 \\ y_{3,r} &= (a_1 a_2 a_3)^{r/2} \cdot (y_{30} - \bar{y}_3) + \bar{y}_3 \end{aligned} \right\}$$

方法 3 を適用すると式の順番を入れかえて, 解く.

$$\left. \begin{aligned} y_{1,r} &= a_1 y_{2,r-1} + b_1 \\ y_{3,r} &= a_3 y_{1,r} + b_3 \\ y_{2,r} &= a_2 y_{3,r} + b_2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} y_{1,r} &= (a_1 a_2 a_3)^r \cdot (y_{10} - \bar{y}_1) + \bar{y}_1 \\ y_{2,r} &= (a_1 a_2 a_3)^r \cdot (y_{20} - \bar{y}_2) + \bar{y}_2 \\ y_{3,r} &= (a_1 a_2 a_3)^r \cdot (y_{30} - \bar{y}_3) + \bar{y}_3 \end{aligned} \right\}$$

以上で明らかのように,  $|a_1 a_2 a_3| < 1$  ならば, この逐次解は収束する. 収束スピードは, 方法 1 を 1 とすれば, 方法 2 は 2 倍であり, 方法 3 は方法 1 の 3 倍である. このことは, 実用規模の非線形モデルである STEF モデル<sup>16)</sup>について実験し, はほぼ同様の結論をえた. すなわち, 方法 1 では平均 25 回で収束したのに対して, 方法 2 では平均 15 回, 方法 3 では平均 10 回で収束した.

正規化を逆にすると, 収束系が発散系になってしまう.

$$\left. \begin{aligned} y_2 &= \frac{1}{a_1} y_1 - \frac{b_1}{a_1} \\ y_3 &= \frac{1}{a_2} y_2 - \frac{b_2}{a_2} \\ y_1 &= \frac{1}{a_3} y_3 - \frac{b_3}{a_3} \end{aligned} \right\}$$

方法 2 または 3 が適用可能である.

$$\left. \begin{aligned} y_{2,r} &= \frac{1}{a_1} y_{1,r-1} - \frac{b_1}{a_1} \\ y_{3,r} &= \frac{1}{a_2} y_{2,r} - \frac{b_2}{a_2} \\ y_{1,r} &= \frac{1}{a_3} y_{3,r} - \frac{b_3}{a_3} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

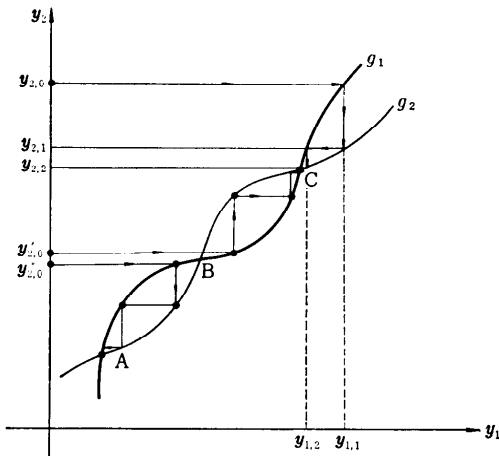


図2 非線形システムの解に収束点が二つある場合

$$\left. \begin{aligned} y_{1,r} &= \left( \frac{1}{a_1 a_2 a_3} \right)^r (y_{10} - \bar{y}_1) + \bar{y}_1 \\ y_{2,r} &= \left( \frac{1}{a_1 a_2 a_3} \right)^r (y_{20} - \bar{y}_2) + \bar{y}_2 \\ y_{3,r} &= \left( \frac{1}{a_1 a_2 a_3} \right)^r (y_{30} - \bar{y}_3) + \bar{y}_3 \end{aligned} \right\}$$

原システムの収束条件である  $|a_1 a_2 a_3| < 1$  は、 $|1/(a_1 a_2 a_3)| > 1$  とするので、正規化をかえただけで発散型になる。

このような性質に加えて、システムが非線型になった場合別の問題をひきおこす。次に2本の式からなるシステムを考えて、それに方法2を適用しよう。

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= g_1(y_2) \\ y_2 &= g_2(y_1) \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} y_{1,r} &= g_1(y_{2,r-1}) \\ y_{2,r} &= g_2(y_{1,r}) \end{aligned} \right\}$$

それを上のように図示しよう。すると明らかのように、収束点が二つ以上ある可能性がでてきて、初期点いかによっては、どちらに収束するか不明となろう。

すなわち、 $y_{20}$  および  $y_{20}'$  より出発した場合は、C 点に収束するが、 $y_{20}''$  より出発すれば、A 点に収束することが明らかである。不安定点 B 点を境にして  $y_{20}'$  と  $y_{20}''$  のようにかなり近接した初期点であっても、収束する先は、A と C に分かれてしまうことになる。

このような不都合な事態がおこることを否定しえないということを認識した上で、この解法を用いる必要がある。しかしこれまで、このような不都合なケースに遭遇した例は、幸いにして耳にしていない。

現在、この方法1は、非常にポピュラーになった。

そのきっかけは Univ. of Penn. に研究員として滞在中に、筆者があの大規模な Brookings モデルに対して、この方法を適用したところ案に相違して平均 11 回で収束したことである。それ以来、Wharton モデルも複雑な方程式順をきめる方式を安心して放棄し、方法1によって、解いている。筆者らが check したように、実際には方法3がもっとも推奨しう方法である。特に、同じモデル構成で、何度も解を求める場合に有効である。

## 6. 計量経済モデルによる景気循環の分析 (1971)<sup>7), 14)</sup>

計量経済モデルの大部分は、非線形の差分方程式のシステムであるから、本稿の最初に述べたように、その動的特性を調べることが、ただちに、景気循環の分析につながることは、明白である。しかしながら、現実には、なかなか単純に結論を下すことができず、アメリカ経済について計量モデルによる景気循環の分析のための実験が人々に計画された<sup>14)</sup>。

それは、現実の経済、たとえばアメリカ経済に景気の循環が観測されるとき、その発生原因がなにによるのかを調べることを目的とした研究である。対象となったモデルは、Wharton モデル、Brookings モデル、FRBMIT=PENN モデル、OBE (Office of Business Economics) モデル等であった。同じ対象をそれぞれ特徴をもった多数のモデルを用いて、共通の方法論と評価方法によって、解析を試みるという野心的な試みである。FRB=MIT=PENN モデルは、開発途上であったために間に合わなかった。

Wharton モデルについての実験のいきさつについて述べてみよう。まず、外生変数の一つ一つについて一定水準に固定するか、一定の成長率に固定するかにきめ、外部からの変動要因をとりぞいて、内生的な部分にもとづく変動が仮想的な 25 年 (100 期間) の将来について存在するかどうかを調べる。これを post sample simulation という。それによると初期条件のわずかな影響をのぞくと、振動らしい動きは、ほとんど観測されなかった。このとき、各推定式の攪乱項には、その期待値としての値のゼロがはいっていた。Brookings モデルについても、ほぼ同様の結果がえられた。この non-stochastic simulation の結果から、減衰性の強いモデルであるといえよう。しかし、不安定なモデルであっても、初期条件いかによっては、同様の解が偶然に生ずる可能性もある。したがって、

表1 非共産圏-世界貿易行列 (1970年) (10億ドル時価)

| 輸入先          | 輸出先   | ベルギー・ルクセンブルグ | 西独    | オランダ  | イタリア  | スウェーデン | 英国 (Q) | EC圏   | 米国 (Q) | カナダ   | 日本 (Q) | 太平洋圏  | 開途上国  | その他の非共産諸国 | 輸出全体   |
|--------------|-------|--------------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|-------|-----------|--------|
| ベルギー・ルクセンブルグ | —     | 1.70         | 2.38  | 2.01  | 0.38  | 0.17   | 0.38   | 7.02  | 0.86   | 0.06  | 0.12   | 1.04  | 0.96  | 1.23      | 10.25  |
| フランス*        | 1.72  | —            | 3.27  | 0.75  | 1.45  | 0.25   | 0.65   | 8.09  | 0.86   | 0.14  | 0.21   | 1.21  | 3.94  | 3.40      | 16.64  |
| ドイツ (西)      | 2.49  | 3.42         | —     | 2.96  | 2.34  | 1.17   | 1.08   | 13.46 | 3.03   | 0.34  | 0.73   | 4.10  | 4.78  | 10.99     | 33.33  |
| オランダ         | 1.60  | 0.98         | 3.22  | —     | 0.50  | 0.28   | 0.76   | 7.34  | 0.49   | 0.07  | 0.13   | 0.69  | 1.28  | 1.65      | 10.96  |
| イタリア*        | 0.57  | 1.43         | 2.64  | 0.55  | —     | 0.20   | 0.48   | 5.87  | 1.22   | 0.13  | 0.14   | 1.49  | 2.58  | 3.51      | 13.45  |
| スウェーデン       | 0.20  | 0.26         | 0.80  | 0.27  | 0.19  | —      | 0.78   | 2.50  | 0.43   | 0.09  | 0.09   | 0.61  | 0.75  | 3.19      | 7.05   |
| 英国 (Q)       | 0.76  | 0.63         | 1.06  | 0.68  | 0.47  | 0.75   | —      | 4.37  | 2.36   | 0.77  | 0.48   | 3.61  | 4.53  | 8.01      | 20.52  |
| EC 圏         | 7.34  | 8.42         | 13.39 | 7.22  | 5.33  | 2.82   | 4.13   | 48.65 | 9.25   | 1.60  | 1.90   | 12.75 | 31.57 | 31.98     | 112.20 |
| 米 国 (Q)      | 1.02  | 1.19         | 2.28  | 1.56  | 1.33  | 0.53   | 1.95   | 9.86  | —      | 9.82  | 6.14   | 15.96 | 12.60 | 6.51      | 44.93  |
| カナダ          | 0.16  | 0.09         | 0.30  | 0.20  | 0.15  | 0.04   | 1.21   | 2.15  | 9.54   | —     | 1.19   | 10.73 | 1.17  | 0.99      | 15.04  |
| 日 本 (Q)      | 0.11  | 0.11         | 0.40  | 0.18  | 0.09  | 0.09   | 0.39   | 1.37  | 4.63   | 0.43  | —      | 5.06  | 6.68  | 2.31      | 15.42  |
| 太平洋圏         | 1.29  | 1.39         | 2.98  | 1.94  | 1.57  | 0.66   | 3.55   | 13.38 | 14.17  | 10.25 | 7.33   | 31.75 | 20.45 | 9.81      | 75.39  |
| 開発途上国        | 1.87  | 3.70         | 5.97  | 1.76  | 3.63  | 0.93   | 5.37   | 23.23 | 10.14  | 1.33  | 11.49  | 22.96 | 9.41  | 10.35     | 65.95  |
| その他の非共産諸国    | 0.63  | 1.16         | 3.57  | 0.73  | 1.57  | 1.49   | 4.50   | 13.65 | 2.73   | 0.37  | 2.90   | 6.00  | 5.80  | 5.83      | 31.28  |
| 非共産圏全体       | 11.12 | 14.66        | 25.90 | 11.65 | 12.11 | 5.90   | 17.57  | 98.91 | 36.28  | 13.56 | 23.62  | 73.46 | 54.48 | 57.97     | 284.82 |

Q: 四半期モデル

\*: 固有のモデルが存在せず、単純なモデルが作成された。

1970-71 にヴェトナム戦争が終結したと想定する程度の一時的なショックを与えてみたところ、Wharton モデルも Brookings モデルとともに、モデルは安定的な性質を示した。

つぎに行なわれた sample 期間内の事後的なシミュレーションは、外生変数の実績値を用い、予測される期間と同じ期間のデータから推定されたパラメータを用いるとはいえ、モデル構造のテストとしては、かなり苛酷なテストであるといわなければならない。なぜなら、擾乱項がゼロにおかれたことによって、方程式そのものの誤差と、先決内生変数を通じての誤差が累積されるからである。1957 年から 1965 年の sample-period simulation において、すべてのモデルは 1953-54, 1957-58, 1960-61 の 3 回の景気後退をすべて表現しえなかった。

ともあれ、重要な結論は、deterministic な sample-period simulation において、モデルは徐々に減衰する振動を生み出していたと解釈されるということであった。

モデルが正しいと仮定すれば、不規則擾乱が与え続けられた減衰振動反応メカニズムから、規則的なサイクルが生ずるという Wicksell-Slutsky-Frisch 流の景気循環に関するランダム・ショックの理論が成り立つ可能性を考慮する必要がある。

この仮説は、postsample stochastic simulation によって検定されるはずである。OBE, Wharton, Brookings の各モデルについてたしかめたところ、奇妙な結果がえられた。

i) モデルの構造式の擾乱項に non-serial correlated な擾乱をいれた場合は、三つのモデルのすべてに、有意な cycle が発生しなかった。

ii) 残差に含まれている serial correlation を、そのまま認める serial correlated な擾乱を代入した場合は、OBE, Wharton の二つのモデルに、規則的な cycle が発生したが、Brookings モデルには、ついに cycle が発生しなかったのである。

この結果から、にわかに、先のランダム・ショック理論が認められたとも、否定されたとも結論しえない。serial correlation を認めることは、原システムの差分方程式の階数を上げることになるので、動的特性をかえることになる。しかし、問題は、serial correlation を擾乱に認める立場をとるか、これを構造式の misspecification とみるかによって、この結果の評価は、全く分かれてしまう。

筆者が日本の計量モデルについて行なった分析は、金融当局が操作する金利等の外生変数の動きが、システムの固有振動に近いために、共振現象がひきおこされて、サイクルが発生しているという立場<sup>7)</sup>をとる。このような立場についての可能性をアメリカの実験についてのカンファレンス<sup>14)</sup>の序文でも示唆している。

## 7. LINK プロジェクト (1972)<sup>17)</sup>

実用に耐えうる計量モデルが、各国に存在するならば、それらを結合することによって、国際貿易をシミュレートすることができるはずである。このような考え方を実行に移すのが LINK プロジェクトである。



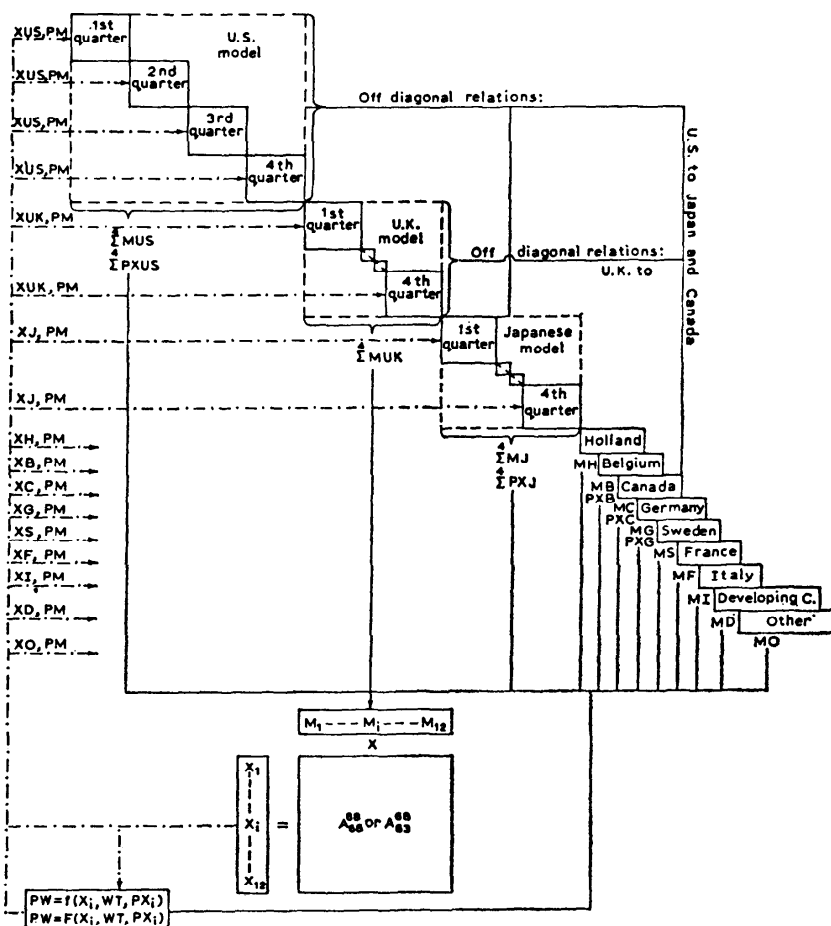


図3 リンクモデルの block recursive 構造 (文献 17) の p. 454, Fig. 4 より)

計量モデルに対する関心も深く、統計データが整っている国には、すでにいくつかの四半期モデルが存在している。米国、日本、イギリスの3国である。年ベースのモデルがある国は、西独、ベルギー、オランダ、カナダ、スウェーデンである。フランスとイタリアは、重要な工業国でありながら、LINK プロジェクトが企画された頃には、適当な計量モデルがなかった。そこで、GNP タイプの簡単なモデル（8本の式）をつくらせて、これをあてはめそれを利用することになった。

開発途上国については、四つの品目について、輸出関数と輸入関数の2本を、11の地域に対して推定された。さらに、全貿易量の式が推定された。その結果、11地域について合計110本の式が用意された。

共産圏の7カ国については、自由な情報交換がむづ

かしかったので、将来を期して除外された。

残りの非共産圏、非開発途上国の国々は、次の15カ国である。すなわち、オーストリア、オーストラリア、ニュージーランド、フィンランド、南アフリカ、ノルウェー、デンマーク、ユーゴスラビア、スイス、スペイン、ポルトガル、トルコ、ギリシャ、アイルランド、アイスランドである。これらの国々は、全部でシェアは約1/5であり、それが続くものと仮定され、世界貿易行列には入っていない。

以上が全体のフレーム・ワークであるが、全体の貿易状況は、表1の通りである。

問題は、(1)四半期モデルと年ベースモデルが混在していること、および(2)ある国の解が他の国の外生変数になっているということである。問題(1)に

対しては、四半期モデルによって、4期の解を求め、年ベースの解を導き、それを使って、残りのモデルとともに解を求めることによって解決する。問題(2)の例として、アメリカの解がカナダおよび日本に大きな影響をもつ事実を示している。これについては、単にアメリカ解を日本およびカナダの解として用いることで解決できる。むしろ、アメリカと日本およびアメリカとカナダの2国間リンケージ・モデルを別につくることによる詳細な検討が行われて成功している。

逐次解は、まず各国モデルの逐次解を求める。アメリカ・モデルとして Wharton モデル、日本のモデルとして京都大学の新しいモデル<sup>14)</sup>が使われている。次に、全モデルおよび貿易方程式が同時に用いられ、世界貿易の均衡解が求められる。そのとき、輸出入の貿易量と価格の制約条件を同時に満足していなければならない。フロー・チャートが図3に示されている。

計算の所要時間は、1年分の計算をするのに、Univ. of Pennsylvania の IBM 360/75 (2 MB) で約10分間であった (CPU+Channel Time)。

## 8. あとがき

以上において、コンピュータの各世代と計量経済モデルの展開の関係について述べてきたが、次の問題として、計量モデル作成に用いられてきた分析用システムに対する分析者としての要望事項を次号にまとめてみたい。さらに、現存の計量経済モデル分析システムについてのサーベイとその評価も行う予定である。

## 参考文献

計量経済モデルに関する文献 (年代順)

- 1) Tinbergen, J.: Statistical Testing of Business-Cycle Theories, Vol. II, Business Cycles in the United States of America, 1919-1932, League of Nations Economic Intelligence Service, Geneva, 1939.
- 2) Klein L. R.: Economic Fluctuations in the United States, 1929-1941, Wiley, 1950.
- 3) Klein L. R. and A. S. Goldberger: An Econometric Model of the United States, 1929-1952. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1955.
- 4) 内田・森: 日本経済のシミュレーション分析, 森嶋他編, 新しい経済分析, 創文社, 1960, p. 214. (情報処理, Vol. 1, No. 1, pp. 34-40, および Vol. 1, No. 2, pp. 94-98, 1960 および Information Processing in Japan, Vol. 1, pp. 79-94, 1961 に詳細が書かれている.)
- 5) Klein, L. R., R. J. Ball, A. Hazlewood and P. Vandome: An Econometric Model of the United Kingdom, Oxford Basil Blackwell, 1961.
- 6) Klein, L. R. and Y. Shinkai: An Econometric Model of Japan, 1930-50, International Economic Review, Vol. 4, No. 1, 1963, pp. 1-28.
- 7) 森: 日本経済の成長と変動に関するシミュレーション分析, 小宮編, 戦後日本の経済成長, 岩波, 1963, pp. 191-220. (このときの方法論が情報処理, Vol. 3, No. 5, pp. 255-261, No. 6, pp. 319-328, 1962 に書かれている. モデルについては, 理論経済学, Vol. 13, No. 3, pp. 45-67, 1963 に詳細にのべられている. その後の展開は, Zeitschrift für Gesamte Staatswissenschaft, 122 Band, 4 Heft, SS. 646-685, 1966 に書かれている.)
- 8) Ichimura, S., L. R. Klein, K. Koizumi, Y. K. Sato: A Quarterly Econometric Model of Japan, 1952-1959, Osaka Economic Papers, Vol. XII, No. 23, 1964. pp. 19-36.
- 9) Duesenbervy, J. S., G. Fromm, L. R. Klein, E. Kuh/Editor: The Brookings Quarterly Econometric Model of the United States, North Holland Publishing Co., Amsterdam, 1965.
- 10) Tatemoto, M., T. Uchida and T. Watanabe: A Stabilization Model for the Postwar Japanese Economy: 1954-62, International Economic Review, Vol. 8, No. 1, 1967, pp. 13-44.
- 11) Evans, M. K. and L. R. Klein, Programmed by G. R. Schink: The Wharton Econometric Forecasting Model, University of Pennsylvania, 1968 (2nd Enlarged Edition).
- 12) Dulsenkerry, J. S., G. Fromm, L. R. Klein and E. Kuh: The Brookings Model: Some Further Results, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1969.
- 13) 穴戸, 市川, 野田, 降矢, 押坂, 西川: 短期経済予測マスター・モデルの研究, 経済企画庁経済研究所・研究シリーズ第21号, 1970.
- 14) Hickman, B. G./editor: Econometric Models of Cyclical Behavior, Vol. 1, and Vol. II, Columbia University Press, Cosponsored by the National Bureau of Economic Research and Social Science Research Council Committee on Economic Stability, 1972.
- 15) McCarthy, M. D.: The Wharton Quarterly Econometric Forecasting Model, Mark III, Economic Research Unit, Department of Economics, Wharton School of Finance and Commerce, University of Pennsylvania, 1972.
- 16) 森: 多項式分布ラグ構造モデルによる循環分析

と予測, 理論・計量経済学会大学研究報告要旨, 1972. (Mori, K.: Short Term Econometric Forecasting Model, Keio University, 1972, Mimeographed Paper.)

- 17) Ball, R. J./Editor: The International Linkage of National Economic Models, North Holland Publishing Co., 1973.

計量経済学の方法論に関する文献

- 18) Haavelmo, T.: The Statistical Implications of a System of Simultaneous Equations, *Econometrica*, Vol. 11, 1943, pp. 1-12.
- 19) Mann, H. B. and A. Wald: On the Statistical Treatment of Linear Stochastic Difference Equations, *Econometrica*, Vol. 11, 1943, pp. 173-220.
- 20) Anderson, T. W. and H. Rubin: Estimation of the Parameters of a Single Equation in a Complete System of Stochastic Equations, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 20,

1949, pp. 46-63, Vol. 21, 1950, 570-582.

- 21) Koopmans, T. C./Editor: Statistical Inference in Dynamic Economic Models, Wiley, 1950.
- 22) Hood, W. C. and T. C. Koopmans/Editor: Studies in Econometric Method, Wiley, 1953.
- 23) Klein, L. R.: A Textbook of Econometrics, Row, Peterson and Co., 1953 (宮沢・中村訳, 岩波).
- 24) Johnston, J.: Econometric Methods, McGraw Hill, 1963 (竹内訳, 東洋経済).
- 25) Goldberger, A. S.: Econometric Theory, Wiley, 1964 (福地・森口訳, 東洋経済).
- 26) Dhrymes, P. J.: Econometrics, Statistical Foundations and Applications, Harper & Row, 1970.
- 27) Dhrymes, P. J.: Distributed Laps; Problems of Estimation and Formulation, Holden-Day, Inc. and Oliver & Boyd, 1971.

(昭和48年11月6日受付)