Vol.2011-MUS-93 No.12
2011/12/12

歌唱時音声の協和性理論を用いた分析

内田　遼[†1]　矢向正人[†2]

中世からルネッサンスまでの協和・不協和に関する西洋音楽理論は, 声楽曲を念頭においている. この事実をふまえ, 亀岡・厨川, 小畑, Sethares による協和性理論を再検討し, 歌声の協和性の分析を試みる.

An analysis of singing voice by using consonance theory

UCHIDA Ryo [†1] and YAKO Masato[†2]

Western music theories from medieval times to the renaissance on the relationship between consonance and dissonance intervals were made bearing vocal music in mind. Based on this fact, the consonance theories by Kameoka and Kuriyagawa, Kobata, and Sethares are reexamined, and the degrees of consonance and dissonance for singing voice are analyzed.

1. 背景と目的

西洋音楽の音高理論の多くは, 協和・不協和音程の認識に基づいて組み立てられており, とりわけ調性音楽とそれ以後には, 音程の不協和・協和は、緊張と緩和と対応づけて認識され用いられている. しかし, 亀岡・厨川や Sethares によれば, 複合音の協和・不協和は, その複合音の音色すなわちスペクトルに依存するため, 協和・不協和は音程と一対一の対応をしない. 初期の西洋音楽である中世からルネサンス期における音楽を考えてみると, 当時の音楽は, 声楽が中心であった. したがって, 同じ音程について感じる協和・不協和も, 現代のオーケストラ楽器にもとづくそれとは異なっていた可能性がある. そこで、歌声の協和・不協和の分析を行うことにより, 西洋において, いかにして協和・不協和と音楽理論との関わりが変遷したのかを検討する手がかりをつかめる可能性がある. 以上の背景をふまえ, 本研究では, 不協和の度合いを数値化する協和性理論を用いて歌声の分析を試み, 声を用いた音楽において, どのような協和・不協和の特性が生じるかを検討する.

†1 九州大学大学院 芸術工学府
Graduate School of Design, Kyushu University
†2 九州大学大学院 芸術工学研究院
Faculty of Design, Kyushu University

2. 協和・不協和の概念規定

音楽における協和・不協和の概念は, 歴史の中で変遷している. 協和・不協和の規定の対象も, 時代により異なる. Tenney は, 各時代における音楽理論家の記述に基づき, 協和・不協和の認識の変遷を下記の 5 段階に分類している[6)].

(1) ポリフォニー以前, 協和・不協和は旋律についての尺度であり, ピッチ間の親和性および類似性を計るために規定された. ユニゾン, 完全 5 度, 完全 4 度, 完全 8 度が協和音程とされた.
(2) 10-13 世紀にかけて, 協和・不協和は声部間の音程についての尺度へと変化した. 13 世紀になると長短 3 度も協和音程とされた.
(3) 14 世紀になり, 協和・不協和は対位法と結びついた. 6 度が協和音程に加えられた一方, 完全 4 度は不協和音程へ格下げされた. この時代から, 不協和音程は単に避けるべき音程ではなく, 目立たないように巧妙に用いられるべき要素として認識されるようになった.
(4) Rameau が, 和音の基本形と転回形は同じ機能を持つと規定した. この結果, 協和・不協和と音響とが切り離された. また, 不協和音程は, 音楽に緊張を与える音程として積極的な役割を与えられるようになった.
(5) Helmholtz が, 協和・不協和を音のうなりから規定した. ピッチが近接する音の組は, うなりを生じる. 不協和は, このうなりがもたらす粗さ (roughness) による感覚であるとされた. うなりを生じない場合が協和とされた.

協和・不協和は, 西洋音楽を対象とした認識方法であるが, (5) は, その根拠を物理的現象であるうなりに置いているため, 西洋音楽以外の音楽に対しても適用可能である.

© 2011 Information Processing Society of Japan

3. 協和性理論の検討

(5) の特徴をふまえ, 音楽構造の一部がどれだけ協和, あるいは不協和であるかを, 数値として表現する理論が提唱されている. この理論は協和性理論と呼ばれる. Plomp と Levelt は, Helmholtz の理論をふまえ, 一対の音の周波数と不協和度との関係を実験により求めた. この実験を基に, 不協和度の計算理論が提唱された. その代表が, 亀岡・厨川の手法および小畑によるその修正, そして Sethares の手法である.

3.1 亀岡・厨川の手法

この手法では, 不協和度を心理量と捉え, 対応する物理量に相当する不協和強度を導入する. そして Stevens のべき乗則を用い, 計算を行う.

まずは対象とする複合音を, 純音に分解する. そして一対の純音について不協和度を算出する. 一対の純音の周波数をそれぞれ f1, f2[Hz] とする. f1 を固定し, f2 を変化させることにより周波数差と不協和度との対応を考える. 不協和度が最大となる周波数偏差を f_b とおくと,

$$f_b = (1 + \frac{L-57}{40}) f_1^{0.477} \tag{3.1}$$

次に, 一対音の絶対不協和度を求める.

1. $0.01 f_1 \leq f_2 - f_1 \leq f_b$ の場合

$$D'_{2ei}(f_1, f_2) = k'_0[100 \frac{2 + log\{(f_2 - f_1)/f_1\}}{2 + log(f_b/f_1)} + C'_0] \tag{3.2}$$

2. $f_b < f_2 - f_1 \leq f_1$ の場合

$$D'_{2ei}(f_1, f_2) = k'_0[90 \frac{log\{(f_2 - f_1)/f_1\}}{log(f_b/f_1)} + 10 + C'_0] \tag{3.3}$$

3. $f_2 > 2f_1, f_2 < 1.01 f_1$ のとき

$$D'_{2ei}(f_1, f_2) = k'_0 C'_0 \tag{3.4}$$

ここで C'_0 は雑音による不協和度を表す. このうち 3. の場合は, 雑音のみの不協和度が算出される.

算出した絶対不協和度を, Stevens のべき乗則を用いて絶対不協和強度に変換する. さらに C'_0 の項を減ずることにより, 相対不協和強度へ変換する. 一対の純音の不協和強度は

$$D'_{I2i} = (D'_{2i}/k'_0)^{1/\beta} \tag{3.5}$$

ここから雑音項を減ずると

$$D_{I2i} = (D'_{2i}/k'_0)^{1/\beta} - (C'_0)^{1/\beta} \tag{3.6}$$

となる.

次に, D_{I2i} を再び不協和度に変換する. そして音圧レベルの状態に合わせ, 補正を行う.

(1)$P_1 = P_2$ の場合

$$D_{2i} = D_{2ei}(f_1, f_2)(P_1/P_0)^{n_e} \tag{3.7}$$

(2)$P_1 > P_2$ の場合

$$D_{2i} = D_{2ei}(f_1, f_2)(P_1/P_0)^{n_e}(P2/P1)^{n_h} \tag{3.8}$$

(3)$P_1 < P_2$ の場合

$$D_{2i} = D_{2ei}(f_1, f_2)(P_2/P_0)^{n_e}(P_1/P_2)^{n_l} \tag{3.9}$$

以上求めた不協和度を, 再び不協和強度に変換し, 加算する. 一対音の組み合わせの総和を M 通りとすると

$$D_{It} = \sum_{i=1}^{M} D_{I2i} + D_{In} \tag{3.10}$$

最後に再び Stevens のべき乗則を用い, 複合音の絶対不協和度 D_m を算出する. $k_0 = 1.0$, $C'_0 = 65$, より,

$$D_m = k_0 D_{It}^{\beta} = \{\sum_{i=1}^{M} D_{I2i} + 65^{1/\beta}\}^{\beta} \tag{3.11}$$

ここで, 実験の結果 $\beta = 0.25$ である.

3.2 小畑による亀岡・厨川の手法の修正

小畑の方法は, 基本的には亀岡・厨川の方法と同じ手順を踏む. しかし, いくつかの修正を行っている.

(1)(3.1) 式において, $L < 17$ の場合, f_b の値が負になり, その先の計算を行えなくなる. この事態を回避するため, 小畑は $L < 50$ のとき $L = 50$ として計算を行うこととした. これは, (3.1) 式が, $50 \leq L \leq 70$ の場合に正確な近似式であることによる.

(2)$f_1 < f_2$ となる f_1, f_2 が $1.01 f_1 > f_2$ を満たすとき, T_1 と T_2 を合成された 1 つの純音

© 2011 Information Processing Society of Japan

として扱う．このとき, 合成後の周波数を f_c, 振幅を B とおくと,

$$f_c = (f_1 + f_2)/2 \tag{3.12}$$

$$B = \sqrt{D_1^2 + D_2^2} \tag{3.13}$$

亀岡・厨川モデルでは, 合成の条件を満たす 2 純音を別々の純音として扱ったため, 不協和度の計算が余計に行われ, 計算結果が不自然に高くなった．小畑は, 音の合成を考慮することにより, この問題の解決を試みた．

3.3 Sethares の手法

まず, 対象とする複合音を純音に分解する．一対の純音の周波数差の変化と, 対応する不協和度の変化のグラフを, 式で表す．

$$d(x) = e^{-b_1 x} - e^{-b_2 x} \tag{3.14}$$

ここで, $b_1 = 3.75$, $b_2 = 5.75$, x は 2 純音の周波数差である．次に, この式に純音の音圧を加味する．

$$d(f_1, f_2, a_1, a_2) = a_{12}[e^{-b_1 s(f_2 - f_1)} - e^{-b_2 s(f_2 - f_1)}] \tag{3.15}$$

ここで,

$$s = \frac{x^*}{s_1 f_1 + s_2} \tag{3.16}$$

また,

$$a_{12} = a_1 a_2 \tag{3.17}$$

である．x^* の値は, 0.24 である．以上求めた不協和度を, 最後に加算することにより, 複合音全体の不協和度を求める．

$$D_F = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d(f_i, f_j, a_i, a_j) \tag{3.18}$$

次に, 複合音 F と, 周波数比 α の複合音 αF との間に生じる不協和度を考える．αF の不協和度を $D_{\alpha F}$ とすると, F と αF が同時に鳴っているとき生じる不協和度は

$$D_F(\alpha) = D_F + D_{\alpha F} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d(f_i, \alpha f_j, a_i, aj) \tag{3.19}$$

3.4 各手法の検討

亀岡・厨川の手法と Sethares の手法は, 対象とする音を純音の集合へ分解し, 一対の純音同士の不協和度を計算し, それらを加算することは共通している．一対の純音を求める式は両手法で異なるが, 同じ不協和曲線を異なる形で表現しているだけなので, 実質同じだと考えてよい．大きな違いは, 不協和度の概念の捉え方, それに基づく不協和度の加算方法である．亀岡・厨川の手法および小畑の手法は, 不協和度がうなりに由来する感覚量であることに着目し, 単純に加算を行えない量として扱っている．そして, Stevens のべき乗則を用いて 加算を可能にしている．一方 Sethares の手法では, 純音の組ごとに求めた不協和度をそのまま加算している．

また, 亀岡・厨川の手法は, 対象は録音された音であるという前提に基づき考案されたと考えられる．雑音項を考慮することにより, 雑音も含めて実際に聞こえる音の不協和特性と, 対象とする音そのものが作る不協和特性を分けて考えることができる．一方 Sethares の手法は, 基本的にはシンセサイザー等により合成した, 鳴っていない段階の音を対象に想定したものであると考えられる．なぜなら, Sethares の手法の中には雑音に対する計算は見られないからである．Sethares は, 音色を操作し新たな音階を成立させるために, 自らの手法を用いている[4)]．ここで, 音色の操作は実際に特定の空間で鳴る音とは一旦切り離されている．この時点では雑音の考慮は不要である．したがってこの場合, 雑音を計算から外した Sethares の手法は有効であると考えられる．逆に, 既存の音源または録音した音を分析対象とする場合を考える．この場合, Sethares の方法では雑音が不協和度に及ぼす影響を考慮に入れることはできない．以上のことから, Sethares の方法でも音同士の不協和度の相対的な比較は可能だと考えられるが, 音源から雑音を考慮して計算するには, 亀岡・厨川および小畑の手法が適切だと考えられる．

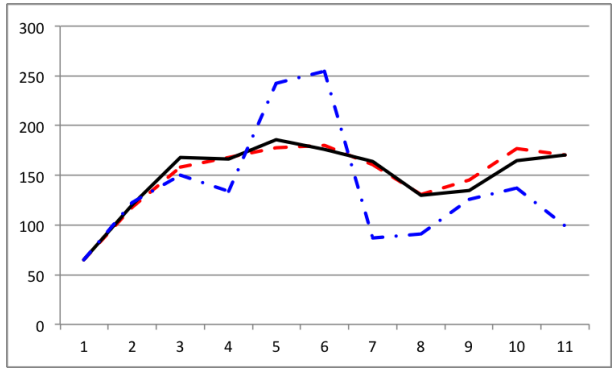

図 1 実線：実験値．点線：亀岡・厨川による理論値．破線：Sethares による理論値 (グラフの形状を比較するため, 値を 4000 倍した後, 65 を加えて他 2 つのグラフと始点を揃えた)

次に, 実際の算出値により比較検討を行う．亀岡・厨川は, 自らの手法により算出した理

© 2011 Information Processing Society of Japan

論値と, 実験値の比較を行っている. ここで Sethares の手法により算出した理論値も比較の対象とし, 検討を試みる.

計算結果を見ると, 亀岡・厨川の手法による理論値は, 実験値に近い値をとっていることがわかる. 一方 Sethares の手法による理論値は, 実験値とはあまり一致しない. したがって, 少なくとも音源から不協和度を算出する場合について, Sethares の手法は値同士の相対的な大小関係はおおむね正しく表現するものの, 大小関係およびその程度を定量的に記述するのには不向きであると考えられる.

以上の検討から, 本研究では亀岡・厨川の手法に小畑による修正を施した手法を, 計算に用いることにする.

4. 歌声の協和・不協和特性の分析

4.1 分析対象

まず, 女性の歌声を検討するため, Berio ⟨⟨Sequenza III for female voice⟩⟩ (Tony Arnold(sop.), 2002 年 1 月, St. John Chrysotom Church, Newmarket, Ontario, Canada にて録音) から,3 箇所を部分的に抜き出し, 対象とする. 音高が高い方から順に high, middle, low とする (以下, seqh, seqm, seql と表記). 次に, 男性の中音域および低音域を分析するため, 同じく Berio ⟨⟨A - Ronne⟩⟩ から, am....prin....ci...nel...mio の最初の 1 音 (以下, amprin) および e....la...un...qui....e の 3 音目 (以下, elaun)(John Lubbock もしくは David Beavan(bass), 1976 年 2 月 7 月, London にて録音) を対象とする. さらに, 男性の高音域として, Verdi⟨⟨Aida⟩⟩ より Celeste Aida(以下, aida)(Placido Domingo(ten.), 録音年・場所不詳, ASIN: B00005HIFG) の無伴奏部分の声を対象とする. 対象とした箇所は, その箇所より前の音の残響による影響を避けるため, 楽譜上で同じ音高を 3 秒以上のばしており, かつ音高の揺らぎが少ない部分を選択した. 各対象をサンプリング周波数 44.1kHz で FFT した結果を以下に示す. なお, 対象音の基本周波数 f も併記している.

4.2 分析手法

使用ソフトは音編集ソフト Audacity, 数値解析ソフト Octave, グラフ描画ソフト gnuplot である. まず, 分析対象から Audacity を用いて一部を切り出す. 切り出したサンプルを Octave を用いて周波数分析し, 各倍音の周波数と振幅を求める. 求めたデータを用いて, 作成した不協和度計算プログラムにより不協和度を算出する. 先ほどの手順で FFT を行った対象について, 各倍音を抜き出し, 不協和度の計算を行う. まず, 同一の対象のスペクトル分布を持つ音を 2 つ用意する. その内一方の基本周波数を固定し, もう一方の音の基本周波数

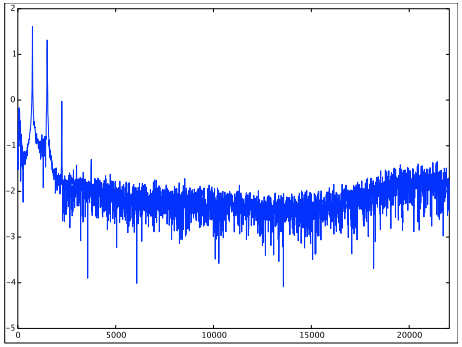

図 2 Sequenza III by Arnold, high (seqh), f=750Hz

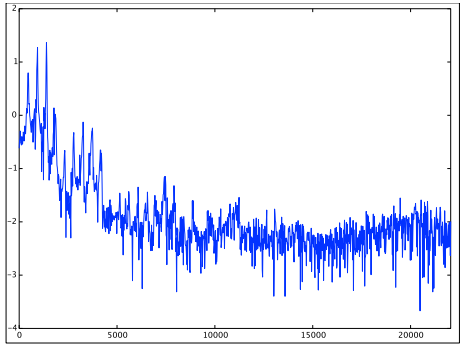

図 3 Sequenza III by Arnold, middle (seqm), f=400Hz

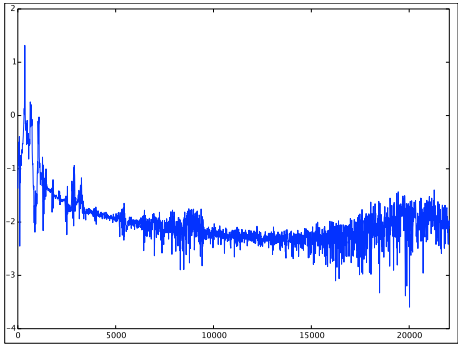

図 4 Sequenza III by Arnold, low (seql), f=380Hz

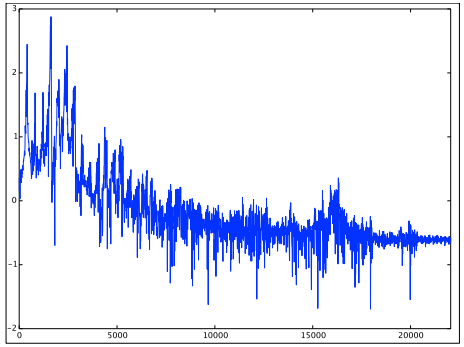

図 5 Celeste Aida by Domingo (aida), f=406Hz

© 2011 Information Processing Society of Japan

Vol.2011-MUS-93 No.12
2011/12/12

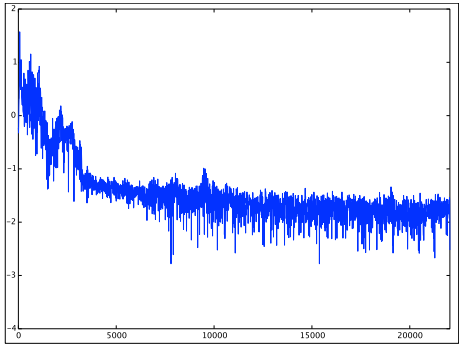

図 6 am.... prin.... ci... nel... mio by Lubbock or Beavan (amprin), f=68Hz

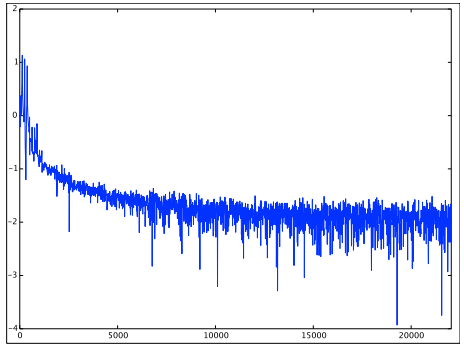

図 7 e.... la... un... qui.... e by Lubbock or Beavan (elaun), f=132Hz

を先ほど固定した音の周波数から 1 オクターブ上まで上昇させる．各周波数について不協和度を算出することにより, 周波数差と協和・不協和特性との関係を検討する．歌声に含まれる倍音の数は, 高音域, 特にファルセットによる声になると減少する．逆に, 低音域の方が倍音の数は多い傾向にある．この影響を考慮するため, Sequenza III については, 先ほど分類した 3 種類のスペクトル seqh, seqm, seql, 合計 3 通りの不協和度分布を算出する．固定する音の基本周波数を seqh では 600Hz, seqm では 400Hz, seql では 380Hz としている．これは, ソプラノの声域の考慮に基づく．また, 歌声において不協和度に影響を及ぼしうる重要なパラメータは, 歌唱ホルマントであると考えられる．よって, 各対象について考慮する倍音は, 基音から歌唱ホルマントを形成する倍音, および歌唱ホルマントより高い周波数帯域において, 際立って音圧レベルの高い倍音とする．したがって, 対象により考慮する倍音の数は異なる．

また, 不協和度の算出の際は, FFT のグラフにおける縦軸の 0 を 57.0dB とする．この近似は, 小畑による先行研究[9] に基づく．

ここで計算プログラムを, 小畑による先行研究[9] で用いられた-6dB/oct (倍音が基音の整数倍の周波数を持っており, 倍音の周波数が 1 オクターブ上がるごとに音圧レベルが 6dB 減少) の音に適用した (図 8)．固定する音の基本周波数を 400Hz とし, 2 オクターブにわたり計算を行った．横軸はセント値, 縦軸は不協和度を表す．この計算結果は, 完全 5 度や完全 4 度における不協和度の谷等の, -6dB/oct が持っているとされる特徴を示していると言える．したがって, このプログラムを用いて, 分析を行う．

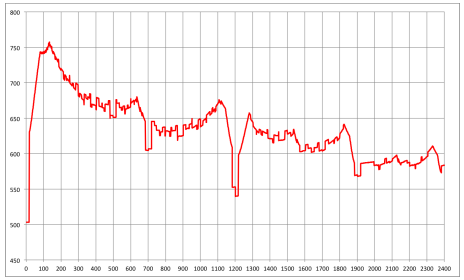

図 8 計算プログラムの-6dB/oct への適用結果

4.3 結　　果

各対象について, 不協和度の算出結果を次ページに示す．縦軸は不協和度, 横軸はセント値を表す．

100 セントは平均律における半音 1 つ分の音程である．seqh では, 完全 4 度と完全 5 度が不協和度の谷になった他, 長 3 度も谷に属する．また, 三全音や短 2 度, 長 7 度が山となっており, 短 7 度もどちらかと言えば谷であるが他の谷に位置する音に比べ不協和度が高い．したがって, Tenney による分類の (3) 以降の協和・不協和の規定に完全 4 度を加えた結果 (以降「従来の規定」) に, 大まかに沿っていると言える．しかし今回のデータでは, 長 2 度も谷に位置しており, その不協和度は短 3 度よりも低く, 完全 4 度と同程度になった．

seqm では, 短 3 度が長 3 度よりも低い不協和度を示した．この場合も, 長 2 度は谷となり, 長 3 度と同程度の不協和度を示した．seql では, 従来の協和・不協和の規定とは異なる結果が出た．特に完全 4 度が長短 7 度より高い不協和度を示している．aida は, 大まかには従来の規定に沿っていると言える．しかし, 短 2 度の不協和度が, 他の音に比べれば高いものの, 谷に位置しているのが特徴的である．amprin は, 完全 4 度および完全 5 度が山に位置するなど, 従来の規定とは大きく異なる結果となった．elaun も, amprin と同様の結果であると言ってよい．

5. 考　　察

男声女声ともに, 高音域では従来の西洋クラシック音楽の音高理論に近い協和・不協和特性が表れた一方, 低音域である seql, amprin, elaun では従来の音高理論と明らかに異なる特性が生じた．特に, 完全 5 度が谷とならなかった結果は意外であった．これは, 低音域の歌声について, 基本周波数の整数倍とならない周波数を持つ倍音の割合が多かったためだと

© 2011 Information Processing Society of Japan

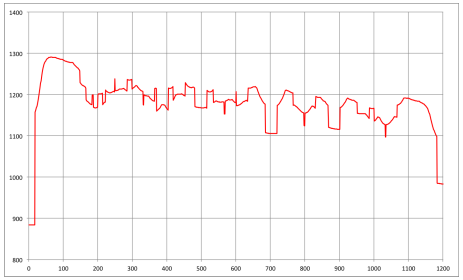

図 9 Sequenza III by Arnold, high (seqh)

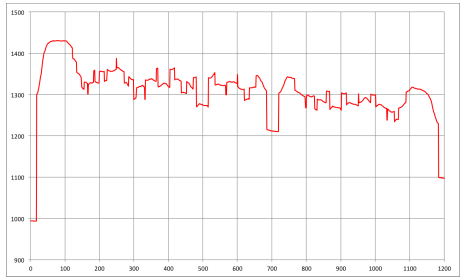

図 10 Sequenza III by Arnold, middle (seqm)

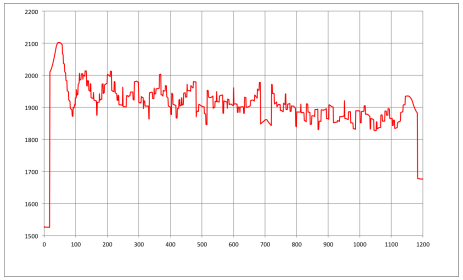

図 11 Sequenza III by Arnold, low (seql)

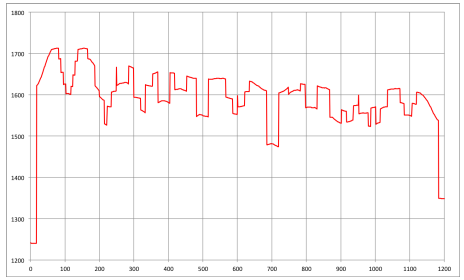

図 12 Celeste Aida by Domingo (aida)

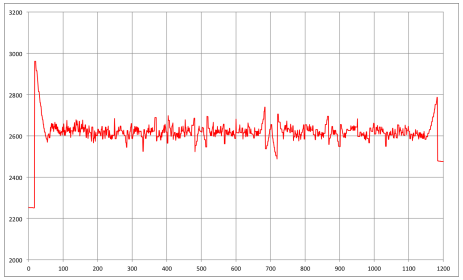

図 13 am.... prin.... ci... nel... mio by Lubbock or Beavan (amprin)

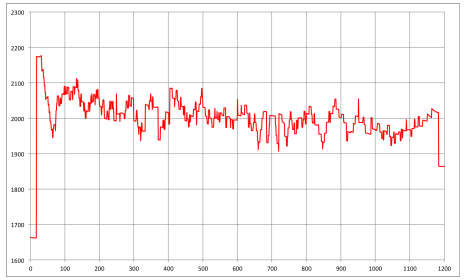

図 14 e.... la... un... qui.... e by Lubbock or Beavan (elaun)

考えられる．高音域である seqh や seqm および aida は，従来の規定に近い結果となったものの，幾つかの相違点が現れた．高音域においても数は少ないが基音の整数倍でない倍音が見つかった．その倍音が結果に影響したと考えられる．西洋音楽の原点とも言える歌唱について従来の規定と異なる結果が出たことは，西洋音楽の成立背景や作曲家および音楽理論家の考えていた音楽の枠組みについて，再検討の余地があることを示唆している．

今回の分析では，倍音の数および周波数帯域をどこまでとるかによって，算出結果がある程度異なる可能性がある．今回は，歌唱ホルマントおよび際立って音圧の高い倍音を対象に含むように考慮した．しかし，さらなる検討が必要である．

今回は西洋クラシック音楽における歌唱法を分析対象としたが，それ以外の唱法，たとえば日本の伝統的な歌唱や各地の民族音楽にまで対象を広げることにより，さまざまな音楽の成り立ちを協和・不協和特性の面から解き明かすことができる可能性がある．

参 考 文 献

1) Kameoka, A., Kuriyagawa, M.: Consonance Theory Part I: Consonance of Dyads, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 45, No. 6, pp. 1451-1459 (1969).
2) Kameoka, A., Kuriyagawa, M.: Consonance Theory Part II: Consonance of Complex Tones and Its Calculation Method, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 45, No. 6, pp. 1460-1469 (1969).
3) Plomp, R., Levelt, W.J.M.: Tonal Consonance and Critical Bandwidth, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 38, No. 4, pp. 548-560 (1965).
4) Sethares, W.: *Tuning, Timbre, Spectrum, Scale*, Springer (1998).
5) Sundberg, J.: *The Science of the Singing Voice*, Northern Illinois Univ. Press (1987) (榊原健一監訳, 伊藤みか, 小西知子, 林良子訳: 歌声の科学, 東京電機大学出版局 (2007)).
6) Tenney, J.: *A History of 'Consonance' and 'Dissonance'*, Excelsior Music Publishing Company, New York (1988).
7) 小方厚: 音律と音階の科学 ドレミ…はどのようにして生まれたか, 講談社 (2007).
8) 厨川守, 亀岡秋男: 協和性理論, 東芝レビュー, 25 巻, 4 号 (1970)
9) 小畑郁男: 楽器の音色を視野に入れた音高構成理論の研究-感覚的協和理論の音楽への応用-, 九州大学大学院博士号取得論文 (2001).
10) 高橋裕, 小林孝浩, 美輪眞弘: 不協和度解析に基づいた作曲の試み, 情報処理学会研究報告, Vol. MUS-83, No. 17 (2009).
11) 矢向正人: 言語ゲームとしての音楽 ヴィトゲンシュタインから音楽美学へ, 勁草書房 (2001).

© 2011 Information Processing Society of Japan