

## 識別的線形画像処理

原田 健吾<sup>†</sup> 玉木 徹<sup>†</sup> Bisser Raytchev<sup>†</sup> 金田 和文<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 〒 739-8527 広島県東広島市鏡山 1-4-1 広島大学工学研究科情報工学専攻

E-mail: <sup>†</sup>tamaki@hiroshima-u.ac.jp

あらまし 本論文では small sample size problem において、学習画像を増やす画像処理を generating matrix で表現し線形判別分析と組み合わせ、認識に適した画像処理を推定する手法を提案する。パターン認識において、十分な学習画像を用意できない場合でも認識を行う問題は small sample size problem と呼ばれ、この問題に対して少数の学習画像に様々な画像処理を施して学習画像を増やす手法が提案されている。また近年、画像ベクトル間の関係を行列で表現する手法が提案されてきている。この行列 (generating matrix) は SSSP での手法で使われる画像処理を表現することができる。本論文では線形判別分析と generating matrix を組み合わせ、線形判別分析の評価基準を最大化する画像処理を推定する。推定した画像処理を用いて画像を増やし認識実験を行った結果、認識率を向上させることができた。  
キーワード 線形判別分析, small sample size problem

### 1. はじめに

パターン認識において認識精度を向上させるためには多くの学習サンプルが必要である。一般に十分な量の学習サンプルを用意するにはコストがかかり、また実用的ではない場合もある。十分な数の学習サンプル数が確保できない場合でも認識を行う問題は small sample size problem (SSSP) や single (training) image per person と呼ばれる。SSSP に対して、少数の学習サンプルから多くの学習サンプルを作成し、認識率の向上を試みる研究が多く行われている [1] [2] [3] [4]。これらの手法のほとんどは、少数の学習サンプルに様々な画像処理を施すことで学習サンプル数を増やしている [1]。

しかし、SSSP における手法に対して 1 つの疑問が生じる。それは、学習サンプルを原サンプルから増やしても情報量は増えておらず、それにもかかわらず認識精度が向上するのはなぜかというものである。この理由として考えられる説明を 2 次元特徴空間に分布する 3 クラスのサンプルを例に行う (図 1)。各クラスに 3 サンプルずつあり、この場合の識別境界は図 1(a) となる。すべてのサンプルに対して 2 つのアフィン変換を施しサンプル数を 3 倍にする。すると図 1(b) のように識別境界は必ず変化する。つまり出力される識別結果に影響が出てくる。結局、あるサンプルに任意の変換を施して作成したサンプルが同じクラスに属することを識別器に理解させるには、その例を作成し学習させなければならない。このような議論は文献 [5] でも述べられており、実際に学習サンプルを作成する方法以外にも論文 [6] [7] [8] といった手法が提案されている。

一方、近年になって、画像ベクトル間の関係を次式のように行列で定式化する手法が提案されてきている [9] [10] [11]。

$$x_2 = Gx_1 \quad (1)$$

ここで  $x_1, x_2$  は画像ベクトル、 $G$  は画像間の関係を表現する行列である。Seitz ら [9] は、二つの画像から optical flow や dense stereo を行う方法として、画像間の関係を表す行列の要素をカーネルという単位で表現し、それを推定する手法を提案し、従来手法と同程度の精度を達成している。Tamaki ら [10] は、画像に写る物体の 1 自由度回転を巡回群行列で表現するために、画像間の関係を表す行列を分解し、新しい視点からの画像を作成した。

本論文のアイデアは、式 (1) のように行列で画像処理を表現することである。式 (1) の行列で表現できる画像処理は、平行移動や線形フィルタなど、処理後の画素値が処理前のいくつかの画素値の線形和で表現されるものである。本論文ではこのような画像処理を線形画像処理 (linear image processing) と呼び、線形画像処理を表現する行列を generating matrix と呼ぶことにする。上記で述べた SSSP で用いられる画像処理の多くは線形画像処理であり、generating matrix で表現することができる。また SSSP における識別器が、類似度計算に行列を用いるのであれば (例えば相互部分空間法 [12]、線形判別分析 [13] など)、generating matrix によりサンプルを増やす手法は大変親和性が高く、計算効率の向上が期待できる。

本論文では、SSSP において学習画像を増やす画像処理を generating matrix で表現し、線形判別分析と組み合わせ、線形判別分析の評価基準を最大化する画像処理を求める手法を提案する。この画像処理を本論文では識別的線形画像処理 (discriminative linear image processing) と呼ぶことにする。従来の SSSP における学習サンプルの増やし方は認識を考慮していない。線形判別分析と generating matrix を組み合わせることで、ただ画像を増

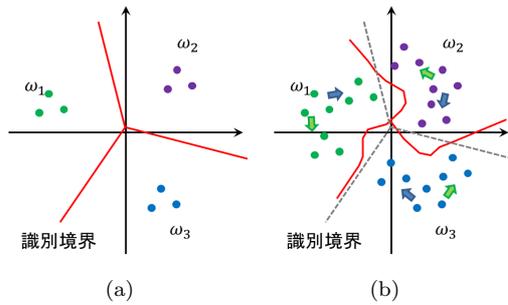


図 1 2次元特徴空間に分布する3クラスのサンプルの領域分割.

やすためだけに generating matrix を用いるのではなく、認識に適した画像処理を推定する。つまり線形判別分析の評価基準を最大化するような識別的線形画像処理を推定する。さらにこの提案手法は識別的線形画像処理と変換行列を同時に求めることができる。

本論文の構成を以下に示す。第2節では generating matrix が画像処理を表現できることを示す。第3節では、generating matrix を用いることで、実際に学習サンプルを作成することなく、実際に作成した場合と等価な線形判別分析が行えることを示す。第4節では線形画像処理の主成分分析を行い、generating matrix の圧縮について述べる。第5節では提案手法である識別的線形画像処理の推定について述べる。第6節では、識別的線形画像処理を実際に推定し、推定した画像処理を用いて学習画像を増やした場合での顔認識実験について述べる。

## 2. 線形画像処理と Generating Matrix

この節では generating matrix について述べる。

パターン認識では画像を画像ベクトルとして扱う。画像ベクトルとはサイズ  $w \times h$  の画像の全ての画素値を順番に並べた  $d$  次元ベクトル ( $d = wh$ ) である。画像ベクトルを扱うとき、画像間の関係は  $d \times d$  行列で表現できる。式 (1) において、ベクトルの要素に注目すると、一方のベクトルのある要素は、もう一方のベクトルの全ての要素の線形和である。このことから、画像処理後の画素値が処理前のいくつかの画素値の線形和で表現される画像処理は、行列で表現することができる。

簡単な画像処理の代表である  $3 \times 3$  線形フィルタを例に、線形画像処理が行列で表現できることを説明する。 $3 \times 3$  線形フィルタによる画像処理は、各画素に対して、注目画素の画素値とその8近傍の画素値に、位置の対応するフィルタの値をかけた線形和を求めている。これは9個の画素値以外の係数を0とした場合の、全ての画素値の線形和である。図2に示すように、式 (1) において画像ベクトル  $x_2$  の各要素は、 $x_1$  の全要素の線形和である。注目すべき9個の画素の位置は自明であるので、 $3 \times 3$  線形フィルタは行列で表現できる。線形フィルタ以外にはモーションブラーや平行移動や回転などの多くの画像処理を、行列で表現することができる。

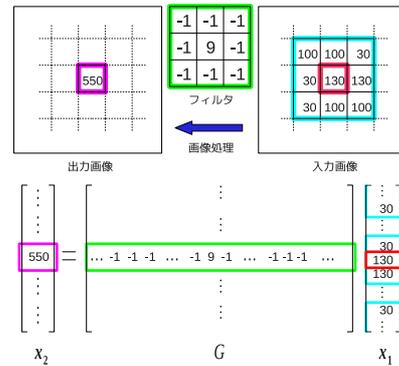


図 2  $3 \times 3$  線形フィルタ。画像処理後の画像の各画素は処理前の画素の線形和である。注目すべき9個の画素の位置は自明であるため、 $3 \times 3$  線形フィルタは行列で表現できる。

## 3. 線形判別分析と Generating Matrix

この節では、generating matrix を用いることで、実際に学習サンプルを作成することなく、実際に作成した場合と等価な識別が行える場合があることを示す。

### 3.1 線形判別分析

ここではクラス数  $c$  が2以上の場合での線形判別分析について説明する。

クラス  $\omega_i$  に属する  $n_i$  個のサンプルの集合  $\mathcal{X}_i$  において、共分散行列  $S_i$ 、クラス内共分散行列  $S_W$ 、クラス間共分散行列  $S_B$  を次のように定義する。

$$S_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_i} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T \quad (2)$$

$$S_W = \sum_{i=1}^c S_i \quad (3)$$

$$S_B = \sum_{i=1}^c (\mathbf{m}_i - \mathbf{m})(\mathbf{m}_i - \mathbf{m})^T \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{x}$  は  $d$  次元のサンプル、 $\mathbf{m}_i$  はクラス  $\omega_i$  に属するサンプルの平均、 $\mathbf{m}$  は全サンプルの平均を示す。次元削減された  $\tilde{d}$  次元空間でのサンプルを  $\mathbf{y}$ 、 $d \times \tilde{d}$  変換行列を  $A$  とする。

$$\mathbf{y} = A^T \mathbf{x} \in \mathcal{Y}_i \quad (5)$$

$A$  を用いて、次元削減された空間での共分散行列  $\tilde{S}_i$ 、クラス内共分散行列  $\tilde{S}_W$ 、クラス間共分散行列  $\tilde{S}_B$  は次のように与えられる。

$$\tilde{S}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{y} \in \mathcal{Y}_i} (\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{m}}_i)(\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{m}}_i)^T = A^T S_i A \quad (6)$$

$$\tilde{S}_W = \sum_{i=1}^c \tilde{S}_i = A^T S_W A \quad (7)$$

$$\tilde{S}_B = \sum_{i=1}^c (\tilde{\mathbf{m}}_i - \tilde{\mathbf{m}})(\tilde{\mathbf{m}}_i - \tilde{\mathbf{m}})^T = A^T S_B A \quad (8)$$

線形判別分析の代表的な評価基準  $J_s(A)$  は次のようになる。

$$J_s(A) = \frac{\text{tr}(\tilde{S}_B)}{\text{tr}(\tilde{S}_W)} = \frac{\text{tr}(A^T S_B A)}{\text{tr}(A^T S_W A)} \quad (9)$$

$J_s(A)$  の最大化問題は  $\tilde{S}_W = I$  の制約条件の下で  $\tilde{S}_B$  を最大化する変分問題となる。この解法は次の固有値問題を解くことで与えられる。

$$S_B A = S_W A \Lambda \quad (10)$$

ここで  $\Lambda$  は対角行列である。従って、 $S_W^{-1} S_W$  の固有値のうち大きい方から  $\tilde{d}$  個の固有値に対応する固有ベクトルが変換行列  $A$  となる。

しかし、 $d$  の値が大きいとき  $S_W$  は正則でなくなる。これは  $S_W$  のランクが  $n - c$  より小さいためである ( $n$  は全サンプル数)。このような場合、線形判別分析を行う前に主成分分析による  $d \times d'$  変換行列  $P$  を用いて次元削減する [13]。  $d' = n - c$  であり、 $P$  は全サンプルの共分散行列の固有値分解により求める。

$$X = \frac{1}{n} \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} (\mathbf{x} - \mathbf{m})(\mathbf{x} - \mathbf{m})^T \quad (11)$$

最終的に次元削減されたサンプルは次のようになる。

$$\mathbf{y} = A^T P^T \mathbf{x} \quad (12)$$

これより次元削減後のクラス内共分散行列  $\tilde{S}_W$ 、クラス間共分散行列  $\tilde{S}_B$  は次のようになる。

$$\tilde{S}_W = A^T (P^T S_W P) A \quad (13)$$

$$\tilde{S}_B = A^T (P^T S_B P) A \quad (14)$$

従って、 $(P^T S_W P)^{-1} P^T S_B P$  の固有値問題を解くことで変換行列  $A$  を求めることができる。

### 3.2 Small Sample Size Problem における線形判別分析

線形判別分析と generating matrix を組み合わせると、実際に学習画像を増やした場合と等価な変換行列  $A$  を得ることができる。

まず実際に原画像から学習画像を作成して線形判別分析を行う場合を考える。原画像  $\mathbf{x}$  に  $J$  個の画像処理 (何もしない画像処理を含む) を施して  $J$  個の画像  $\{\mathbf{x}_j\}$  を得る。全画像に対して同様の処理を行う。各クラスの画像枚数は  $Jn_i$  となる。そして主成分分析による次元削減行列  $P$ 、クラス内共分散行列  $S_W$ 、クラス間共分散行列  $S_B$  を計算し、 $(P^T S_W P)^{-1} P^T S_B P$  の固有値問題を解く。

次に generating matrix を用いて線形判別分析を行う場合を考える。 $J$  個の generating matrix  $\{G_j\}$  (そのうち 1 つは単位行列) を用いて画像  $\mathbf{x}$  から新たな画像  $\{\mathbf{x}_j\}$

を作成する。画像を増やしたときのクラス  $\omega_i$  に属する画像の平均  $\mathbf{m}'_i$ 、全画像の平均  $\mathbf{m}'$  は以下ようになる。

$$\mathbf{x}_j = G_j \mathbf{x} \quad (15)$$

$$\mathbf{m}'_i = \frac{1}{Jn_i} \sum_{j=1}^J \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_i} G_j \mathbf{x} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J G_j \mathbf{m}_i = \bar{G} \mathbf{m}_i \quad (16)$$

$$\mathbf{m}' = \bar{G} \mathbf{m} \quad (17)$$

ここで  $\bar{G}$  は  $\{G_j\}$  の平均である。続いてこれらをそれぞれの共分散行列に代入する。

$$S'_i = \frac{1}{Jn_i} \sum_{j=1}^J \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_i} (G_j \mathbf{x} - \mathbf{m}'_i)(G_j \mathbf{x} - \mathbf{m}'_i)^T \quad (18)$$

$$= \bar{G} (S_i - R_i) \bar{G}^T + \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J G_j R_i G_j^T \quad (19)$$

$$S'_W = \bar{G} (S_W - R_W) \bar{G}^T + \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J G_j R_W G_j^T \quad (20)$$

$$S'_B = \sum_{i=1}^c (\mathbf{m}'_i - \mathbf{m}') (\mathbf{m}'_i - \mathbf{m}')^T = \bar{G} S_B \bar{G}^T \quad (21)$$

ここで  $R_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_i} \mathbf{x} \mathbf{x}^T$  はクラス  $\omega_i$  の自己相関行列であり、 $R_W = \sum_{i=1}^c R_i$  である。

次元削減された空間でのサンプル  $\mathbf{y}_j$ 、クラス  $\omega_i$  に属するサンプルの平均  $\tilde{\mathbf{m}}'_i$ 、全サンプルの平均  $\tilde{\mathbf{m}}'$  は以下のようになる。

$$\mathbf{y}_j = A^T P^T \mathbf{x}_j = A^T P^T G_j \mathbf{x} \quad (22)$$

$$\tilde{\mathbf{m}}'_i = A^T P^T \mathbf{m}'_i = A^T P^T \bar{G} \mathbf{m}_i \quad (23)$$

$$\tilde{\mathbf{m}}' = A^T P^T \mathbf{m}' = A^T P^T \bar{G} \mathbf{m} \quad (24)$$

全画像の主成分分析により  $Jn - c$  次元まで次元削減する行列  $P$  は次の共分散行列の固有値分解により求める。

$$X' = \frac{1}{Jn} \sum_{j=1}^J \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} (G_j \mathbf{x} - \bar{G} \mathbf{m})(G_j \mathbf{x} - \bar{G} \mathbf{m})^T \quad (25)$$

$$= \bar{G} (X - R_{\text{all}}) \bar{G}^T + \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J G_j R_{\text{all}} G_j^T \quad (26)$$

ここで  $R_{\text{all}} = \frac{1}{n} \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} \mathbf{x} \mathbf{x}^T$  は全ての原画像からなる自己相関行列である。

これより次元削減された空間でのクラス内共分散行列  $\tilde{S}'_W$ 、クラス間共分散行列  $\tilde{S}'_B$  は次のようになる。

$$\tilde{S}'_i = \frac{1}{Jn_i} \sum_{\mathbf{y}_j \in \mathcal{Y}_i} (\mathbf{y}_j - \tilde{\mathbf{m}}'_i)(\mathbf{y}_j - \tilde{\mathbf{m}}'_i)^T \quad (27)$$

$$= A^T P^T S'_i P A \quad (28)$$

$$\tilde{S}'_W = \sum_{i=1}^c \tilde{S}'_i = A^T P^T S'_W P A \quad (29)$$

$$\tilde{S}'_B = \sum_{i=1}^c (\tilde{\mathbf{m}}'_i - \tilde{\mathbf{m}}') (\tilde{\mathbf{m}}'_i - \tilde{\mathbf{m}}')^T \quad (30)$$

$$= A^T P^T S'_B P A \quad (31)$$

以下、通常の線形判別分析と同様に  $(P^T S'_W P)^{-1} P^T S'_B P$  の固有値問題となる。  $S'_W, S'_B$  を計算するために、実際に画像を増やす必要はない。なぜなら  $S'_W, S'_B$  は  $S_W, S_B, R_W, \bar{G}$  から求めることができるが、  $S_W, S_B, R_W$  は学習サンプルが与えられれば計算することができ、  $\bar{G}$  も  $\{G_j\}$  から計算できるからである。従って、  $n_i$  個の学習サンプルをそれぞれ  $J$  個の画像処理で増やすコスト  $O(Jn_i)$  が、  $\bar{G}$  を計算するコスト  $O(J)$  と  $R_W$  を計算するコスト  $O(n_i)$  に減らせることがわかる。これは  $P$  についても同じことがいえる。

一方、追加で発生するコストもある。まず、サイズの大きい  $\{G_j\}, R_W$  を保持しなければならず、  $R_W$  と  $G_j, \bar{G}$  の積を計算する必要がある。  $J$  が大きくなると、このコストは非常に大きくなる。

#### 4. 線形画像処理の主成分分析

この節では、generating matrix を用いた画像処理の主成分分析 [11] について説明する。generating matrix は大変大きな行列であるので、主成分分析を行うことで圧縮する。

まず、generating matrix  $G_{\text{org}}$  を複数作成する。次に複数の行列  $\{G_{\text{org}}\}$  を掛け合わせたものを  $\{G_j\}$  とし、主成分分析を行う。得られた主成分画像処理を  $G_{e_k} (k = 1, \dots, K)$  とおく。  $K$  は寄与率により決定する。

今回  $G_{\text{org}}$  として、アフィン変換からスケーリング  $G_s(s)$  と回転  $G_r(\theta)$ 、ガウシアンフィルタ  $G_{\text{gau}}(\sigma)$ 、モーションブラー  $G_{\text{mbl}}(\phi)$  の4つの generating matrix を用いる。そして次に示すように各パラメータを変化させ、  $G_j$  を式 (32) より求める。

- スケーリング:  $s = \{0.9, 1.0, 1.1\}$
- 回転 [deg]:  $\theta = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- ガウシアンフィルタ:  $\sigma = \{0, 0.5, 0.6\}$

( $\sigma = 0$  のときは  $G_{\text{gau}}$  を単位行列とする)

- モーションブラー, strength:  $b = \{1, 2, 3\}$   
orientation [deg]:  $\phi = \{0, 45, 90, 135\}$

( $b = 1$  のとき  $G_{\text{mbl}}$  は単位行列で  $\phi$  の値に依存しない)

$$G_j = G_{\text{mbl}}(b, \phi) G_{\text{gau}}(\sigma) G_r(\theta) G_s(s) \quad (32)$$

$\{G_j\}$  の総数は 567 であり、寄与率を 95% とした場合、  $K = 96$  となった。求めた  $G_{e_k}$  により作成した画像を図 3 に示す。それぞれの画像は画素値の最小値を 0、最大値を 255 となるように正規化している。

#### 5. 線形判別分析における識別的線形画像処理

この節は、線形判別分析と generating matrix を組み合わせ、線形判別分析の評価基準を最大化する識別的線形画像処理を推定する手法について述べる。

SSSP における画像を増やす画像処理は generating matrix を使用することで、実際に画像を作成する手間を省くことができる。また主成分分析を行うことで使用

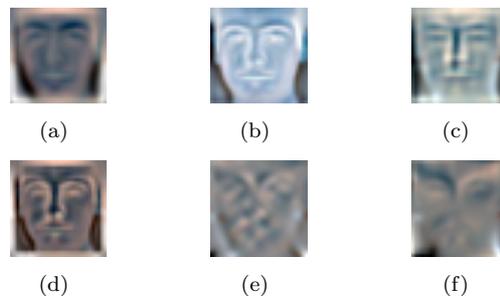


図 3 主成分画像処理を施した画像。(a) から順番に第 1 主成分から第 6 主成分までの画像処理を示す。顔画像は AR face database [14] を使用。

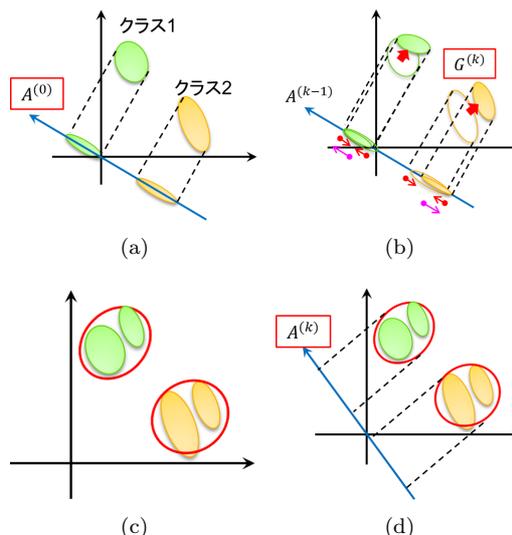


図 4 提案手法の手順。(a) 線形判別分析の変換行列を求める。(b) 評価基準を最大化する generating matrix を推定する。(c) 求めた generating matrix より再度共分散行列を計算する。(d) 再度線形判別分析を行う。そして (b)(c)(d) の処理を繰り返す。

する線形画像処理の数を圧縮することができる。しかし generating matrix は大変大きな行列であるので計算量が膨大となり、ただ画像作成に generating matrix を使用するだけでは手法としてのメリットはない。そこで本論文では、SSSP において generating matrix を用い、識別的線形画像処理と線形判別分析の変換行列を同時に求める手法を提案する。

まず提案手法の概要を述べ、手法の手順を説明する。次に識別的線形画像処理の推定、線形判別分析の変換行列の導出について説明する。

##### 5.1 提案手法の概要

本手法は、識別的線形画像処理を 1 つ推定する処理と線形判別分析の変換行列を求める処理を交互に繰り返す行い、複数の識別的線形画像処理を推定する。1 つの識別的線形画像処理の推定にはリッツの変分法 [15] を用いる。つまり  $k$  回目の処理において、推定する識別的線形画像処理  $G^{(k)}$  は既に作成しておいた線形独立な  $J$  個の

generating matrix  $\{G_j\}$  の線形和であるとし、線形和の重み  $\{\alpha_j^{(k)}\}$  を推定する。

$$G^{(k)} = \sum_j^J \alpha_j^{(k)} G_j \quad (33)$$

$\{G_j\}$  には generating matrix の主成分分析で求めた基底を用いる。識別的線形画像処理  $G^{(k)}$  を求め画像が増えることで、その度に変化する主成分分析の次元削減行列  $P^{(k)}$  と線形判別分析の変換行列  $A^{(k)}$  を求める。以下に提案手法の具体的な手順を以下に示す。

(1)  $k=0, G^{(0)} = I$  とし、 $P^{(0)}, A^{(0)}$  を求める (図 4(a))。そして  $k=1$  とする。

(2)  $P^{(k-1)}, A^{(k-1)}$  を既知とし、評価基準  $J_s(\alpha^{(k)})$  を最大化する線形和の重み  $\{\alpha_j^{(k)}\}$  を求める (図 4(b))。

(3) 求めた  $G^{(k)}$  より線形判別分析の各共分散行列を計算し、 $P^{(k)}, A^{(k)}$  を求める (図 4(c))。

(4)  $k=k+1$  とし、手順 2 に戻る (図 4(d))。ここで  $\alpha^{(k)}$  は線形和の重み  $\{\alpha_j^{(k)}\}$  を要素に持つベクトルとする。

$$\alpha^{(k)} = [\alpha_1^{(k)}, \alpha_2^{(k)}, \dots, \alpha_J^{(k)}]^T \quad (34)$$

## 5.2 識別的線形画像処理の推定

識別的線形画像処理を推定するために、最大化する線形判別分析の評価基準  $J_s(\alpha^{(k)})$  を導出し、線形和の重み  $\{\alpha_j^{(k)}\}$  について解く。

$k$  回目の処理において  $c$  個あるクラスのうち、クラス  $\omega_i$  に属する原画像  $x$  は 1 つの generating matrix  $G^{(k)}$  により画像  $x^{(k)}$  に変換されるとする。

$$x^{(k)} = G^{(k)} x = \sum_{j=1}^J \alpha_j^{(k)} G_j x \quad (35)$$

このときクラス  $\omega_i$  に属する画像の平均  $m_i^{(k)}$ 、全画像の平均  $m^{(k)}$  は次のようになる。

$$m_i^{(k)} = \frac{1}{n_i} \sum_{x^{(k)} \in \mathcal{X}_i} x^{(k)} = G^{(k)} m_i \quad (36)$$

$$m^{(k)} = G^{(k)} m \quad (37)$$

そして  $k$  回目より前に求めた generating matrix の和を  $F^{(k)}$  とおき、 $k$  回目の処理までに求めた  $k+1$  個の generating matrix  $\{G^{(l)}\}$  の平均を  $G_{\text{ave}}^{(k)}$  とする。

$$F^{(k)} = \sum_{l=0}^{k-1} G^{(l)} \quad (38)$$

$$G_{\text{ave}}^{(k)} = \frac{1}{k+1} \sum_{l=0}^k G^{(l)} = \frac{F^{(k)} + G^{(k)}}{k+1} \quad (39)$$

次に、 $\{G^{(k)}\}$  を用いて画像が増えた状態でのクラス内共分散行列  $\tilde{S}_W^{(k)}$ 、クラス間共分散行列  $\tilde{S}_B^{(k)}$  は次のよ

うになる。

$$\begin{aligned} \tilde{S}_W^{(k)} &= D^{(k-1)T} G_{\text{ave}}^{(k)} (S_W - R_W) G_{\text{ave}}^{(k)T} D^{(k-1)} \\ &\quad + \frac{1}{k+1} \sum_{l=0}^k D^{(k-1)T} G^{(l)} R_W G^{(l)T} D^{(k-1)} \quad (40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{(k+1)^2} D^{(k-1)T} G^{(k)} (S_W + kR_W) G^{(k)T} D^{(k-1)} \\ &\quad + \frac{1}{(k+1)^2} \left\{ D^{(k-1)T} G^{(k)} (S_W - R_W) F^{(k)T} D^{(k-1)} \right. \\ &\quad \left. + D^{(k-1)T} F^{(k)} (S_W - R_W) G^{(k)T} D^{(k-1)} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{(k+1)^2} D^{(k-1)T} F^{(k)} (S_W - R_W) F^{(k)T} D^{(k-1)} \\ &\quad + \frac{1}{k+1} \sum_{l=0}^{k-1} D^{(k-1)T} G^{(l)} R_W G^{(l)T} D^{(k-1)} \quad (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{S}_B^{(k)} &= D^{(k-1)T} G_{\text{ave}}^{(k)} S_B G_{\text{ave}}^{(k)T} D^{(k-1)} \quad (42) \\ &= \frac{1}{(k+1)^2} D^{(k-1)T} G^{(k)} S_B G^{(k)T} D^{(k-1)} \\ &\quad + \frac{1}{(k+1)^2} \left\{ D^{(k-1)T} G^{(k)} S_B F^{(k)T} D^{(k-1)} \right. \\ &\quad \left. + D^{(k-1)T} F^{(k)} S_B G^{(k)T} D^{(k-1)} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{(k+1)^2} D^{(k-1)T} F^{(k)} S_B F^{(k)T} D^{(k-1)} \quad (43) \end{aligned}$$

ここで  $P^{(k-1)}, A^{(k-1)}$  は既知であり、 $D^{(k-1)} = P^{(k-1)} A^{(k-1)}$  とする。また  $S_W$  は画像を増やしていない状態でのクラス内共分散行列、 $S_B$  はクラス間共分散、 $R_W = \sum_{i=1}^c R_i$  であり、 $R_i$  はクラス  $\omega_i$  の自己相関行列である。

続いて式 (41), (43) のトレースは次のようになる。

$$\text{tr} \left( \tilde{S}_W^{(k)} \right) = \alpha^{(k)T} H_W^{(k)} \alpha^{(k)} + 2q_W^{(k)T} \alpha^{(k)} + \pi_W^{(k)} \quad (44)$$

$$\text{tr} \left( \tilde{S}_B^{(k)} \right) = \alpha^{(k)T} H_B^{(k)} \alpha^{(k)} + 2q_B^{(k)T} \alpha^{(k)} + \pi_B^{(k)} \quad (45)$$

ここで、

$$H_W^{(k)} = \{h_{Wjl}^{(k)}\} \quad (46)$$

$$h_{Wjl}^{(k)} = \frac{1}{(k+1)^2}$$

$$\text{tr} \left\{ D^{(k-1)T} G_j (S_W + kR_W) G_l^T D^{(k-1)} \right\} \quad (47)$$

$$q_W^{(k)} = \frac{1}{(k+1)^2} [q_W^{(k)1}, q_W^{(k)2}, \dots, q_W^{(k)J}]^T \quad (48)$$

$$q_{Wj}^{(k)} = \text{tr} \left\{ D^{(k-1)T} G_j (S_W - R_W) F^{(k)T} D^{(k-1)} \right\} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \pi_W^{(k)} &= \frac{1}{(k+1)^2} \\ &\text{tr} \left\{ D^{(k-1)T} F^{(k)} (S_W - R_W) F^{(k)T} D^{(k-1)} \right\} \\ &+ \frac{1}{k+1} \sum_{l=0}^{k-1} \text{tr} \left\{ D^{(k-1)T} G^{(l)} R_W G^{(l)T} D^{(k-1)} \right\} \end{aligned} \quad (50)$$

$$H_B^{(k)} = \left\{ h_{Bjl}^{(k)} \right\} \quad (51)$$

$$h_{Bjl}^{(k)} = \frac{\text{tr} \left\{ D^{(k-1)T} G_j S_B G_l^T D^{(k-1)} \right\}}{(k+1)^2} \quad (52)$$

$$\mathbf{q}_B^{(k)} = \frac{1}{(k+1)^2} \left[ q_{B1}^{(k)}, q_{B2}^{(k)}, \dots, q_{Bj}^{(k)} \right]^T \quad (53)$$

$$q_{Bj}^{(k)} = \text{tr} \left\{ D^{(k-1)T} G_j S_B F^{(k)T} D^{(k-1)} \right\} \quad (54)$$

$$\pi_B^{(k)} = \frac{\text{tr} \left\{ D^{(k-1)T} F^{(k)} S_B F^{(k)T} D^{(k-1)} \right\}}{(k+1)^2} \quad (55)$$

である．また  $H_W^{(k)}, H_B^{(k)}$  は対称行列である．サイズはどちらも  $J \times J$  である．

ここで次のようなベクトル  $\beta^{(k)}$  を定義する．

$$\beta^{(k)} = \left[ \alpha^{(k)T}, 1 \right]^T \quad (56)$$

最終的に導出すべき評価基準は次のようになる．

$$J'_s(\beta^{(k)}) = \frac{\text{tr}(\tilde{S}'_B^{(k)})}{\text{tr}(\tilde{S}'_W^{(k)})} = \frac{\beta^{(k)T} Q_B^{(k)} \beta^{(k)}}{\beta^{(k)T} Q_W^{(k)} \beta^{(k)}} \quad (57)$$

$$Q_B^{(k)} = \begin{bmatrix} H_B^{(k)} & \mathbf{q}_B^{(k)} \\ \mathbf{q}_B^{(k)T} & \pi_B^{(k)} \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$Q_W^{(k)} = \begin{bmatrix} H_W^{(k)} & \mathbf{q}_W^{(k)} \\ \mathbf{q}_W^{(k)T} & \pi_W^{(k)} \end{bmatrix} \quad (59)$$

式 (57) は一般化レイリー商の形であり， $Q_W^{(k)-1} Q_B^{(k)}$  の固有値問題で解くことができる． $Q_W^{(k)-1} Q_B^{(k)}$  の最大固有値に対応する固有ベクトルを  $e^{(k)}$  とする． $e^{(k)}$  の最後の要素を  $e_{\text{last}}^{(k)}$  とし，次に示すように正規化したものが求める重みベクトル  $\alpha^{(k)}$  である．

$$\beta^{(k)} = \frac{1}{e_{\text{last}}^{(k)}} e^{(k)} = \left[ \alpha^{(k)}, 1 \right]^T \quad (60)$$

### 5.3 線形判別分析の変換行列の導出

$G^{(k)}$  を1つ推定する度に線形判別分析を行う．画像ベクトルに線形判別分析を適用する場合，まず全ての画像の主成分分析により次元削減を行う．これはクラス内共分散行列を正則にするためである．画像が増えた場合の



図5 実験で使用する画像 (ORL face database [16]) .

共分散行列  $X^{(k)}$  は次のようになる

$$\begin{aligned} X^{(k)} &= G_{\text{ave}}^{(k)} (X - R_{\text{all}}) G_{\text{ave}}^{(k)T} \\ &+ \frac{1}{k+1} \sum_{l=0}^k G^{(l)} R_{\text{all}} G^{(l)T} \end{aligned} \quad (61)$$

$X^{(k)}$  の固有値分解により求めた次元削減行列  $P^{(k)}$  のサイズを  $d \times d'$  とすると  $d' = (k+1)n - c$  である．

続いて画像が増えた状態でのクラス内共分散行列  $S_W^{(k)}$ ，クラス間共分散行列  $S_B^{(k)}$  を求める．

$$\begin{aligned} S_W^{(k)} &= G_{\text{ave}}^{(k)} (S_W - R_W) G_{\text{ave}}^{(k)T} \\ &+ \frac{1}{k+1} \sum_{l=0}^k G^{(l)} R_W G^{(l)T} \end{aligned} \quad (62)$$

$$S_B^{(k)} = G_{\text{ave}}^{(k)} S_B G_{\text{ave}}^{(k)T} \quad (63)$$

$(P^{(k)T} S_W^{(k)} P^{(k)})^{-1} P^{(k)T} S_B^{(k)} P^{(k)}$  の固有値分解により  $A^{(k)}$  を求めることができる． $A^{(k)}$  のサイズは  $d' \times \tilde{d}$  である．

## 6. 識別的線形画像処理の推定と顔認識実験

この節では，識別的線形画像処理の推定と，求めた識別的線形画像処理を用いて顔認識実験を行う．

### 6.1 識別的線形画像処理の推定

前節で説明した識別的線形画像処理を推定する．

顔画像には ORL face database [16] を使用する．ORL face database には男女 40 人それぞれ 10 枚の顔画像があり，識別的線形画像処理の推定には各人物の最初の 5 枚を使用する．残りの 5 枚は 6.2 節で行う顔認識実験でのテスト画像とする．画像サイズは  $32 \times 32$  に変更する (図 5) .

本実験でのパラメータと各行列のサイズを表 1 に示す． $\{G_j\}$  には 4. 節で求めた，寄与率 95% を最初に超える第 96 番目までの  $\{G_{ek}\}$  を使用する．具体的には以下の式に示すように  $\{G_j\}$  を定義する． $\bar{G}_{\text{PCA}}$  は主成分分析を行った 567 個の generating matrix の平均とする．

$$G_j = 100 G_{ej} + \bar{G}_{\text{PCA}}, \quad j = 1, \dots, 96 \quad (64)$$

$\{G_{ej}\}$  は主成分分析の際にノルムが 1 となるように正規化されているので，画像にかけると各画素値は小さい値になってしまう．これを防ぐために今回は  $\{G_{ej}\}$  を 100 倍している．従って， $\{G_j\}$  をどのように設定する

表 1 識別的線形画像処理推定実験のパラメータ

|                        |             |
|------------------------|-------------|
| 画像サイズ                  | 32 × 32     |
| generating matrix のサイズ | 1024 × 1024 |
| クラス数 $c$               | 40          |
| 各クラスの画像枚数 $n_i$        | 5           |
| 全画像枚数 $n$              | 200         |
| $\{G_j\}$ の個数 $J$      | 96          |

表 2  $X^{(k)}$  のランク

|                        |     |     |     |     |
|------------------------|-----|-----|-----|-----|
| $k$                    | 0   | 1   | 2   | 3   |
| $d' (= (k + 1)n - c)$  | 160 | 360 | 560 | 760 |
| $\text{rank}(X^{(k)})$ | 199 | 399 | 599 | 736 |

表 3  $e^{(k)}$  同士の内積

|           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
|           | $e^{(1)}$ | $e^{(2)}$ | $e^{(3)}$ |
| $e^{(1)}$ | 1.0000    | 0.9989    | 0.9997    |
| $e^{(2)}$ | -         | 1.0000    | 0.9997    |
| $e^{(3)}$ | -         | -         | 1.0000    |

表 4  $\frac{\alpha^{(k)}}{|\alpha^{(k)}|}$  同士の内積

|                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
|                                       | $\frac{\alpha^{(1)}}{ \alpha^{(1)} }$ | $\frac{\alpha^{(2)}}{ \alpha^{(2)} }$ | $\frac{\alpha^{(3)}}{ \alpha^{(3)} }$ |
| $\frac{\alpha^{(1)}}{ \alpha^{(1)} }$ | 1.0000                                | 0.9966                                | 0.9996                                |
| $\frac{\alpha^{(2)}}{ \alpha^{(2)} }$ | -                                     | 1.0000                                | 0.9985                                |
| $\frac{\alpha^{(3)}}{ \alpha^{(3)} }$ | -                                     | -                                     | 1.0000                                |



図 6 求めた  $G^{(k)}$  により作成した画像．左の 3 つは、 $G^{(1)}$ 、 $G^{(2)}$ 、 $G^{(3)}$  により作成．右端のものは、 $G^{(1)}$  により作成した画像に対して、さらに  $G^{(2)}$  を施して作成した画像である．

かで求める識別的線形画像処理は大きく変わってくる． $\{G_j\}$  の設定方法は今後調査する必要がある．

結果を表 2、表 3、表 4、図 6 に示す．結果に示すように  $G^{(k)}$  は 3 つしか求めることができなかった．これは  $X^{(3)}$  のランクが原因である． $G^{(3)}$  を求めた後、 $P^{(3)}$  により特徴空間の次元を 1024 から  $760 (= (3 + 1)200 - 40)$  に次元削減し、続いて  $A^{(3)}$  により 39 次元まで次元を削減する．表 2 に示すように  $X^{(3)}$  のランクは 760 より小さい値となっている．つまり  $G^{(3)}$  により増える画像は  $G^{(2)}$  により増える画像とほぼ同じ画像であるといえる．表 3 と表 4 に示すように、 $Q_W^{(k)-1} Q_B^{(k)}$  の固有値問題より求めた各  $e^{(k)}$ 、 $\alpha^{(k)}$  の類似度は高く、求めた 3 つの  $G^{(k)}$  はほぼ同じといえる．

また求めた線形判別分析の変換行列の基底画像を図 7 に示す．

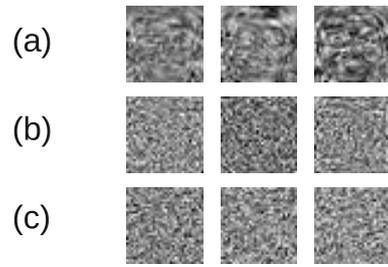


図 7 線形判別分析の変換行列の基底画像．(a) は  $k = 0$ 、(b) は  $k = 1$ 、(c) は  $k = 2$  のときで、左側より第 1 から第 3 までを示す．

## 6.2 顔認識実験

この節では顔認識実験を行い、提案手法を検証する．前節で推定した識別的線形画像処理は処理を繰り返してもほぼ同じものが得られた．そこで推定した識別的線形画像処理が認識に適しているかどうかを判断するため、推定した識別的線形画像処理と、線形和の基底である 96 個の generating matrix それぞれ 1 つのみ用いて学習画像を増やし認識率を求める．

使用する画像は前節での実験と同じ画像を使用する．前節の実験で使用した画像を学習画像、残りの使用していない画像をテスト画像とする．各クラス 5 枚の学習画像を 1 つの generating matrix を用いて学習画像枚数を 10 枚に増やし、合計 400 枚とする．テスト画像 200 枚を 40 クラスに分類する問題となる．各画像ベクトルは線形判別分析により 39 次元まで次元削減する．認識手法として nearest neighbor と部分空間法 (CLAFIC 法、投影する各クラスの部分空間の次元は 5 次元とする) を用いてそれぞれ認識率を求める．

また参考として、学習画像を増やさず (without) 同じテスト画像を認識する場合、4. 節での線形画像処理の主成分分析のために使用した 567 個の generating matrix 全てを用いて学習画像を増やし、同じテスト画像を認識する場合での認識率を求める．

結果を表 5 にまとめる．表には認識率の高かったもののいくつかを示す．表からわかるように  $G_{29}$  を用いて画像を増やした場合が高い認識率を得た． $G^{(1)}$  は  $G_{29}$  の次に高い認識率を得た．このことから識別的線形画像処理は認識率を向上させる画像処理であるといえる．さらに、567 個の generating matrix を用いて学習画像を増やした場合の認識率は、 $G^{(1)}$  を 1 つ用いて学習画像を増やした場合の認識率よりも低かった．このことから、複数の画像処理を用いてただ学習画像の量を増やすより、認識に適した画像処理を推定し学習画像を増やす方が精度の向上が見込めるといえる．また、提案手法は識別的線形画像処理を推定する処理を繰り返し、複数の画像処理を推定する手法であるが、処理を繰り返して求めた画像処理は過度に平滑化してしまい、認識率を下げってしまった．従って、提案手法は処理を繰り返さず、1 回の処理

表 5 認識率．括弧内の数字は 98 個の認識率の順位を示す．

| G             | Recognition Rate [%] |          |
|---------------|----------------------|----------|
|               | NN                   | CLAFIC   |
| $G_{29}$      | 89.0(1)              | 88.0(1)  |
| $G^{(1)}$     | 88.5(2)              | 87.0(2)  |
| $G^{(2)}$     | 81.0(52)             | 80.0(29) |
| without       | 86.0                 | 86.0     |
| $\{G\}^{567}$ | 78.0                 | 76.0     |

で求めた画像処理のみを用いて画像を作成すると認識率の向上が望める．

## 7. おわりに

本研究では，small sample size problem において，学習画像を増やす画像処理を generating matrix で表現し線形判別分析と組み合わせることで，線形判別分析の評価基準を最大化する識別的線形画像処理を推定した．識別的線形画像処理をレイリー商という閉じた解として求めることができることは，利点としての意味は大きい．そして推定した識別的線形画像処理を用いて画像枚数を増やすことで，認識率を向上させることができた．また，提案手法の処理を繰り返すことで求められる識別的線形画像処理は過度な平滑化の画像処理となってしまった．従って，提案手法の繰り返し回数は 1 回で良いことがわかった．

今後の課題として，提案手法のさらなる解析と改良と他の認識手法と組み合わせることである．線形判別分析以外に support vector machine や nearest neighbor，相互部分空間法などの組み合わせも検討する．

## 謝 辞

一般化レイリー商について有益なコメントを頂いた産業界技術総合研究所の藤木淳氏に感謝します．

## 文 献

- [1] H. Ishida, T. Takahashi, I. Ide, Y. Mekada, and H. Murase, "Identification of Degraded Traffic Sign Symbols by a Generative Learning Method", ICPR2006, Vol. 1, pp. 531–534, 2006.
- [2] Q. Gao, L. Zhang, and D. Zhang, "Face Recognition using FLDA with Single Training Image per Person", Applied Mathematics and Computation, Vol. 205, No. 2, pp. 726–734, 2008.
- [3] H. Yin, P. Fu, and S. Meng, "Sampled FLDA for Face Recognition with Single Training Image per Person", Neurocomputing, Vol. 69, No. 16–18, pp. 2443–2445, 2006.
- [4] X. Tan, S. Chen, Z. Zhou, and F. Zhang, "Face Recognition from a Single Image per Person: A Survey", Pattern Recognition, Vol. 39, No. 9, pp. 1725–1745, 2006.
- [5] C. M. Bishop, パターン認識と機械学習 上下, 元田浩, 栗田多喜夫, 樋口知之, 松本裕治, 村田昇 監訳, シュプリンガー・ジャパン, 2007.
- [6] P. Simard, B. Victorri, Y. LeCun, and J. Denker,

"Tangent Prop – a Formalism for Specifying Selected Invariances in an Adaptive Network", Advances in Neural Information Processing Systems, Vol. 4, pp. 895–903, 1992.

- [7] P. Y. Simard, D. Steinkraus, and J. Platt, "Best Practice for Convolutional Neural Networks Applied to Visual Document Analysis", Proc. of ICDAR, pp. 958–962, 2003.
- [8] Y. LeCun, L. Bottou, Y. Bengio, and P. Haffner, "Gradient-based Learning Applied to Document Recognition", Proc. of the IEEE, Vol. 86, pp. 2278–2324, 1998.
- [9] S. Seitz, and S. Baker, "Filter Flow", Proc. of ICCV, 2009.
- [10] T. Tamaki, T. Amano, and K. Kaneda, "Representing images of a rotating object with cyclic permutation for view-based pose estimation", Computer Vision and Image Understanding, Vol. 113, No. 12, pp. 1210–1221, 2009.
- [11] 原田健吾, 玉木徹, Bisser Raytchev, 金田和文, "線形的画像処理の主成分分析と顔認識への適用", 第 13 回 画像の理解・認識シンポジウム (MIRU2010), pp. 176–179, 2010.
- [12] O. Yamaguchi, K. Fukui, and K. Maeda, "Face Recognition using Temporal Image Sequence", Proc. of IEEE the 3rd International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition, pp. 318–323, 1998.
- [13] P. N. Belhumeur, J. P. Hespanha, and D. J. Kriegman, "Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition using Class Specific Linear Projection", Trans. of PAMI, Vol. 19, No. 7, pp. 711–720, 1997.
- [14] A. Martinez, and R. Benavente, "The AR Face Database", CVC Technical Report, No. 24, 1998.
- [15] 篠崎寿夫, 松森徳衛, 吉田正廣, 現代工学のための変分学入門, 現代工学社, 1991.
- [16] The ORL face database, website: <http://www.cam-orl.co.uk/facedatabase.html>, AT&T Laboratories Cambridge.