光線空間超解像に適した多視点カメラ配置法の検討

中島　　諒†　　高橋　桂太††　　苗村　　健†,††

† 東京大学大学院情報理工学系研究科　〒 113–8656 東京都文京区本郷 7–3–1
†† 東京大学 IRT 研究機構　〒 113–8656 東京都文京区本郷 7–3–1
E-mail: †{nakashima,keita,naemura}@nae-lab.org

あらまし　本稿では，光線空間超解像に適した多視点カメラの配置について検討する．光線空間超解像とは，多視点カメラによって撮影された画像群を入力として，空間内の任意の平面から発する光線を再構成型超解像の枠組みによって合成するものであり，自由視点映像合成などへの応用が考えられる．光線空間超解像においては，多視点カメラの配置によってカメラ間の視差が異なるため，超解像処理の安定性が異なる．そこで本研究では，カメラ配置と合成される光線空間の品質との関係について，超解像処理の条件数をもとに解析を行った．カメラを正方格子状に配置した場合と，その状態からずらした配置について検討を行い，後者の場合の方がより広い奥行きの範囲において安定的に超解像処理が可能であることを数値的に示した．

キーワード　多視点画像，カメラアレイ，超解像処理，自由視点画像

1. はじめに

近年，高い臨場感や直感的な情報提示を目的として，3 次元実空間の視覚情報そのものを記録・再生する技術が盛んに研究されている．視覚情報の取得には多視点カメラがよく用いられる．多視点カメラで取得された画像群は，同じシーンを異なる視点から撮影したものであるため冗長性が高い．この冗長性を用いて，取得された光線情報を高解像度化する処理が研究されている [1], [2].

本研究は，光線の高解像度化に最適なカメラ配置を導出することを目的としている．そこで本稿では，その最も基本的な形である光線空間超解像に適したカメラ配置を検討する．光線空間超解像（図 1）とは，多視点カメラによって取得された画像群を入力とし，再構成型超解像 [3] の枠組みによって任意の平面における高解像度画像を合成する処理である．超解像の枠組みは単一の奥行きにあてはめるものの，合成対象の平面は任意の位置に配置することができるため，本研究は原理的には 3 次元空間そのものを再構成する品質を定量化するものであり，様々な奥行きに被写体が存在するような一般的なシーンにも適用可能である．この処理は，超解像処理による自由視点映像合成 [1], [2] などに応用できると考えられる．

再構成型超解像とは，複数の低解像度画像から 1 枚の高解像度画像を合成する処理である．低解像度画像では原信号の高周波数成分が点広がり関数（PSF）によって減衰し，エイリアシングによって折り返されている．再構成型超解像では，サンプリング位置が異なる複数の低解像度画像を用いてエイリアシング成分を分離し，ぼけを復元することで高周波成分を復元する．そのため，低解像度画像同士のサンプリング位置のずれが合成画像の品質を左右する．光線空間超解像においては，サンプリング位置のずれはカメラ間の視差に対応するため，多視点カメラの配置によって合成画像の品質が異なる．例えばカメラが 2 次元の正方格子状に並んでいる場合，ある奥行きにおいては全てのカメラのサンプリング位置が均一に分布し，合成画像の品質が高くなる．一方，別の奥行きでは，全てのカメラのサンプリング位置が重複し，超解像処理が不安定になる．その結果，合成された画像の品質は悪化する．

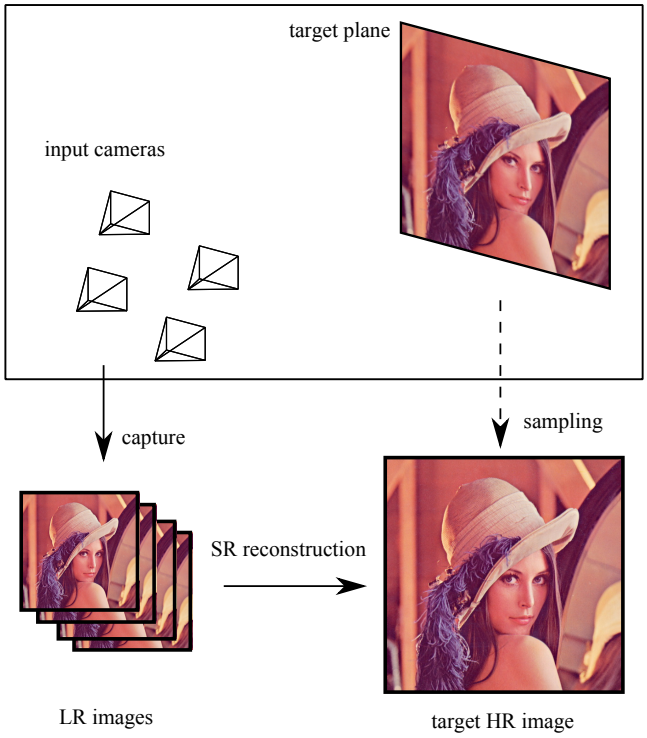


図 1　光線空間超解像

そこで，本研究は多視点カメラの配置を最適化し，す

べての奥行きに対して品質の高い画像を合成することを目的とする．本稿ではその基礎的な検討として，カメラが 2 次元の正方格子状に並んでいる場合，および正方格子にずれを加えた場合について，光線空間超解像の安定性を条件数によって評価する．

本稿の構成を述べる．まず 2 章で超解像処理の数値的な振る舞いに関する関連研究を紹介する．次に 3 章では光線空間超解像を定式化する．その後，4 章において条件数の数学的性質について説明を行い，カメラ配置と条件数の関係を導出する．5 章においては，カメラ配置が正方格子である場合，および正方格子から位置をずらした場合のそれぞれについて，条件数を求め，超解像処理の安定性を検討する．最後に 6 章においてまとめを行う．

2. 関 連 研 究

一般的に，再構成型超解像処理は，(1) 低解像度画像のレジストレーション，(2) 低解像度画像からの高解像度画像の復元の 2 つのステップで行われる [3]．本稿では，合成対象となる平面の奥行きは一定であり，カメラ配置は既知であるとしている．つまり，(1) のステップの結果は既知となる．そのため，ここでは (2) の画像復元の安定性のみを考える．

画像復元の安定性を決める主な要素は，(a) 低解像度画像同士のサブピクセル精度の位置ずれ，(b) 画像の PSF の 2 つである．ここでは，それぞれの要素と超解像処理の安定性の関係について述べる．

まず，(a) の低解像度画像の位置ずれに関する研究を紹介する．Robinson らは文献 [4] において，超解像処理の安定性を Cramér-Rao の下界によって評価し，低解像度画像群のサンプリング位置が空間的に一様に分布している場合が最も安定であることを示した．本研究で対象としている光線空間超解像では，カメラ配置が正方格子状であるとき，奥行きに対して周期的にこの状況が現れる．

さらに，画素ずれがランダムに分布している場合についても解析が行われている．Champagnat らは文献 [5] において，画素ずれの小数部分が低解像度画像の 0 画素から 1 画素の間に一様に分布している場合の画質について，モンテカルロ法によって解析を行った．その結果，平均的には超解像処理は有効に働き，理想的な位置ずれの場合とさほど変わらないパフォーマンスが期待できるということが明らかになった．本研究では，カメラにランダムな位置ずれを加えた場合について，同様にモンテカルロ法により解析を行う．

(b) の PSF と超解像処理の安定性の関係についても解析が行われている．Baker らは文献 [6] において，PSF が Box 関数である場合の条件数について解析し，拡大率が 2 以上の整数である場合は条件数が無限大になり，安定に超解像処理を行うことが不可能であることを示した．田中らは文献 [7] において，一般的な PSF に対する超解像の条件数を導出し，低解像度画像が無数に存在する場合，超解像の条件数は PSF の周波数スペクトルの最小成分の逆数の平方根で表されるという条件数定理を証明した．本研究では PSF についての検討は行わないが，条件数を用いて超解像の安定性を評価するという点でこれらの研究を参考にした．

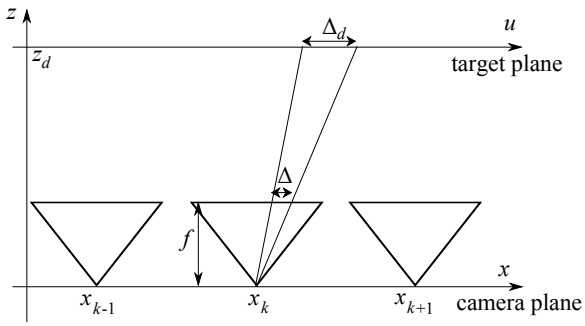


図 2　パラメータの取り方

3. 光線空間超解像の定式化

本章においては，周波数領域において光線空間超解像の定式化を行う．ここでは，文献 [8] と同様の流れで定式化を行うが，光線空間超解像の場面設定に合わせて適宜パラメータを変更している．

3.1 場 面 設 定

光線空間超解像の場面設定を 2 次元的に図示したものが図 2 である．まず，空間内に (x, y, z) 座標を定める．合成対象となる平面の奥行きを z_d とし，対象平面 $z = z_d$ 上に (u, v) 座標を定める．また，カメラは合計 K 台であり，全て平面 $z = 0$ 内に配置されていると仮定する．カメラの焦点距離を f，画素ピッチを Δ とする．k 番目 $(1 \leqq k \leqq K)$ のカメラの位置を $(x_k, y_k, 0)$ とする．

対象平面上の光線を $h(u, v)$ とする．高解像度画像 $g_H(u, v)$ は対象平面上の光線 $h(u, v)$ をサンプリングしたものである．なお，サンプリングの間隔については後述する．また，k 番目のカメラから取得された低解像度画像を $g_{L,k}(u, v)$ と書く．本稿における検討では，高解像度画像 $g_H(u, v)$ は低解像度画像 $g_{L,k}(u, v)$ の 2 倍の解像度であるとする．光線空間超解像は，多視点カメラで撮影された低解像度画像群 $\{g_{L,k}(u, v)\}$ から高解像度画像 $g_H(u, v)$ を復元する問題となる．

3.2 撮像モデル

まず，カメラによる低解像度画像 $g_{L,k}(u, v)$ の撮像モデルについて述べる．カメラの焦点面 $z = f$ において間隔 Δ で光線をサンプリングすることは，図 2 の幾何学的関係から，合成対象平面 $z = z_d$ において間隔 $\Delta_d(z_d)$ で光線をサンプリングすることと等価である．ただし，$\Delta_d(z_d)$ は次式により定められる．

$$\Delta_d(z_d) = \frac{z_d}{f}\Delta \tag{1}$$

$\Delta_d(z_d)$ は対象平面の奥行き z_d によって変化する．式を簡潔にするため，z_d への依存性を考える必要がない場合は $\Delta_d(z_d)$ を Δ_d と略記する．

k 番目のカメラから撮影された低解像度画像 $g_{L,k}(u,v)$ は，次式によって定められる．

$$g_{L,k}(u,v) = (h(u,v) * b_L(u,v))\,\delta_{\Delta_d}(u+x_k, v+y_k) + n_k(u,v) \quad (2)$$

ただし，式中の $*$ は畳みこみ演算を表す．また，$b_L(u,v)$ はカメラの PSF，$n_k(u,v)$ は観測ノイズである．$\delta_{\Delta_d}(u,v)$ は間隔 Δ_d のサンプリング関数であり，以下のように定められる．

$$\delta_{\Delta_d}(u,v) = \sum_{(m,n)\in\mathbb{Z}} \delta(u-m\Delta_d, v-n\Delta_d) \quad (3)$$

高解像度画像は，低解像度画像の 2 倍の解像度であることより，高解像度画像 $g_H(u,v)$ のサンプリング間隔は $\Delta_d/2$ となる．よって，高解像度画像 $g_H(u,v)$ は次式によって定められる．

$$g_H(u,v) = (h(u,v) * b_H(u,v))\,\delta_{\Delta_d/2}(u,v) + n(u,v) \quad (4)$$

ただし，$b_H(u,v)$ は高解像度画像の PSF である．

3.3 周波数領域における超解像

前節で述べた撮像モデルに基づいて，周波数領域における光線空間超解像を定式化する．

議論を単純化するため，連続画像 $h(u,v)$ の帯域は $(-2\pi/\Delta_d, 2\pi/\Delta_d)$ であると仮定する．つまり，高解像度画像のサンプリング間隔 $\Delta_d/2$ はナイキスト条件を満たすとする．この状態を図 3(a) に示す．図中の円状領域が連続画像 $h(u,v)$ の周波数スペクトル $\hat{h}(\hat{u},\hat{v})$ を模式的に表したものである．ただし，$\hat{}$ は対応する記号の周波数領域での表現である．

(4) 式をフーリエ変換することにより，高解像度画像 $g_H(u,v)$ の周波数スペクトル $\hat{g}_H(\hat{u},\hat{v})$ が得られる．$\hat{g}_H(\hat{u},\hat{v})$ は $\hat{u}$，$\hat{v}$ の両方に関して周期的であり，その周期は $4\pi/\Delta_d$ である．$\hat{u},\hat{v} \in (-2\pi/\Delta_d, 2\pi/\Delta_d)$ の範囲においては，$\hat{g}_H(\hat{u},\hat{v})$ は以下のように表される．

$$\hat{g}_H(\hat{u},\hat{v}) = \frac{16\pi^2}{\Delta_d^2}\hat{h}(\hat{u},\hat{v})\hat{b}_H(\hat{u},\hat{v}) + \hat{n}(\hat{u},\hat{v}) \quad (5)$$

高解像度画像のスペクトル $\hat{g}_H(\hat{u},\hat{v})$ を模式的に図 3(b) に示す．ただし，図中の赤い枠は $\hat{u},\hat{v} \in (-2\pi/\Delta_d, 2\pi/\Delta_d)$ の範囲を表している．サンプリング間隔がナイキスト条件を満たしているため，エイリアシングは発生しない．

同様に，低解像度画像 $g_{L,k}(u,v)$ の周波数スペクトル $\hat{g}_{L,k}(\hat{u},\hat{v})$ は (2) 式のフーリエ変換により得られる．低解像度画像のスペクトル $\hat{g}_{L,k}(\hat{u},\hat{v})$ は $\hat{u}$，$\hat{v}$ の両方に関して周期的であり，その周期は $2\pi/\Delta_d$ である．$\hat{u},\hat{v} \in (0, 2\pi/\Delta_d)$ の範囲においては，$\hat{g}_{L,k}(\hat{u},\hat{v})$ は以下のように表される．

$$\hat{g}_k(\hat{u},\hat{v}) = \frac{1}{4}\sum_{m,n}^{\{0,1\}} \hat{g}'\left(\hat{u}-\frac{2m\pi}{\Delta_d}, \hat{v}-\frac{2n\pi}{\Delta_d}\right) e^{2j\pi\frac{mx_k+ny_k}{\Delta_d}} + \hat{n}_k(\hat{u},\hat{v}) \quad (6)$$

と表される．ただし，

$$\hat{g}'(\hat{u},\hat{v}) = \hat{g}_H(\hat{u},\hat{v})\frac{\hat{b}_L(\hat{u},\hat{v})}{\hat{b}_H(\hat{u},\hat{v})} \quad (7)$$

である．低解像度画像のスペクトル $\hat{g}_{L,k}(\hat{u},\hat{v})$ を模式的に図 3(c) に示す．ただし，図中の赤い枠は $\hat{u},\hat{v} \in (0, 2\pi/\Delta_d)$ の範囲を表している．エイリアシングにより，低解像度画像のスペクトルは連続画像の 4 つの成分（$\hat{h}(\hat{u},\hat{v})$，$\hat{h}(\hat{u}-2\pi/\Delta_d,\hat{v})$，$\hat{h}(\hat{u},\hat{v}-2\pi/\Delta_d)$，$\hat{h}(\hat{u}-2\pi/\Delta_d,\hat{v}-2\pi/\Delta_d)$）の線形結合として表される．

(6) 式を全てのカメラについて縦に並べ，行列として表記すると，次式が得られる．

$$\hat{\mathbf{g}}_L = \hat{\mathbf{W}}\,\hat{\mathbf{g}}_H + \hat{\mathbf{n}} \quad (8)$$

ただし，$\hat{\mathbf{g}}_L$ は低解像度画像のスペクトルをそれぞれのカメラについて並べた縦ベクトルである．

$$\hat{\mathbf{g}}_L = \begin{pmatrix} \hat{g}_{L,1}(\hat{u},\hat{v}) \\ \hat{g}_{L,2}(\hat{u},\hat{v}) \\ \vdots \\ \hat{g}_{L,K}(\hat{u},\hat{v}) \end{pmatrix} \quad (9)$$

$\hat{\mathbf{g}}_H$ は高解像度画像のスペクトルを並べた縦ベクトルである．

$$\hat{\mathbf{g}}_H = \begin{pmatrix} \hat{g}_H(\hat{u}, \hat{v}) \\ \hat{g}_H(\hat{u}-\frac{2\pi}{\Delta_d}, \hat{v}) \\ \hat{g}_H(\hat{u}, \hat{v}-\frac{2\pi}{\Delta_d}) \\ \hat{g}_H(\hat{u}-\frac{2\pi}{\Delta_d}, \hat{v}-\frac{2\pi}{\Delta_d}) \end{pmatrix} \quad (10)$$

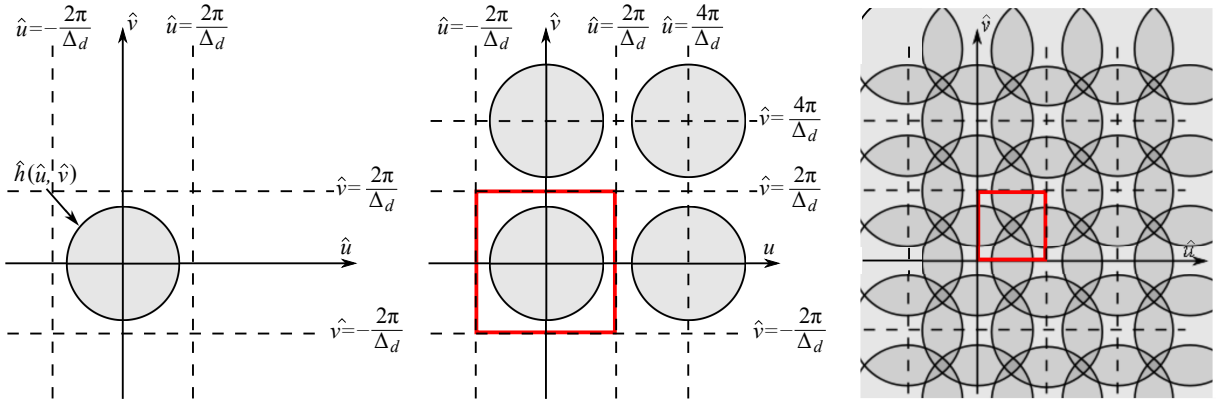
また，$\hat{\mathbf{W}}$ は画像の観測モデルを表す行列であり，以下の 2 つの行列の積で表される．

$$\hat{\mathbf{W}} = \hat{\mathbf{M}}\hat{\mathbf{B}} \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} 1 & e^{2j\pi x_1/\Delta_d} & e^{2j\pi y_1/\Delta_d} & e^{2j\pi(x_1+y_1)/\Delta_d} \\ 1 & e^{2j\pi x_2/\Delta_d} & e^{2j\pi y_2/\Delta_d} & e^{2j\pi(x_2+y_2)/\Delta_d} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & e^{2j\pi x_K/\Delta_d} & e^{2j\pi y_K/\Delta_d} & e^{2j\pi(x_K+y_K)/\Delta_d} \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{B}} = \mathrm{diag}\begin{pmatrix} \hat{b}_H(\hat{u}, \hat{v})/\hat{b}_L(\hat{u}, \hat{v}) \\ \hat{b}_H(\hat{u}-\frac{2\pi}{\Delta_d}, \hat{v})/\hat{b}_L(\hat{u}, \hat{v}-\frac{2\pi}{\Delta_d}) \\ \hat{b}_H(\hat{u}, \hat{v}-\frac{2\pi}{\Delta_d})/\hat{b}_L(\hat{u}, \hat{v}-\frac{2\pi}{\Delta_d}) \\ \hat{b}_H(\hat{u}-\frac{2\pi}{\Delta_d}, \hat{v}-\frac{2\pi}{\Delta_d})/\hat{b}_L(\hat{u}-\frac{2\pi}{\Delta_d}, \hat{v}-\frac{2\pi}{\Delta_d}) \end{pmatrix} \quad (13)$$

$\hat{\mathbf{M}}$ はカメラの配置によって定まる K 行 4 列の行列であり，$\hat{\mathbf{M}}$ の k 行目は k 番目のカメラの位置に対応している．以降では，この行列のことをカメラ配置行列と呼ぶ．



(a) 原画像　(b) 高解像度画像　(c) 低解像度画像

図 3　周波数スペクトル

$\hat{\mathbf{B}}$ は PSF によって定まる 4 行 4 列の行列である．以降では，この行列を PSF 行列とよぶ．

最後に，$\hat{\mathbf{n}}$ は観測ノイズを表す縦ベクトルである．

$$\hat{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} \hat{n}_1(\hat{u},\hat{v}) \\ \hat{n}_2(\hat{u},\hat{v}) \\ \vdots \\ \hat{n}_K(\hat{u},\hat{v}) \end{pmatrix} \tag{14}$$

式（8）が，光線空間超解像における画像の観測モデルである．光線空間超解像の数値的な振る舞いは，$\hat{\mathbf{W}}$ の性質によって定まる．次章においては，$\hat{\mathbf{W}}$ の条件数を評価し，光線空間超解像の安定性とカメラ配置の関係を解析する．

4.　光線空間超解像の条件数

条件数とは，線形連立方程式の係数行列に対して定義され，方程式の解の安定性を評価する指標である．条件数の小さい連立方程式は安定であり，条件数の大きい連立方程式は不安定であるといえる．特に条件数が無限大の場合，その連立方程式は特異となる．

光線空間超解像の条件数 $\mathrm{cond}(\hat{\mathbf{W}})$ は，次式により求められる．

$$\mathrm{cond}(\hat{\mathbf{W}}) = \| \hat{\mathbf{W}} \| \cdot \| \hat{\mathbf{W}}^{+} \| \tag{15}$$

$$= \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\hat{\mathbf{W}}^{*}\hat{\mathbf{W}})}{\lambda_{\min}(\hat{\mathbf{W}}^{*}\hat{\mathbf{W}})}} \tag{16}$$

ただし，$\| \hat{\mathbf{W}} \|$ は行列の作用素ノルムである．また，$\hat{\mathbf{W}}^{+}$ は $\hat{\mathbf{W}}$ の Moore-Penrose の疑似逆行列である．$\lambda_{\max}(\hat{\mathbf{W}}^{*}\hat{\mathbf{W}})$，$\lambda_{\min}(\hat{\mathbf{W}}^{*}\hat{\mathbf{W}})$ は $\hat{\mathbf{W}}^{*}\hat{\mathbf{W}}$ のそれぞれ最大，最小固有値である．

（8）式を解くことによって推定される高解像度画像 $\hat{\mathbf{g}}_H$ の相対誤差は条件数 $\mathrm{cond}(\hat{\mathbf{W}})$ を用いて以下のように評価できる．

$$\frac{\| \hat{\mathbf{e}} \|_2}{\| \hat{\mathbf{g}}_H \|_2} \leqq \mathrm{cond}(\hat{\mathbf{W}}) \frac{\| \hat{\mathbf{n}} \|_2}{\| \hat{\mathbf{g}}_L \|_2} \tag{17}$$

ただし，$\hat{\mathbf{e}}$ は $\hat{\mathbf{g}}_H$ の推定誤差を表す．（17）式は低解像度画像 $\hat{\mathbf{g}}_L$ の相対誤差に対する高解像度画像 $\hat{\mathbf{g}}_H$ の相対誤差の大きさの上限を与えている．$\mathrm{cond}(\hat{\mathbf{W}})$ が小さいほど観測誤差 $\hat{\mathbf{n}}$ に対して安定に高解像度画像 $\hat{\mathbf{g}}_H$ を推定することができる．

光線空間超解像においては，$\hat{\mathbf{W}}$ の条件数を評価する必要があるが，この行列はカメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ と PSF 行列 $\hat{\mathbf{B}}$ の積であるため，$\hat{\mathbf{W}}$ を直接解析することは容易ではない．そのため，カメラ配置行列と PSF 行列を独立に扱う．次式に示されるように，$\hat{\mathbf{W}}$ の条件数はカメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ と PSF 行列 $\hat{\mathbf{B}}$ の条件数によって上から抑えられる．

$$\begin{aligned} \mathrm{cond}(\hat{\mathbf{W}}) &= \| \hat{\mathbf{M}}\hat{\mathbf{B}} \| \cdot \| (\hat{\mathbf{M}}\hat{\mathbf{B}})^{+} \| \\ &\leqq \left(\| \hat{\mathbf{M}} \| \cdot \| \hat{\mathbf{B}} \| \right) \left(\| \hat{\mathbf{M}}^{+} \| \cdot \| \hat{\mathbf{B}}^{-1} \| \right) \\ &= \left(\| \hat{\mathbf{M}} \| \cdot \| \hat{\mathbf{M}}^{+} \| \right) \left(\| \hat{\mathbf{B}} \| \cdot \| \hat{\mathbf{B}}^{-1} \| \right) \\ &= \mathrm{cond}(\hat{\mathbf{M}}) \cdot \mathrm{cond}(\hat{\mathbf{B}}) \end{aligned} \tag{18}$$

ただし，1 行目から 2 行目への変形には，作用素ノルムの劣乗法性を用いた．このことから，カメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ と PSF 行列 $\hat{\mathbf{B}}$ を独立に評価することは，条件数の上限，つまり画質の最悪値の評価と同値である．

本稿ではカメラ配置と条件数の関係を検討するため，以降はカメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ の条件数についての考察を行い，PSF 行列 $\hat{\mathbf{B}}$ については取り扱わないこととする．また，以後本稿ではカメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ の条件数のことを単に条件数と呼ぶ．

5.　カメラ配置の解析

本章では，具体的なカメラ配置を仮定して条件数を解析する．まず 5.1 でカメラが正方格子状に配置されている場合について解析的に条件数を導出し，条件数が大き

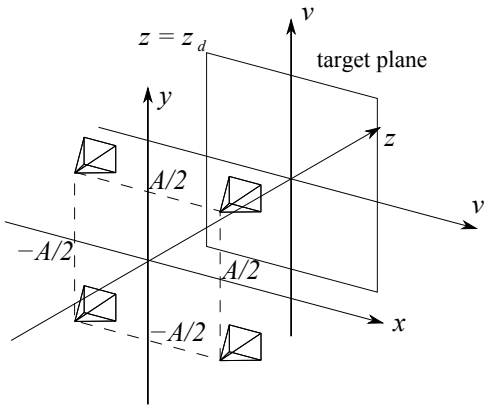


図 4　格子状の配置

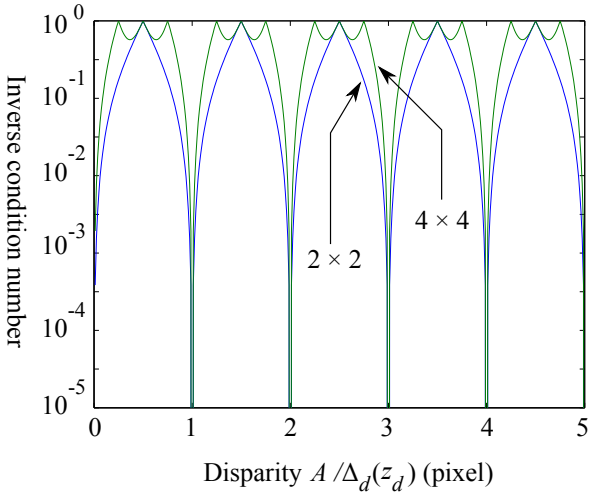


図 5　奥行きと条件数の関係（正方格子の場合）

く超解像処理が不安定になる奥行きが周期的に表れることを示す．その後，5.2 でそれぞれのカメラの位置を正方格子からずらした場合の条件数について，モンテカルロ法で解析する．

5.1　正方格子状の配置

本節では 4 台（2×2）あるいは 16 台（4×4）のカメラが正方格子状に配置されている状況を考える．まず，カメラ台数が 4 台（2×2）の場合について，場面設定とカメラ配置行列の具体的な形を示す．

カメラ間隔を A とし，それぞれのカメラの位置を $(\pm A/2, \pm A/2)$ とする．この状況を図 4 に示す．このとき，カメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ は以下のような対称行列となる．

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} 1 & e^{-j\pi A/\Delta_d} & e^{-j\pi A/\Delta_d} & e^{-2j\pi A/\Delta_d} \\ 1 & e^{-j\pi A/\Delta_d} & e^{j\pi A/\Delta_d} & 1 \\ 1 & e^{j\pi A/\Delta_d} & e^{-j\pi A/\Delta_d} & 1 \\ 1 & e^{j\pi A/\Delta_d} & e^{j\pi A/\Delta_d} & e^{2j\pi A/\Delta_d} \end{pmatrix} \quad (19)$$

詳細な導出は付録 A に記述するが，カメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ の条件数は，以下のように求められる．

$$\mathrm{cond}(\hat{\mathbf{M}}) = \frac{1 + \left|\cos \pi \frac{A}{\Delta_d(z_d)}\right|}{1 - \left|\cos \pi \frac{A}{\Delta_d(z_d)}\right|} \quad (20)$$

カメラが 16 台（4×4 の正方格子状配置）の場合も同様に解析できる．カメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ は 16 行 4 列の行列となり，$\hat{\mathbf{M}}$ の条件数は以下のように求められる．

$$\mathrm{cond}(\hat{\mathbf{M}}) = \frac{1 + \left|\cos \frac{2\pi A}{\Delta_d(z_d)} \cos \frac{\pi A}{\Delta_d(z_d)}\right|}{1 - \left|\cos \frac{2\pi A}{\Delta_d(z_d)} \cos \frac{\pi A}{\Delta_d(z_d)}\right|} \quad (21)$$

なお，この導出は付録 B に記述している．

カメラが 4 台（2×2），16 台（4×4）の場合のそれぞれについて，カメラ間の視差 $A/\Delta_d(z_d)$ とカメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ の条件数の逆数の関係をプロットしたものを図 5 に示す．条件数の逆数は，値が大きいほど超解像処理が安定であることを示し，値が小さいほど超解像処理が不安定であることを示す．また，$A/\Delta_d(z_d)$ は奥行きの逆数に比例するため，グラフの横軸は奥行きと反比例する．つまり，グラフの左端は無限遠に対応しており，右に進むに従って対応する奥行きは手前側になる．

カメラ台数が 4 台（2×2），16 台（4×4）のどちらの場合においても，A が $\Delta_d(z_d)$ のちょうど整数倍であるときに条件数の逆数が 0 となり，カメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ が特異になることがわかる．これは，すべての画像のサンプリング位置が重複する状況に対応する．この状況では明らかに超解像処理を行うことはできない．以降では，このような奥行きを特異な奥行きと呼ぶ．グラフおよび (20)，(21) 式から，特異な奥行きが一定の視差ごとに現れることがわかる．

カメラ台数が 4 台（2×2）の場合，A が $\Delta_d(z_d)$ の半整数倍にちょうど一致するときに条件数の逆数が 1 となり，画質が最も良いことがわかる．これは，すべての画像のサンプリング位置が空間的に均一に分布しており，超解像処理が理想的に機能する状況に対応している．以降では，このような奥行きを最良の奥行きと呼ぶ．16 台（4×4）の場合，A が $\Delta_d(z_d)$ の半整数倍である場合に加えて，整数+1/4，整数+3/4 倍の場合にも条件数の逆数が 1 となる．

最後に，4 台（2×2）の場合と，16 台（4×4）のグラフを比較すると，全体として 16 台の方が条件数が小さいことがわかる．これは，カメラ台数を増やすと推定に用いる低解像度画像が増えノイズに対する安定性が向上する，という直感と合致する．

以上のことから，カメラ配置が正方格子状である場合，カメラを増やすと全体的な条件数は向上するが，特異な奥行きはカメラの数に関わらず存在することがわかる．

5.2　正方格子にずれを加えた配置

前節において，カメラが正方格子状に配置されている場合は特異な奥行きが周期的に出現することをみた．これは，カメラ配置が周期的であり，特定の奥行きにおい

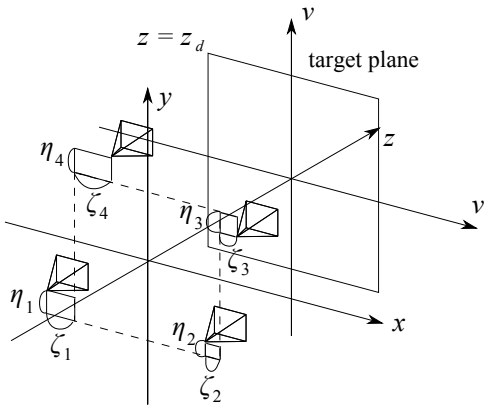


図 6　正方格子にずれを加えた配置

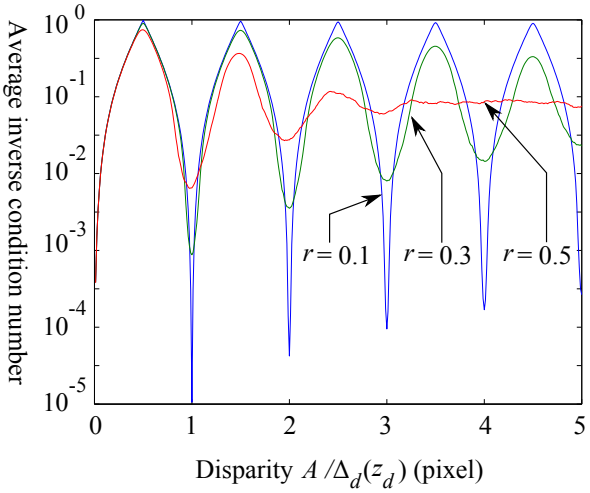


図 7　奥行きと条件数の関係（ずれを加えた場合，カメラ 4 台）

て全てのカメラの画素のサンプリング位置が重なることに起因する．そこで，正方格子状の配置にずれを加え，画素のサンプリング位置が重複しないようにすれば，正方格子の場合に特異であった奥行きの条件数を小さくできると考えられる．

この場合は，カメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ の条件数を解析的に求めるのは容易ではない．そのため，本節ではモンテカルロ法を用い，位置ずれ量をランダムに多数生成してカメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ の条件数を数値的に計算し，条件数の傾向を分析する．

5.2.1　モンテカルロ法による解析

ここでは，モンテカルロ法による解析の概要を述べる．カメラの台数 K は前節と同様 4 台（2×2），および 16 台（4×4）とした．k 番目（$1\leqq k\leqq K$）のカメラの位置を (ζ_k,η_k) だけずらした．ただし，位置ずれ量 (ζ_k,η_k) は区間 $(-rA,rA)$ 内の一様乱数から生成した．ここで，r（$0<r$）は分布の幅を決めるパラメータである．r が小さいとカメラの配置は正方格子に近づき，r が大きいとカメラの配置のランダム性が増すため，r はカメラ配置の乱雑さを表すパラメータであると解釈できる．カメラが 4 台の場合についてのカメラ配置の一例を図 6 に示す．

本実験においては，r を 0.01 から 0.5 まで 0.01 ずつ変化させ，各々の r について 1000 通りの位置ずれを乱数により生成した．その後，それぞれの配置について，奥行きが $0<A/\Delta_d(z_d)\leqq10$ を満たす範囲でカメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ の条件数を数値的に計算した．

5.2.2　奥行きと条件数の関係

r を固定し，それぞれの奥行きに対して，1000 通りのランダムな配置にわたる条件数の逆数の平均を求めた．ただし，(17) 式より，条件数は割合を表す量であるため，平均としては相乗平均を用いた．

カメラ台数を 4 台（2×2）とし，$r=0.1$，0.3，0.5 のそれぞれについて奥行きと条件数の逆数の平均をプロットしたものが図 7 である．ただし，横軸は図 5 と同様に，正方格子における視差 $A/\Delta_d(z_d)$ である．$r>0$ の場合，正方格子において特異な奥行きにおいても条件数が 0 より大きいことがわかる．特に，r が大きいほど，正方格子において特異な奥行きでの条件数の逆数が大きいという傾向がみられる．例えば，$A/\Delta_d(z_d)=2$ のとき，$r=0.1$ の場合は条件数の逆数がおよそ $10^{-4.5}$ であるのに対し，$r=0.3$ の場合はおよそ $10^{-2.5}$，$r=0.5$ の場合はおよそ $10^{-1.5}$ となっている．一方 r が大きいほど，最良な奥行きにおける条件数の逆数が減少している．例えば，$A/\Delta_d(z_d)=3.5$ のとき，$r=0.1$ の場合は条件数の逆数がほぼ 1 であるのに対し，$r=0.3$ の場合はおよそ $10^{-0.5}$，$r=0.5$ の場合はおよそ 10^{-1} となっている．つまり，特異な奥行きにおける条件数の逆数と，最良な奥行きにおける条件数の逆数はパラメータ r によって調整されるトレードオフの関係にあることがわかる．

次に，カメラの台数と条件数の関係を調べた．カメラ台数 4 台（2×2），16 台（4×4）のそれぞれについて，$r=0.1$，0.5 の場合のグラフをプロットしたものが図 8 である．カメラの台数が 16 台の方が全体として条件数の逆数が大きいことがわかる．つまり，正方格子にずれを加えた場合においても，カメラの台数が増えるにつれて安定性が増すといえる．

以上のことから，正方格子状の配置においては条件数の逆数が 0 である特異な奥行きが存在したが，ずれを加えることですべての奥行きにおいて条件数の逆数が 0 より大きくなる配置が実現できることがわかった．しかし，特異な奥行きにおける条件数と，最良な奥行きにおける条件数はトレードオフの関係にあるため，トレードオフをコントロールするパラメータ r と奥行き全体にわたる平均条件数との関係を解析する必要がある．以降ではこの解析について述べる．

5.2.3　乱雑さパラメータ r と画質の関係

乱雑さパラメータ r と，奥行き全体にわたる平均条件数との関係を解析した．ただし，本検討においては奥行き全体にわたる平均として，$0<A/\Delta_d(z_d)\leqq10$ の範囲での相乗平均を用いた．混乱を避けるため，奥行き全体にわたる平均条件数の逆数を以降では平均画質と呼ぶ．

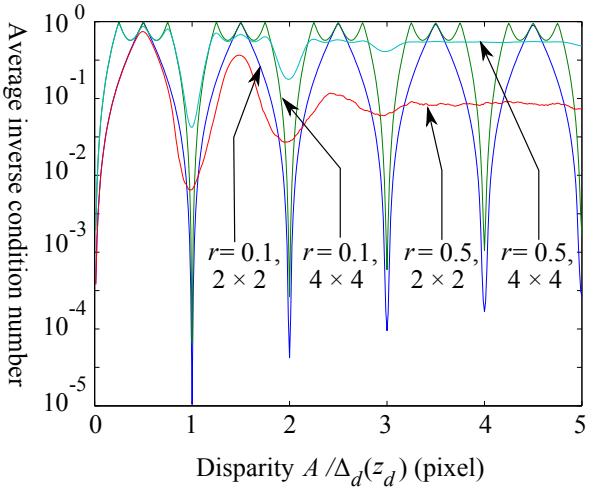


図 8　カメラ台数 K と条件数の関係（ずれを加えた場合）

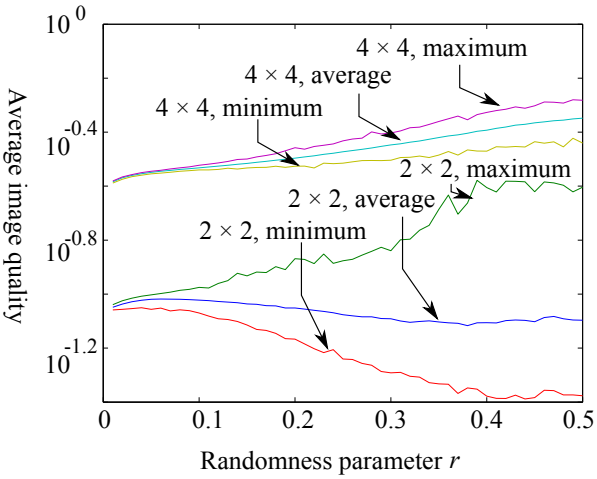


図 9　乱雑さパラメータ r と平均画質との関係

これは，全ての奥行きが一様に出現する場合，合成画像の品質は全ての奥行きでの条件数の平均によって評価できると考えられるからである．なお，正方格子の場合には，特異な奥行きが存在するため平均画質は 0 となる．

乱雑さを決めるパラメータ r を横軸，平均画質を縦軸としてプロットしたものを図 9 に示す．図中には，4 台（2×2）の場合，16 台（4×4）の場合のそれぞれについて，1000 通りの配置にわたる平均画質の最小値，平均値，最大値をプロットしている．

まず，1000 回の配置にわたる平均について議論する．4 台（2×2）の場合は，$r < 0.05$ の領域においては平均画質が緩やかに上昇している．これは，特異な奥行きにおける条件数が改善されることの効果だと考えられる．また，$r > 0.05$ の領域では，平均画質が緩やかに減少していることがわかる．これは，最良な奥行きにおける条件数が悪化することによると考えられる．前者の効果が後者の効果と等しくなる点が $r = 0.05$ 付近であり，平均画質が最大値をとっている．

16 台（4×4）の場合は，$0 < r \leqq 0.5$ の範囲では平均画質が単調に増加している．これは，4 台の場合に比べて，特異な奥行きにおける条件数の改善の寄与が大きく，最良な奥行きにおける条件数の悪化の寄与が小さいためだと考えられる．

次に，1000 回の通りの配置にわたる平均画質の最大値，最小値について議論する．平均画質の最大値と最小値の幅を見ると，4 台（2×2），16 台（4×4）の両方において単調に広がる傾向がみられる．つまり，r が小さい場合はどのような配置においても平均画質はそれほど変わらないが，r が大きいと配置によって平均画質が変化しやすくなる．つまり，平均画質をコントロールするには，ランダム性を大きくしすぎるべきではないと考えられる．また，平均画質の最小値を見ると，1000 通りの中で最も悪い場合においても正の値をとっている．正方格子の場合は平均画質が 0 であることを考えると，ランダムな位置ずれを加えた場合の悪いケースにおいても，正方格子の場合よりは画質が良いといえる．

6. 結　　論

本稿では，光線空間超解像のための多視点カメラの配置について解析を行った．まず，周波数領域で光線空間超解像を定式化した．この定式化をもとに，カメラが正方格子状に並んでいる状況において，超解像の条件数と奥行きの関係を理論的に導出し，超解像が無効である奥行きが周期的に出現することを示した．また，格子状に並んでいるカメラの位置を少しずらすことで，条件数の改善が期待できることを数値的に示した．

今後の課題としては，本稿で述べた理論の正当性を検証するため，CG ならびに実写画像を用いて超解像の実験を行うことが挙げられる．また，カメラが同一平面上にはない場合などの，より一般的なカメラ配置を検討することも考えている．

謝辞　本研究は総務省による戦略的情報通信研究開発推進制度（受付番号：101703007）の支援を受けました．

文　　献

[1] 石井, 高橋, 苗村：“超解像 plane-sweeping による自由視点画像合成”, 画像の認識・理解シンポジウム, OS11-2, pp. 1483–1490 (2010).

[2] 福嶋, 石橋：“超解像処理による自由視点画像の画質改善”, 電子情報通信学会論文誌 (D), **J93-D**, 9, pp. 1700–1703 (2010).

[3] S. C. Park, M. K. Park and M. G. Kang: “Super-resolution image reconstruction: a technical overview”, IEEE Signal Processing Magazine, **20**, 3, pp. 21–36 (2003).

[4] D. Robinson and P. Milanfar: “Statistical performance analysis of super-resolution”, IEEE Transactions on Image Processing, **15**, 6, pp. 1413 –1428 (2006).

[5] F. Champagnat, G. L. Besnerais and C. Kulcsár: “Statistical performance modeling for superresolution: a discrete data-continuous reconstruction framework”, Journal of the Optical Society of America A,

26, 7, pp. 1730–1746 (2009).
[6] S. Baker and T. Kanade: “Limits on super-resolution and how to break them”, IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, **24**, pp. 1167–1183 (2002).
[7] 田中, 奥富：“再構成型超解像処理の理論限界に関する検討”, 情報処理学会研究報告（コンピュータビジョンとイメージメディア 2005-CVIM-147）, **2005**, 4, pp. 147–154 (2005).
[8] K. Takahashi, T. Naemura and M. Tanaka: “Rate-distortion analysis of super-resolution image/video decoding”, International Conference on Image Processing (2011, to appear).

付　　録

A. 4 台のカメラの正方格子状配置の条件数

ここでは，4 台のカメラが正方形に配置されている場合のカメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ の条件数（(20) 式）を導出する．

$\hat{\mathbf{M}}$ の条件数を求めるために，$\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}}$ の固有値 λ を求める．$\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}}$ は以下のような形になる．

$$\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}} = 4\begin{pmatrix} 1 & \alpha & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha & 1 & \alpha^2 & \alpha \\ \alpha & \alpha^2 & 1 & \alpha \\ \alpha^2 & \alpha & \alpha & 1 \end{pmatrix} \tag{22}$$

ただし，α は次式のように定義される．

$$\alpha = \frac{e^{j\pi A/\Delta_d} + e^{-j\pi A/\Delta_d}}{2} \tag{23}$$

$$= \cos\frac{\pi A}{\Delta_d} \tag{24}$$

$\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}}$ の固有方程式 $|\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}} - \lambda\mathbf{I}| = 0$ は解析的に解くことができ，以下の解が得られる．

$$\lambda = 4(1 \pm |\alpha|)^2, 4(1 - |\alpha|^2) \tag{25}$$

なお，$\lambda = 4(1 - |\alpha|^2)$ は 2 重根である．

$0 \leqq |\alpha| \leqq 1$ より，これらの解の大小関係は

$$4(1 - |\alpha|)^2 \leqq 4(1 - |\alpha|^2) \leqq 4(1 + |\alpha|)^2 \tag{26}$$

となる．ただし左側の等号は $|\alpha| = 0, 1$ のとき，右側の等号は $|\alpha| = 0$ のときに成立する．よって，$\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}}$ の最大固有値 $\lambda_{\max}(\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}})$，最小固有値 $\lambda_{\min}(\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}})$ は，次式のように求められる．

$$\lambda_{\max}(\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}}) = 4(1 + |\alpha|)^2 \tag{27}$$

$$\lambda_{\min}(\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}}) = 4(1 - |\alpha|)^2 \tag{28}$$

(24) , (27) , (28) 式を条件数の定義（(16) 式）に代入し, (20) 式が得られる．

B. 16 台のカメラの正方格子状配置の条件数

16 台のカメラが正方形に配置されている場合の，カメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ の条件数（(21) 式）を導出する．カメラ間隔は A とし，カメラの x 座標，y 座標は $\pm 3A/2, \pm A/2$ であるとする．

$\hat{\mathbf{M}}$ の条件数を求めるために，$\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}}$ の固有値 λ を求める．$\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}}$ は以下のような形になる．

$$\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}} = 16\begin{pmatrix} 1 & \alpha & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha & 1 & \alpha^2 & \alpha \\ \alpha & \alpha^2 & 1 & \alpha \\ \alpha^2 & \alpha & \alpha & 1 \end{pmatrix} \tag{29}$$

ただし，α は次式のように定義される．

$$\alpha = \frac{e^{3j\pi A/\Delta_d} + e^{j\pi A/\Delta_d} + e^{-j\pi A/\Delta_d} + e^{-3j\pi A/\Delta_d}}{4}$$

$$= \cos\frac{2\pi A}{\Delta_d}\cos\frac{\pi A}{\Delta_d} \tag{30}$$

カメラ配置行列 $\hat{\mathbf{M}}$ の形は，α の値と定数倍を除いて付録 A の（22）式と全く同じである．そのため，付録 A と同様の議論により，最大固有値 $\lambda_{\max}(\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}})$，最小固有値 $\lambda_{\min}(\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}})$ は，次式のように求められる．

$$\lambda_{\max}(\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}}) = 16(1 + |\alpha|)^2 \tag{31}$$

$$\lambda_{\min}(\hat{\mathbf{M}}^*\hat{\mathbf{M}}) = 16(1 - |\alpha|)^2 \tag{32}$$

(30) , (31) , (32) 式を条件数の定義（(16) 式）に代入することで, (21) 式が得られる．