

数理計画法を用いた警備員の巡視路選択問題

森田修平^{†1} 宝崎隆祐^{†1} 畠山雄介^{†1}

本論文では、美術館のような施設における警備員の巡視路の最適選択と巡視中の効果的な探索法を議論する。美術館問題のように施設警備に関する問題は、これまで幾何学的観点から主に議論されてきたが、スケジューリング問題のような時間を含む動的な問題を取り扱うことは困難であった。そこで、本論文ではスケジューリング問題を含んだ警備巡視路の問題を数理計画法やゲーム理論、探索理論を用いて解くことを考える。そのため、全体の問題を次の3つの問題にモデル化する。まず、侵入路に対する幾何学的制約を加味した侵入スケジューリング問題、次に、複数警備巡視路の選択問題、最後に、注意量配分問題である。以上3つのモデル化から、侵入者および警備員双方の立場を考慮した警備巡視路問題を総合的に議論した。これにより警備巡視路の脆弱性を評価し、施設警備に対してより良い方法を提案することができる。

An Optimal Selection of Watchman Route by Mathematical Programming

SHUHEI MORITA,^{†1} RYUSUKE HOHZAKI^{†1}
and YUSUKE HATAKEYAMA^{†1}

This paper deals with an optimal selection of watchman route in a facility, such as art gallery. Art gallery problem is a famous problem in the field of computational geometry, which decides the stationary deployment of watchmen. This paper considers a dynamic patrol plan in the facility by Operations Research. First, we formulate an optimal intrusion schedule of an intruder by dynamic programming formulation. Secondly, we discuss an optimal selection problem of watchman route. Finally, we formulate the search problem or the distribution problem of watchman's attention on a route and solve it by mathematical programming, game theory and search theory. By the proposed methodology, we can evaluate the vulnerability of patrol routes and recommend better patrol strategies for the security of the facility.

1. はじめに

近年少子高齢化が急速に進む中、将来の労働力不足に対応し、警備員の危険や負担を軽減するべく、警備会社によって様々な警備ロボットの開発が進んでいる。総合警備保障のリボークQ¹²⁾、平成17年の愛・地球博で展示されたロボットX¹⁵⁾、テムザックとアラコムが共同開発したT-34¹⁹⁾のような警備ロボットは、不審者や異常事態を感知する様々なセンサを搭載し、あらかじめ決められた巡視路を警備員とほぼ同じ速度で移動しながら周囲を警戒し、警備情報をユーザに送ることができる。このように、警備分野において今後ますます自動化が普及すると考えられる。本論文で提案するモデルは、そのような自動化に対応すべく、より良い警備計画の提案に貢献しようとするものである。

施設の警備問題としては、有名な美術館問題^{2),14),18)}に代表されるように、計算幾何学の分野において、幾何学的観点からの研究がなされている。美術館問題は1973年Kleeの問題提起から始まったといわれている⁹⁾。すなわち任意の n 頂点の単純多角形 P の内部のすべてを監視するために必要な静止警備員は何人必要か、という問いであるが、これに対しChvatal⁴⁾は $\lfloor n/3 \rfloor$ 人の警備員で十分であることを示した。Fisk⁵⁾は警備員の配置を決定するためのオーダ $O(n \log n)$ のアルゴリズムを提案した。それ以来、約20年以上にわたって計算幾何学の分野で美術館問題に関する多くの研究がなされている。

美術館問題は、単純多角形だけではなく、直角形や角錐および曲線の壁を持つ図形でも研究されている^{1),11)}。また、施設内に警備員の視界を妨げる障害物が存在する場合や、警備員の視界の範囲が全周ではなく限定されている場合²⁰⁾、施設の境界線上を巡回する問題や警備員を同僚の視界内にあるように配置する問題¹³⁾、さらには遺伝的アルゴリズムを適用した研究¹⁷⁾もなされている。以上のような美術館問題の特徴は、幾何学的観点から警備員の静的配置を決定するものである。

また、美術館問題を拡張した問題として警備員巡回路問題がある。この問題は、与えられた多角形の内部すべてを視界に入れる最短の巡回路を見つける問題であり、譚らの研究¹⁸⁾がある。この警備員巡回路問題の類似のものとしてスパイ侵入問題や多角形探索問題などの多くの問題が研究されている。これらの問題においても、求められているものは静的な巡回路である。

^{†1} 防衛大学校
National Defense Academy

以上述べた計算幾何学からのアプローチは、図形の形や幾何学的空間で図形間の関係を認識することには有用であるが、スケジューリング問題のような時間を含む動的な問題を取り扱うには不適である。一方で、幾何学的制約の少ない動的な警備や搜索問題に関しては、探索理論をはじめとしたオペレーションズ・リサーチの手法が有効である。たとえば、決められたルートに沿った最適搜索問題⁸⁾や国境監視問題¹⁶⁾などの研究がある。本論文では、侵入者の動的な侵入スケジュールを考慮して、警備員のより良い巡視路選択問題を数理計画法やゲーム理論、探索理論を用いて分析する。

次章では、侵入者や警備員および彼らの使用する侵入路、警備路といった施設警備に関する前提、さらには問題の評価尺度について1つのモデルを提案する。そのモデルを用いて、3章から5章にかけて施設警備に関する3つの問題を考える。まず、3章では、警備側にとって最も侵入者が見つかりにくい侵入スケジュール問題を考える。4章では警備員の持つ複数巡視路の最適選択について考える。5章では、巡視路の警備員のより良い搜索法を模索するため、巡視中の警備員はどのように注意を配るべきかについて考える。6章で本論文のまとめと今後の課題について述べる。

2. 警備問題の状況設定とモデル

今、複数の警備巡視路を持つ警備側が、施設のセキュリティ上脆弱な部分や施設の特徴を調査することで、いくつかの侵入路を見積もっているものとする。その見積りを基に、効果的な巡視路計画を立案する対象となる警備状況として、以下の設定を考える。

(A1) 問題の空間・時間設定

2次元連続ユークリッド空間 \mathbf{R}^2 内に設定され、閉じた空間を持つ施設の警備を考える。時間を離散時刻の集合 $\mathbf{T} = \{1, \dots, T\}$ とする。 T は侵入者が考える目的地への到着時刻の上限である。また、施設内には警備員の視界を妨げる障害物がいくつか存在する。

(A2) 警備員に関する設定

複数の警備員は、施設内に設けられた m 本の巡視路のいずれか1本を選択し、その経路上を巡視しつつ警備活動を行う。 s 番目の巡視路を選択した場合、警備員の移動スケジュールは $\mathbf{p}_s = \{\mathbf{p}(s, t) \in \mathbf{R}^2, t \in \mathbf{T}\}$, $s = 1, \dots, m$ とする。 $\mathbf{p}(s, t)$ は s 番目の巡視路の時刻 $t \in \mathbf{T}$ での警備員の位置ベクトルであり、それを x, y 座標の点 $\mathbf{p}(s, t) = (p_x^s(t), p_y^s(t))$ で表現する。

(A3) 侵入者に関する設定

侵入者の侵入路として n 本を考える。1つの侵入路はいくつかの経由地点からなる。 l 番目の侵入路には L_l 個の経由地点があり、侵入路 l を $q_l = \{q(l, j) \in \mathbf{R}^2, j = 1, \dots, L_l\}$,

$l = 1, \dots, n$ と表し、 $q(l, j)$ はその j 番目の経由地点の位置ベクトルであり、その x, y 座標を $q(l, j) = (q_x(l, j), q_y(l, j))$ とする。

侵入者は経由地点間を一定の速度 u で移動し、経由地点でのみ停止することができる。各経由地点は、そこがほかから見える(身を隠すことができず暴露している)場所か隠れた(身を隠すことができる)場所であるかの属性を持つ。ただし、侵入者のスタート地点は隠れた場所であるとする。

侵入者は、警備員の m 本の巡視路とその移動スケジュールを事前の偵察などにより知っているが、侵入時に警備員が実際にどの巡視路を選択しているか、事前には分からないものとする。

(A4) 侵入者に対する視認度

警備員、侵入者双方ともに侵入者に対する見つけやすさに興味を持っている。この見つけやすさを視認度と呼び、明るさ、可視性、減衰率の3項目により定義する。

明るさは、施設内の各地点の明るさを表すパラメータであり、地点 \mathbf{r} の明るさを $\alpha(\mathbf{r})$ とする。可視性は、警備員、侵入者、さらには施設内の壁、あるいは障害物との位置関係で警備員から侵入者が見えるか否かを示す。巡視路 s を通る時刻 t の警備員の位置 $\mathbf{p}(s, t)$ から位置 \mathbf{r} の可視性を示す関数を次のように定義するが、これは対象物の幾何学的観点から通常の計算幾何学の手法^{14), 18)}を用いて判別することができる。

$$\delta_s(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} 1, & \text{地点 } \mathbf{r} \text{ が } \mathbf{p}(s, t) \text{ から見える場合} \\ 0, & \text{地点 } \mathbf{r} \text{ が } \mathbf{p}(s, t) \text{ から見えない場合} \end{cases}$$

警備員と侵入者間の距離が遠くなるにつれて侵入者が見えにくくなる割合を減衰率という。時刻 t において、巡視路 s にいる警備員から位置 \mathbf{r} の侵入者の減衰率 $\beta_s(\mathbf{r}, t)$ は、両者の距離 $\|\mathbf{r} - \mathbf{p}(s, t)\|$ のみに依存し、関数 $\beta_s(\mathbf{r}, t) = g(\|\mathbf{r} - \mathbf{p}(s, t)\|)$ で表されるとする。以上の3項目が見え方に影響を与えるものとし、時刻 t に巡視路 s 上の警備員による地点 \mathbf{r} の視認度 $E_s(\mathbf{r}, t)$ を次式で定義する。

$$E_s(\mathbf{r}, t) \equiv \alpha(\mathbf{r})\delta_s(\mathbf{r}, t)\beta_s(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

3. 侵入スケジュールリング問題

ここでは、現に侵入して侵入路を通ろうとしている侵入者が、巡視中の警備員を意識しつつ、経由地点でどのように時刻調整をすれば見つけにくいかを問題とする。施設内が暗いなどの警備環境においては、警備員が視界内の侵入者を見逃す可能性を考慮する必要がある。

ある．この状況における発見事象は探索理論¹⁰⁾で論じられており，ある種の探索活動では，発見確率が探索時間全体での「有効な探索資源の総量」の単調増加な非線形関数により表される．よって以降では，この状況を想定し (A5) で設定する評価尺度で議論する．

ちなみに，施設内が明るく警備員が視界内の侵入者を見過ごす可能性が少ないような状況であれば，視認度の最大値を評価尺度として，侵入者はそれが最小になるようにスケジューリングを行うことが適当であろう．この状況における議論の詳細は付録 A.1 で述べる．

(A5) 評価尺度

侵入スケジュールの評価尺度は有効な探索資源と見なせる全巡視路，全時刻における視認度の総和とする．侵入者は，この総和が最小となる侵入スケジュールを選ぶものとする．

3.1 侵入スケジューリング問題の定式化

ここでは1つの警備巡視路と1つの侵入路を考えるため，前章における p_s, q_t の表記にならって，巡視スケジュールを $\mathbf{p} = \{p(t) \in \mathbf{R}^2, t \in \mathbf{T}\}$ とし，経路地点で構成される侵入経路を $\mathbf{q} = \{q^j, j = 1, \dots, L\}$ と表す． $p(t)$ は時刻 t での警備員の位置ベクトル， q^j は j 番目の経路地点の位置ベクトルである． q^j は x, y 座標の点 $q^j = (q_x^j, q_y^j)$ で表現し，以後，経路地点 j と呼ぶ． L は侵入路の経路地点の数である．また，時刻 t における警備員位置 $p(t)$ から地点 r への視認度は，式 (1) にならぬ $E(r, t)$ と表す．ここで，侵入者が巡視中の警備員の動きを認識しつつ，全時点における視認度の総和が最小となるように経路地点 $j = 1, \dots, L - 1$ における出発時刻 z_j を決定する問題を，ここでは侵入スケジューリング問題と呼ぶ．この問題を解くことで得られる最悪な侵入スケジュールによる最小視認度から，巡視路の有効性を定量的に評価することができる．

まず，前提 (A3) で述べた侵入路の経路地点 j の可視性を示す関数は次のように与えられているものとする．

$$v_j = \begin{cases} 1, & \text{経路地点 } j \text{ はほかからは見える} \\ 0, & \text{経路地点 } j \text{ はほかからは見えない} \end{cases}$$

次に，侵入者が速度 u で移動した場合，経路地点間の移動に必要な時点数を考える．経路地点 j と $j + 1$ の間での所要時点数 n_j は次式で求めることができる．

$$n_j \equiv \left\lceil \frac{\|q^{j+1} - q^j\|}{u} \right\rceil - 1$$

ただし，時点を離散で考えるため，まるめ誤差が含まれる．経路地点 j の出発時刻を z_j とすると，侵入者は時刻 $z_j + 1, z_j + 2, \dots, z_j + n_j$ では移動中であり，時刻 $z_j + n_j + 1$ で

経路地点 $j + 1$ に到着する．経路地点 j から時点数 k 経過後の時刻 $z_j + k$ における侵入者の位置ベクトル $q^j(k)$ ， $k = 1, \dots, n_j$ は経路地点 j と $j + 1$ 間の時点数に応じた内分点として計算し，これを x, y 座標 $(q_x^j(k), q_y^j(k))$ に分解すれば次式となる．

$$\begin{aligned} q^j(k) &= q^j + \frac{k}{n_j + 1}(q^{j+1} - q^j) \\ &= \left(\frac{n_j + 1 - k}{n_j + 1}q_x^j + \frac{k}{n_j + 1}q_x^{j+1}, \frac{n_j + 1 - k}{n_j + 1}q_y^j + \frac{k}{n_j + 1}q_y^{j+1} \right) \\ &\equiv (q_x^j(k), q_y^j(k)) \end{aligned} \quad (2)$$

この位置ベクトル $q^j(k)$ の警備員位置からの視認度を，式 (1) を用いて表現すれば $E(q^j(k), z_j + k)$ となり，経路地点 j と $j + 1$ 間での移動中の総視認度は以下で表される．

$$\sum_{k=1}^{n_j} E(q^j(k), z_j + k) \quad (3)$$

また，到着した経路地点 $j + 1$ が見える ($v_{j+1} = 1$) のであれば，経路地点 $j + 1$ に時点 $z_j + n_j + 1$ で到着し，時点 z_{j+1} に出発するまでの視認度として次式を考慮する必要がある．

$$v_{j+1} \sum_{\tau=z_j+n_j+1}^{z_{j+1}} E(q^{j+1}, \tau) \quad (4)$$

経路地点 $j + 1$ の出発時刻 z_{j+1} は，早くてもそこへの到達時点 $z_j + n_j + 1$ より遅いはずであり， $z_j + n_j + 1 \leq z_{j+1}$ を満たさなければならない．また，目的地の経路地点 L には到達時刻 T までに到達する必要がある．以上から，各経路地点での最適な出発時刻を求める侵入スケジューリング問題は，次式で定式化できる．

$$\min_{\{z_j\}} \sum_{j=1}^{L-1} \left\{ \sum_{k=1}^{n_j} E(q^j(k), z_j + k) + v_{j+1} \sum_{\tau=z_j+n_j+1}^{z_{j+1}} E(q^{j+1}, \tau) \right\} \quad (5)$$

$$s.t. \quad 1 \leq z_1, z_j + n_j + 1 \leq z_{j+1}, j = 1, \dots, L-1, z_{L-1} + n_{L-1} + 1 \leq T, z_j \in \mathbf{Z} \text{ (整数)}$$

3.2 動的計画法による解法

式 (5) を，たとえば z_j を変数として非線形計画法などで解こうとする試みは，視認度を表す関数には可視性が入るため不連続となり，また，変数 z_j が整数であることから問題は非線形関数が目的関数の整数計画問題となり，解くことはきわめて困難となることが予想される．ここでは，侵入スケジューリング問題を動的計画法により解くことを考える．まず，

各経路地点における最早出発時刻と目的地に時刻 T までに到着するための最遅出発時刻を考える．経路地点 j までの $j - 1$ 個の経路地点でとどまることがないとすれば，経路地点 j での最早出発時刻 F_j は次式で計算できる．

$$F_j = \sum_{k=1}^{j-1} n_k + j, \quad j = 1, \dots, L - 1 \quad (6)$$

一方，経路地点 j からの最遅出発時刻は，ここから出発し，途中の経路地点でとどまることがなく，ちょうど時刻 T に目的地に到達するような時刻であり，経路地点 j での最遅出発時刻 S_j は以下のように計算できる．

$$S_j = T - \sum_{k=j}^{L-1} n_k - (L - j), \quad j = 1, \dots, L - 1 \quad (7)$$

経路地点 j からの出発時刻 z_j がこの最遅出発時刻 S_j を過ぎると， T までに目的地に到達することはできない．このように F_j と S_j を導入することで，動的計画法における実質的な計算回数を少なくすることができる．

侵入スケジューリング問題を動的計画法により定式化するため，経路地点 j の出発時刻が t としたときの経路地点 j を出発して以降での最小視認度を $f_j(t)$ で定義する．経路地点 j を時刻 t で出発すると，時刻 $t + 1, t + 2, \dots, t + n_j$ では経路地点間を移動し，時刻 $t + n_j + 1$ で次の経路地点 $j + 1$ に到着する．したがって，この地点を出発できる時刻は $t + n_j + 1$ 以降となる．移動中の総視認度は $\sum_{k=1}^{n_j} E(q^j(k), t + k)$ であり， z を経路地点 $j + 1$ からの出発時刻とすれば，経路地点 $j + 1$ に滞在中の視認度は $v_{j+1} \sum_{\tau=t+n_j+1}^z E(q^{j+1}, \tau)$ と表すことができる．以上から，経路地点 j からの最小視認度 $f_j(t)$ は時刻 $t \sim z$ 間の視認度と $z + 1$ 以降の最小視認度 $f_{j+1}(z)$ の合計 $\sum_{k=1}^{n_j} E(q^j(k), t + k) + v_{j+1} \sum_{\tau=t+n_j+1}^z E(q^{j+1}, \tau) + f_{j+1}(z)$ が最も小さくなるように時刻 z を決めることにより求めることができる．以上 $f_j(t)$ と $f_{j+1}(z)$ の関係を漸化式により表すと次式となる．ただし，目的地である経路地点 L に到着すればスケジューリングは終了するため $v_L = 0$ とする．また，初期条件は $F_L \leq t \leq T$ に対して $f_L(t) = 0$ である．

$$(P1) \quad f_j(t) = \min_{t+n_j+1 \leq z \leq S_{j+1}} \left[\sum_{k=1}^{n_j} E(q^j(k), t+k) + v_{j+1} \sum_{\tau=t+n_j+1}^z E(q^{j+1}, \tau) + f_{j+1}(z) \right],$$

$$F_j \leq t \leq S_j, \quad j = L - 1, \dots, 0$$

j の値を $L - 1$ から 1 つずつ減少させつつ，出発時刻 t を実行可能な範囲 $F_j \leq t \leq S_j$ で変化させながら，この漸化式を計算していく． $j = 0$ は最適な出発時刻を決めるためのダミーの点であり， $f_0(0)$ が計算できれば，これがこの侵入路全体の最小視認度を示す．

また，各経路地点での最適な出発時刻は，(P1) の目的関数の最小化を実現する z の値によって得られる．以上の動的計画法は多くの種類の評価尺度に対しても適用が可能であり，付録 A.1 においては，視認度の最大値を最小化する問題に対する動的計画法による定式化を示した．

ここで，動的計画法 (P1) における計算量のオーダーを算出する．(P1) における比較演算の総数は $\sum_{j=0}^{L-1} \sum_{t=F_j}^{S_j} (S_{j+1} - t - n_j)$ で計算でき，途中の計算を省略すれば，結果は $L^3/2 + T^2L/2 - L^2T$ となる．一般には $L \leq T$ であるので，この解法における計算時間は $O(T^2L)$ のオーダーを持つ．したがって，上限の時刻 T に対しては平方に，経路地点数 L に関しては線形に計算時間が変化する．

3.3 複数巡視路を考慮した侵入スケジューリング問題の定式化

前節では，1 つの警備巡視路と 1 つの侵入路における侵入スケジューリング問題を考え てきた．ここでは，前提 (A2) で述べたように，同時に複数巡視路を巡視している警備員の動きを意識した最適侵入スケジュールを考える．侵入者は施設内の m 本の巡視路の警備員の動きを観察しつつ，総視認度が最小となるように侵入スケジュールを考える．経路地点 j の出発時間を t としたときの経路地点 j と $j + 1$ 間を移動中の時刻 k において，位置ベクトル $q^j(k)$ にいる侵入者の総視認度は，それぞれの巡視路の警備員位置 $p(s, t)$ からの視認度の合計と考えることができる．これは，式 (1), (2) から $\sum_{s=1}^m E_s(q^j(k), t + k)$ と計算できる．よって，経路地点 j と $j + 1$ 間での移動中の総視認度は，これを式 (3) に代入して， $\sum_{k=1}^{n_j} \sum_{s=1}^m E_s(q^j(k), t + k)$ と表すことができる．一方，経路地点 $j + 1$ に到着して出発する

までの視認度は、同様に式 (4) から $v_{j+1} \sum_{\tau=z_j+n_j+1}^{z_{j+1}} \sum_{s=1}^m E_s(q^{j+1}, \tau)$ と表すことができる。また、各経路地点における最早出発時刻と最遅出発時刻は、それぞれ式 (6), (7) で求めることができる。これらを考慮すると、複数警備員による侵入スケジュールは前項と同様に、動的計画法を用いて以下のように定式化することができる。ただし、目的地である経路地点 L に到着すればスケジューリングは終了とするか $v_L = 0$ とし、初期条件は $F_L \leq t \leq T$ に対して $f_L(t) = 0$ である。

$$(P2) \quad f_j(t) = \min_{t+n_j+1 \leq z \leq M_{j+1}} \left[\sum_{s=1}^m \left\{ \sum_{k=1}^{n_j} E_s(q^j(k), t+k) + v_{j+1} \sum_{\tau=t+n_j+1}^z E_s(q^{j+1}, \tau) \right\} + f_{j+1}(z) \right],$$

$$F_j \leq t \leq S_j, \quad j = L-1, \dots, 0$$

3.4 数値例による侵入スケジュールと計算時間

ここでは、(P1) により求まる最適侵入スケジュールが、どのように巧妙なスケジュールとなっているか、次の数値例 1 を用いて確認する。

[数値例 1] 図 1 に示すように、左下を原点 (0,0) とした直交座標系上の閉じた施設を考える。施設内には、 x, y 座標がそれぞれ (1,5), (4,5), (4,7), (1,7) および (8,2), (9,2), (9,3), (8,3) の頂点を持つ 2 つの四角形の障害物が黒色で示されている。また、侵入者の目的地への到達時刻の上限を $T = 29$ 、任意の地点 r の明るさをすべて $\alpha(r) = 1$ とする。地点 $p(1) = (6,1)$ から出発し、最初は右に動き、反時計回りに一巡して戻ってくる実線が警備員の巡視路である。巡視路上の黒丸は各時刻 1, 2, ..., 29 での警備員の位置を表しているが、その正確な x, y 座標は表 1 に記している。また、時刻 1 の警備員の位置 $p(1)$ から 10 時点間隔での時刻 t の警備員の位置を図 1 上に “ $p(t)$ ” と印して示した。破線で示したものが侵入者の侵入路である。その上にある黒塗りの四角の点はこの侵入路の経路地点を表し、 $L = 7$ 個の経路地点 $q^1 \sim q^7$ の x, y 座標は (3,12), (3,10), (7,10), (7,6), (7,3), (3,3), (1,4) であり、経路地点 j の位置を図 1 上に “ q^j ” と印して示した。

各経路地点での可視性は $v_j = 0, j = 1, \dots, 7$ とし、すべての経路地点は警備員から見えない。経路地点間を侵入者は $u = 2$ で移動するが、これは時点数 1 の間に直交座標系の

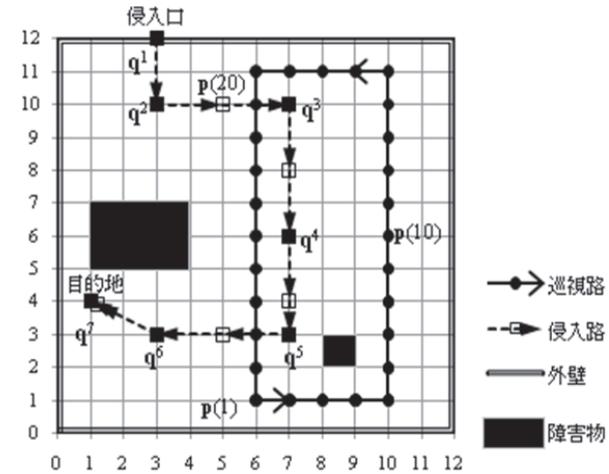


図 1 施設内の設定
Fig.1 Map in the facility.

表 1 警備員位置 ($p(t)$)

Table 1 Positions of watchman ($p(t)$).

時刻	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$p(t)$	(6,1)	(7,1)	(8,1)	(9,1)	(10,1)	(10,2)	(10,3)	(10,4)	(10,5)	(10,6)	(10,7)	(10,8)	(10,9)	(10,10)	(10,11)
時刻	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
$p(t)$	(9,11)	(8,11)	(7,11)	(6,11)	(6,10)	(6,9)	(6,8)	(6,7)	(6,6)	(6,5)	(6,4)	(6,3)	(6,2)	(6,1)	

2 マス分の距離を動くことに相当する。

ところで、モデルの前提 (A4) において減衰率は距離の関数で表されるとしたが、それは視認あるいは認識に関わるセンサや媒体に依存する。ここでは、2 つの場合を考える。まず 1 つは距離の 2 乗に反比例する場合である。これは、たとえば侵入者の発する光を感知する場合であり、警備員が目で光を感知したり、赤外線検知器のようなパッシブセンサを携行したりする場合に相当する。この場合の減衰率は $g(d) = 1/d^2$ である。2 つ目は、距離の 4 乗に反比例する場合である。一例としては警備員が懐中電灯などの光や超音波発生器を利用する場合に相当する。このアクティブセンサにより発生させたエネルギーは拡散し、センサと対象物との間を往復して、距離の 4 乗に反比例して減衰することになる。この場合の減衰率

24 数理計画法を用いた警備員の巡視路選択問題

表 2 侵入路の最適侵入スケジュールと視認度 (パッシブ)

Table 2 Optimal invasion schedule and the degree of detection (passive).

経路地点j	到着時刻	出発時刻	$f_j(z_j^*)$
1	1	1	0.053
2	2	3	0.053
3	5	5	0.053
4	7	14	0.031
5	16	16	0.014
6	18	18	0
7	20		0

$g(d) = 1/d^4$ である。ただし、 d は時刻 t において巡視路 s にいる警備員と、その時刻に位置 r にいる侵入者の両者間の距離 $\|r - p(s, t)\|$ を意味する。以後、 $g(d) = 1/d^2$ の設定をパッシブ、 $g(d) = 1/d^4$ の設定をアクティブと呼称する。

まずはパッシブの場合の最適侵入スケジュールを (P1) から求める。その結果を表 2 に示し、図 2 上にも最適な出発時刻 z_j を各経路地点 j の横に書いた。すべての経路地点は見えないため、警備員から侵入者が見える可能性がある点は、経路地点間の点 (5, 10), (7, 8), (7, 4), (5, 3), (1.2, 3.9) だけである。侵入者がその位置に来たとき、警備員から見える場合には図 2 上に実線の矢印を、見えない場合は点線の矢印で示している。

この侵入スケジュールの主要な特徴を以下に示す。

- ① 経路地点 2 には時刻 2 に到着するが、出発時刻を 3 とすることで、出発直後に障害物を利用して警備員の視線から逃れることができる。
- ② 経路地点 2 から経路地点 4 までは止まることなく移動して到着するが、経路地点 4 で停止することにより、近くを通る警備員をやり過ごす。その後、時刻 14 に、ここを出発する。
- ③ 経路地点 4 を出発後、経路地点 6 までは障害物が陰になることはないが、警備員と侵入者の距離は遠く、視認度の増加はそれほど多くはない。

以上のように、動的計画法により解いた侵入スケジュールは、警備員の巡視計画や施設内の障害物をうまく考慮した計画になっている。

次に、減衰率がアクティブの場合について同様に求め、その結果を表 3 に示した。

パッシブの表 2 では、経路地点 2 および 3 の出発時刻は 3 および 5 であったが、アクティ

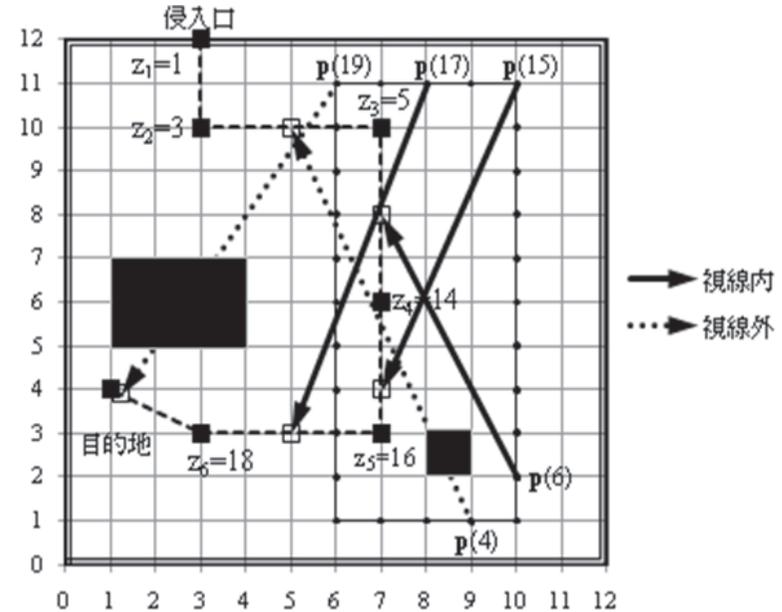


図 2 最適侵入スケジュール

Fig. 2 Optimal invasion schedule.

表 3 侵入路の最適侵入スケジュールと視認度 (アクティブ)

Table 3 Optimal invasion schedule and the degree of detection (active).

経路地点j	到着時刻	出発時刻	$f_j(z_j^*) (\times 10^{-2})$
1	1	1	0.091
2	2	2	0.091
3	4	4	0.078
4	8	14	0.049
5	16	16	0.019
6	18	18	0
7	20		0

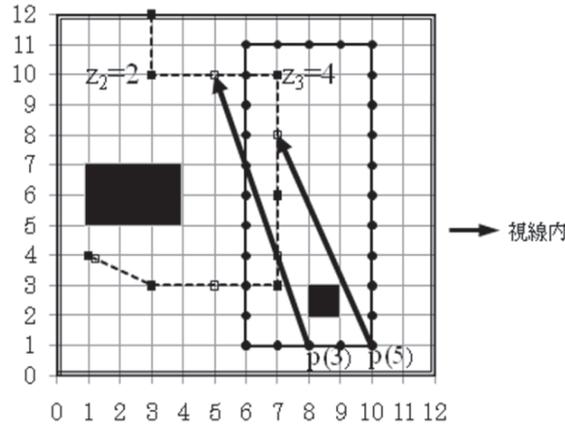


図3 アクティブの場合の警備員からの視線
Fig. 3 Line of sight from watchman (active).

ブの場合は時刻2および4となっている。図3に、アクティブの場合の経由地点2から4の間の警備員の視線を示している。

図2では時刻6だけで視認度が増加するのにに対し、図3では時刻3,5で侵入者は警備員の視線に入る。しかし、 $g(d) = 1/d^4$ の視認度の減衰により、これら2回の距離での視認度の増加は微々たるものとなる。よって、アクティブでは警備員の視界に入る回数が2回であるが、より遠距離の位置関係となる方が、図2の時刻6でのより近い距離よりも侵入者には望ましいスケジュールとなる。

以上のように、警備員の視認あるいは認識に関わるセンサや媒体などを考慮すると、侵入者の最適な経由地点の出発時刻が変化する場合があります。

[数値例2] 数値例1では、(P1)により求められる最適侵入スケジュールが、警備員の巡視計画や施設内の障害物をうまく考慮していることを示した。次に、より現実的な施設における最適侵入スケジュールを作成する。施設の空間や警備員の巡視路、侵入路の経由地点などの図における表記方法は、減衰率がパッシブの数値例1と同じである。ここでは、敷地面積が約5.2万m²のブルックリン美術館³⁾のような大規模な施設でも提案手法が有用であることを示すため、200m×200mの広大な仮想展示会場を考え、座標の単位長さを10mとした場合の平面図を図4に示し、施設内にある障害物のデータを表4に示した。また、1時点は20秒、任意の地点rの明るさはどこでも $\alpha(r) = 1$ とした。

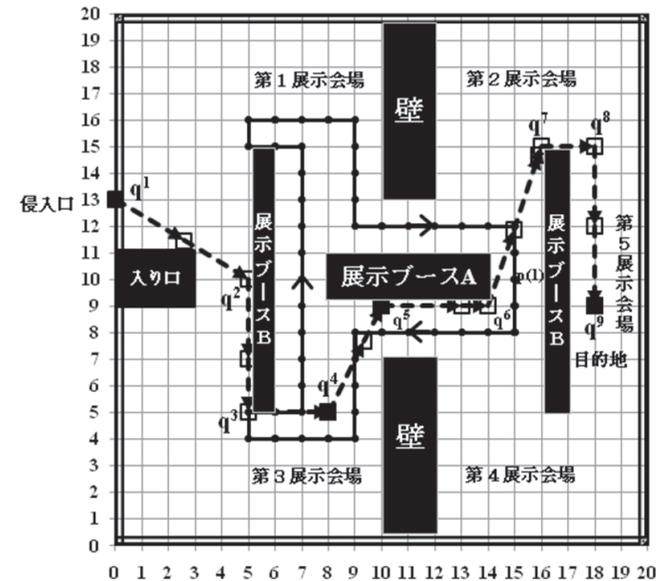


図4 展示施設内の設定
Fig. 4 Map in the exhibition facility.

表4 障害物の大きさと設置位置
Table 4 Sizes of obstacles and their positions.

障害物	大きさ(m)	障害物の頂点座標(x, y座標)
入り口	20×30	(0, 9), (3, 9), (3, 11), (0, 11)
展示ブースA	60×20	(8, 9), (14, 9), (14, 11), (8, 11)
展示ブースB×2ヶ所	100×10	(5, 5), (6, 5), (6, 15), (5, 15)及び (16, 5), (17, 5), (17, 15), (16, 15)
壁×2ヶ所	70×20	(10, 0), (12, 0), (12, 7), (10, 7)及び (10, 13), (12, 13), (12, 20), (10, 20)

警備員は、地点 p(1) = (15, 10) から出発し、時計回りに一巡して戻ってくる。施設内を警戒しながら歩くため、設定した巡視速度 1.8 km/h (0.5 m/s) は、通常の歩行速度よりもやや遅い。各時刻における警備員位置の x, y 座標は表5に記している。警備員はスタート

表 5 警備員位置 (p(t))
Table 5 Positions of watchman (p(t)).

時刻	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
p(t)	(15,10)	(15,9)	(15,8)	(14,8)	(13,8)	(12,8)	(11,8)	(10,8)	(9,8)	(9,7)	(9,6)	(9,5)	(9,4)	(8,4)	(7,4)	(6,4)
時刻	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
p(t)	(5,4)	(5,5)	(6,5)	(7,5)	(7,6)	(7,7)	(7,8)	(7,9)	(7,10)	(7,11)	(7,12)	(7,13)	(7,14)	(7,15)	(6,15)	(5,15)
時刻	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
p(t)	(5,16)	(6,16)	(7,16)	(8,16)	(9,16)	(9,15)	(9,14)	(9,13)	(9,12)	(10,12)	(11,12)	(12,12)	(13,12)	(14,12)	(15,12)	(15,11)

して 16 分後、元の位置に戻ってくる。

入口付近にある脆弱な侵入口から目的地まで $L = 9$ 個の経路地点 $q^1 \sim q^9$ があり、それぞれの x, y 座標は $(0, 13), (5, 10), (5, 5), (8, 5), (10, 9), (14, 9), (16, 15), (18, 15), (18, 9)$ である。経路地点 $j = 1, 4, 5, 9$ での可視性は $v_j = 0$ とし、ここは警備員には見えないが、その他の経路地点はほかから見えるものとする。侵入者は速度 5.4 km/h を使用し、音を立てず、かつ迅速に経路地点間を移動する。また、侵入者の目的地への到達時刻の上限 $T = 48$ とし、侵入者は 16 分以内に目的地へ到達したいものとする。ここでは数値例 1 と違い、障害物が多数存在するため施設内の見通しが悪く、警備員が巡回せざるをえない状況である。ここでも両者の距離と障害物の影響から視認度を求め、動的計画法を用いて逐次計算していくため、障害物が多くどんなに複雑な施設であっても侵入スケジュールを容易に計算することができる。

この場合の最適侵入スケジュールを表 6 で示したが、図 5 上にも最適な出発時刻 z_j を各経路地点 j の横に書いた。警備員と侵入者が見えない位置関係にあるいくつかの時点における警備員の視界を点線の矢印で示したが、明らかに見えない時刻については省略している。

この最悪の侵入スケジュールでは、侵入者が経路地点 4, 5, 6 にしばらく停止することで、近くを通る警備員をやり過ごし、経路地点を出発後に障害物をうまく利用して警備員の視線を逃れる。結局、総視認度 0 を実現して目的地に到達する。

このように、警備員が入り口付近を注意深く監視し、施設内を巡回している表 5 の警備体制であっても、入り口付近から侵入した侵入者は、わずか 11 分足らずで、発見されずに目的地まで到達できる。したがって、警備員側としては警備員を増やしたり、隠れた経路地点の数を減らすなどの対策をとる必要がある。たとえば、経路地点 4 を見える地点とするこ

表 6 侵入路の最適侵入スケジュールと視認度 (パッシブ)
Table 6 Optimal invasion schedule and the degree of detection (passive).

経路地点 j	到着時刻	出発時刻	$f_j(z_j^*)$
1	1	1	0
2	3	3	0
3	5	5	0
4	6	17	0
5	19	24	0
6	26	28	0
7	31	31	0
8	32	32	0
9	34		0

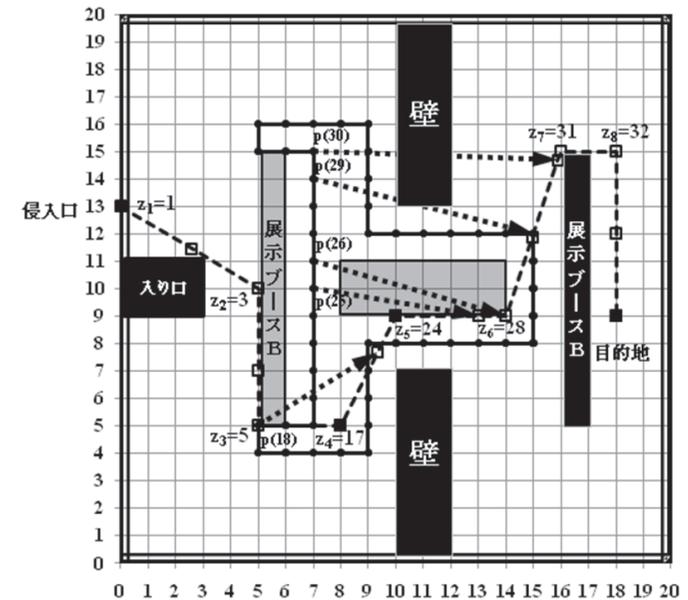


図 5 最適侵入スケジュール
Fig. 5 Optimal invasion schedule.

27 数値計画法を用いた警備員の巡視路選択問題

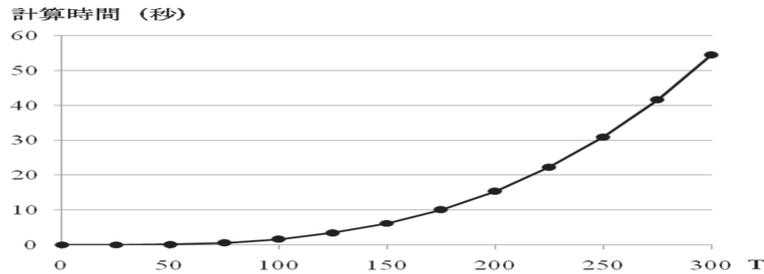


図 6 T による計算時間の変化 (L = 9)
Fig. 6 Computation time for T (L = 9).

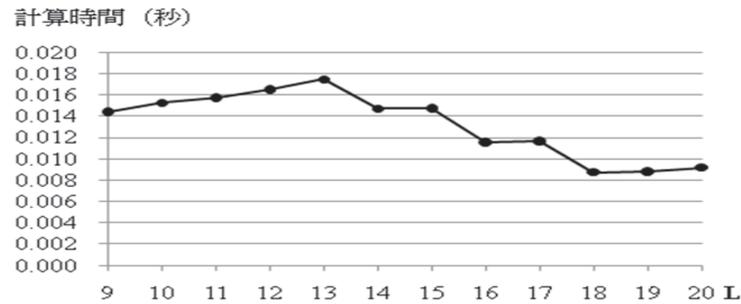


図 7 L による計算時間の変化 (T = 48)
Fig. 7 Computation time for L (T = 48).

とで、視認度は 0.01 に向上する。

以上のように、最適侵入スケジュール問題を解くことで警備体制の効果を定量化でき、何を改善すべきかを明確にすることが可能となる。

以上の計算には、パーソナルコンピュータ SOTEC DS501B (OS: Windows XP, CPU: AMD Phenom(tm) 9150e Quad-Core Processor 1.80 GHz) を用いた。数値例 1 の計算時間は 0.016 秒、数値例 2 のようなやや大きな問題であっても 0.234 秒であった。

ここで、数値例 2 の設定を用い、時刻の上限 T と経路地点数 L を変えて計算時間の変化を調べた。まず、 $L = 9$ とし、 T を 0 から 300 まで増やした場合の計算時間の変化を図 6 に示した。計算時間は T の 2 乗に比例するが、 $T = 300$ とした場合でも 1 分ならず最適侵入スケジュールを出すことができる。

また、 $T = 48$ とし、経路地点を侵入経路上にほぼ一様に設置するとして、 L を 9 から 20 まで増やした場合の計算時間の変化を示したものが図 7 である。3.2 節で示した詳細な計算量 $L^3/2 + T^2L/2 - L^2T$ に従っているのか、 L の 3 次式に従った計算時間を図 7 は示しているが、いずれのケースでも瞬時に問題を解くことができる。

4. 複数警備巡視路の選択問題

3.2 節では、1 つの警備巡視スケジュールと 1 つの侵入経路の侵入スケジュールによる最小視認度を議論した。ここでは 2 章での前提どおり m 本の巡視路および n 本の侵入路があるとし、侵入者がどの侵入路を選択するか分からない状況の中で、 m 本の警備巡視路のうちどの 1 本を選択すべきかについて議論する。

(P1) により求まる巡視路 p_s と侵入路 q_t に対して考えられる最小視認度を $V(p_s, q_t)$ とする。侵入者は、1 度侵入してしまえば警備員の動静が分かり、最小視認度を實現する侵入スケジュールを実施できるものの、侵入前には警備員がどの巡視路を選択しているかは分からない。警備員側も、各巡視路に対する最悪の侵入スケジュールは評価できるものの、侵入者が実際にどの侵入路を選択するかの確定的な予想はできない。このようなゲーム的状況下での巡視路の選択問題を考える。

この問題は、警備員と侵入者をプレイヤーとし、警備員の m 本の巡視路の選択と侵入者の n 本の侵入路の選択を戦略とし、視認度 $V(p_s, q_t)$ を支払とする同時手番の 2 人ゼロ和ゲームとして考えることができる。支払 $V(p_s, q_t)$ に関して、侵入者はこれをできるだけ小さくするような侵入路を選びたいと考え、警備員はできるだけ大きくする巡視路を選択したいと考える。

有限個の戦略を持つ 2 人ゼロ和ゲームでは、ミニマックス定理から、混合戦略まで考えれば均衡解が必ず存在することが知られている。ゲームを解いて巡視路に関して得られた最適混合戦略は、巡視路の使用頻度として警備計画立案に活用することができる。また、得られたゲームの値が小さいということであれば、どの巡視路も侵入路に対して有効ではなく、現在の警備環境は侵入者に対して有効ではないことを示しており、警備員の数を増やしたり、施設内の改修などにより施設警備自体の安全性を高めたりする努力が必要となる。このように、事前に相手のとる戦略が分からず、警備員、侵入者の双方が自らの戦略を同時に決定しなければならない状況で、警備員による巡視路の最適な選択方法を提示し、警備計画の有効性を評価することが、この手法により可能となる。ここでのゲームは、行列ゲームに関する一般的な解法を用いれば、次の線形計画問題によって均衡解を求めることができる。

28 数値計画法を用いた警備員の巡視路選択問題

表 7 各巡視路計画における警備員位置 ($p(s, t)$)
Table 7 Positions of watchmen ($p(s, t)$).

時刻 \ 巡視路	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	(8,9)	(9,9)	(10,9)	(11,9)	(12,9)	(13,9)	(14,9)	(15,9)	(15,10)	(15,11)	(15,12)	(15,13)
2	(8,9)	(9,9)	(10,9)	(11,9)	(11,10)	(11,11)	(11,12)	(11,13)	(10,13)	(9,13)	(8,13)	(8,12)
3	(15,13)	(14,13)	(13,13)	(12,13)	(12,12)	(12,11)	(12,10)	(12,9)	(13,9)	(14,9)	(15,9)	(15,10)
時刻 \ 巡視路	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
1	(14,13)	(13,13)	(12,13)	(11,13)	(10,13)	(9,13)	(8,13)	(8,12)	(8,11)	(8,10)	(8,9)	
2	(8,11)	(8,10)	(8,9)	(9,9)	(10,9)	(11,9)	(11,10)	(11,11)	(11,12)	(11,13)	(10,13)	
3	(15,11)	(15,12)	(15,13)	(14,13)	(13,13)	(12,13)	(12,12)	(12,11)	(12,10)	(12,9)	(13,9)	

表 8 各侵入路の経由地点 ($q(l, j)$)
Table 8 Waypoints of invasion routes ($q(l, j)$).

侵入路 \ 経由地点j	1	2	3
1	(13,20)	(20,10)	(7,0)
2	(13,16)	(16,10)	(7,9)
3	(11,16)	(16,12)	(11,9)
4	(11,11)	(11,11)	(11,11)

ただし、巡視路 p_s の選択確率を表す変数を x_s とする。

$$\begin{aligned}
 & (P3) \max_{x_s, \lambda} \lambda \\
 & s.t. \sum_{s=1}^m x_s V(p_s, q_l) \geq \lambda, \quad l = 1, \dots, n, \\
 & \sum_{s=1}^m x_s = 1, \quad x_s \geq 0, \quad s = 1, \dots, m
 \end{aligned}$$

ちなみに、定式化 (P3) で必要とされる x_s や λ の変数の数は $m + 1$ である。

[数値例 3] 空間や時間、警備員の巡視路や侵入者の経由地点などの表記の仕方およびパラメータ $\alpha(r)$, u の設定は数値例 1 と同じである。また、 $T = 23$, 減衰率はパッシブとし、

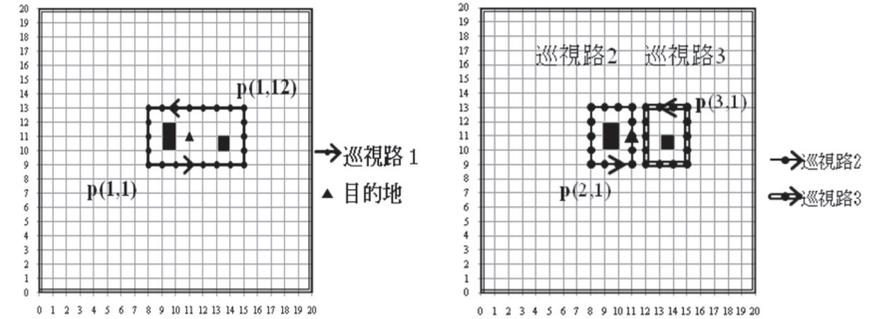


図 8 3本の巡視路
Fig. 8 Three routes of watchmen.

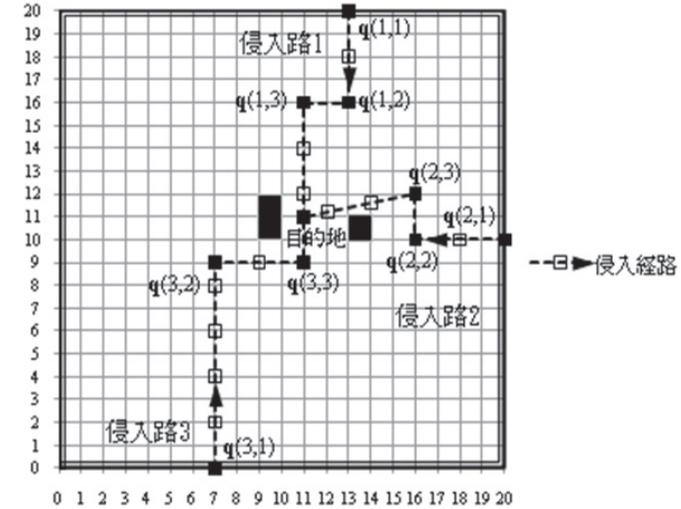


図 9 3本の侵入路
Fig. 9 Three invasion routes.

$m = 3$ 本の巡視路および $n = 3$ 本の侵入路は表 7 および表 8 のとおり設定した。それらを図示したものが図 8 および図 9 である。また、各侵入路に関して $v_j = 0, j = 1, \dots, L_l$ とし、すべての経由地点は警備員から見えない。

巡視路 1 は施設内の最も広い範囲を巡視し、巡視路 2 および巡視路 3 は時刻 15 で元の場

表 9 支払行列 $V(\mathbf{p}_s, \mathbf{q}_t)$
Table 9 Payoff matrix $V(\mathbf{p}_s, \mathbf{q}_t)$.

侵入路 \ 巡視路	1	2	3
1	0	0.011	0.010
2	0	0	0.023
3	0.012	0	0.014

所に戻り, $T = 23$ までは引き続き同じ経路を巡視する. どの侵入路も目的地は (11, 11) である. また, 巡視路と侵入路すべての組合せに対する最小視認度を示す支払行列は表 9 のようになる.

この行列ゲームを定式化 (P3) により解くと, 警備員の混合戦略として巡視路 1, 2, 3 の最適選択確率は 0.52, 0, 0.48 となる. したがって, 100 回の警備に対して 52 回は巡視路 1 を, 48 回は巡視路 3 を選択し, 巡視路 2 は使用しないとされた警備計画が推奨される. 一方の侵入者は, どの巡視路に対しても視認度の比較的高い侵入路 3 を選択せず, 侵入路 1 および侵入路 2 をそれぞれ 0.48, 0.52 の確率で選択することになる.

ちなみに, 数値例 1 と同じハードウェア構成を用い, 線形計画問題を解くために市販のソフト NUOPT を使用して計算にかかった時間は 0.09 秒であった.

5. 注意量配分問題

実際に巡視中の警備員は, 施設のセキュリティ上脆弱な部分には, より多くの注意を払いつつ警備を行うであろう. つまり, 侵入者が可視的状況であれば, より多くの注意を向ければ見つけやすいと考えられる. ここでは 3 章で求めた最悪な侵入スケジュールを意識しつつ, 巡視中の警備員がどのように注意を配分すれば効果的であるかを議論する. 複数侵入路が想定される場合, 警備員は各侵入路の最悪な侵入スケジュールを考慮しつつ, 各時刻どの方向に注意を集中するかを決定しなければならず, その組合せは多岐にわたる. また, 侵入者も各巡視路の警備員を考慮しながら見つけにくい侵入路を選択するため, 警備員は視認度の最大化だけを考え注意配分を決めることはできず, 侵入者の意図も考慮する必要がある. この問題は, 警備ロボットに搭載する CCD カメラ, その他のセンサを時刻に応じて適切に制御することに活用できる.

まず, 前提 (A1) ~ (A5) に加えて警備員の注意量を取り扱うための前提を付加する.

(A6) 警備員の視線方向

各巡視路を巡視している警備員の注意量を配分する方向を定義するため, 全周を M 分割した離散的な方角を $\Theta \equiv \{1, \dots, M\}$ で定義する. 方角 $\theta \in \Theta$ は実際には $\left[\frac{2\pi}{M}(\theta-1), \frac{2\pi}{M}\theta\right]$ の間の角度を意味する. 各警備員は各時点における全体の注意量を 1 とし, 各方角へその中の何割を向けるべきかを定める. その戦略として, s 番目の巡視路上の警備員の時刻 t における方角 θ への注意量を $\{\varphi_s(\theta, t), \theta \in \Theta, t \in T\}$ で定義する.

(A7) 侵入者の発見に関する評価尺度

時刻 t に位置 \mathbf{r} にいる侵入者の発見確率あるいは度合いは, 注意量 $\varphi_s(\theta, t)$ と式 (1) で定義された視認度 $E_s(\mathbf{r}, t)$ の積を各警備員で合計した値とし, その全時刻の総和 $P(\varphi, l)$ に依存するものとする.

$$P(\varphi, l) = \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^m E_s(\omega(l, t), t) \varphi_s(\phi_s(\omega(l, t), t), t)$$

ただし, $\omega(l, t)$ は (P2) で求まる侵入路 l の侵入スケジュールにおける時刻 t での侵入者位置, $\phi_s(\mathbf{r}, t)$ は時刻 t での巡視路 s から位置 \mathbf{r} の方角である. m 本の巡視路に対し (P2) で求まる最悪な侵入スケジュールにおける, 侵入路 l の時刻 t での侵入者の位置 \mathbf{r} を $\omega_l = \{\omega(l, t) \in \mathbf{R}^2, t \in T\}, l = 1, \dots, n$ とする.

5.1 注意配分問題の定式化と解法

ここでの注意配分問題を, 警備員は $P(\varphi, l)$ を大きくするために効果的な注意量の配分 φ を決め, 侵入者は小さくしようと侵入路 l を選ぶゲームとみることができる. ただし, 以後では侵入者の戦略を, 侵入路 l を確率 $\pi(l)$ でとる混合戦略とする.

目標の発見を企図する探索者とそれから逃げようとする目標の 2 人のプレイヤーの問題は, 探索ゲームという名のもとに, いくつかの研究がなされている. その中に探索者は目標を探知するために手持ちの探索資源を空間に投入することを戦略とし, 目標は探索者から逃避するための経路の選択を戦略としてとるようなモデルとして探索配分ゲーム^{(6),(7)}がある. その理論を, 注意量を探索資源量と見なした警備員の最適配分方法に応用する. ここでの注意配分問題は, 支払関数の形が線形であり, 巡視路および探索者の数が複数であることから, 探索配分ゲームのモデルを拡張しなければならない.

(A6) および (A7) の前提から, 各警備員の注意量配分 $\varphi_s(\theta, t)$ は条件 $\varphi_s(\theta, t) \geq 0$, $\sum_{\theta \in \Theta} \varphi_s(\theta, t) = 1, t \in T, s = 1, \dots, m$ を満たす実行可能領域 Ψ を持つ. また, 侵入路の混

合戦略は、条件 $\pi(l) \geq 0, \sum_{l=1}^n \pi(l) = 1, l = 1, \dots, n$ を満たす実行可能領域 Π を持つ。侵入者が混合戦略をとることによるゲームの期待支払 $P(\varphi, \pi)$ は、 $P(\varphi, \pi) = \sum_{l=1}^n \pi(l)P(\varphi, l)$ となる。

この期待支払 $P(\varphi, \pi)$ は φ と π について線形であるから、そのミニマックス値とマックスミニ値は一致し、それがゲームの値となる。ミニマックス最適問題は次式で与えられる。

$$\max_{\varphi} \min_{\pi} \sum_{l=1}^n \pi(l)P(\varphi, l) \quad s.t. \varphi \in \Psi, \pi \in \Pi$$

この問題は容易に次の線形計画問題に変形することができる。

$$(P4) \quad \max_{\varphi, \eta} \eta$$

$$s.t. \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^m E_s(\omega(l, t), t) \varphi_s(\phi_s(\omega(l, t), t), t) \geq \eta, \quad l = 1, \dots, n,$$

$$\varphi \in \Psi$$

(P4) から求まる最適解 $\{\varphi_s^*(\theta, t), \theta \in \Theta, t \in T\}$ が、巡視路 s を行く警備員の最適な注意配分量である。なお、定式化 (P4) で必要とされる $\varphi_s(\theta, t)$ や η の変数の数は $mMT + 1$ である。

5.2 数値例と計算時間

ここでは、定式化 (P4) により求められる最適注意量配分が、どのように巧妙なものになっているか、次の数値例 4 を用いて確認する。

[数値例 4] 1 つの巡視路を巡視中の警備員について考える。パラメータ $T = 23, \alpha(r) = 1, u = 2, g(d) = 1/d^2, M = 10$ の設定のほか、1 本の巡視路は表 10 に示し、 $n = 3$ 本の侵入路は数値例 3 で用いた表 8 および図 9 のとおりである。各経路地点について $v_j = 0, j = 1, \dots, L_i$ とし、以上を図示したものが図 10 である。

(P1) より求まる侵入スケジュールによる各経路地点の出発時刻および最適値 $f_j(z^*)$ は、表 11 のようになる。

侵入路 1 をとる侵入者は、まったく見つかることなく目的地に到達することができる。図 11 の実線の矢印は、侵入者が警備員の視界に入り視認度が増す時刻と方角を示している。侵入者に対する方角 $\theta \in \Theta = \{1, 2, \dots, 10\}$ とは、巡視路上のどの位置、進行方向から

表 10 巡視路における警備員位置
Table 10 Positions of watchman.

時刻	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p(t)	(8,9)	(9,9)	(10,9)	(11,9)	(12,9)	(13,9)	(14,9)	(15,9)	(15,10)	(15,11)	(15,12)	(15,13)
時刻	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
p(t)	(14,13)	(13,13)	(12,13)	(11,13)	(10,13)	(9,13)	(8,13)	(8,12)	(8,11)	(8,10)	(8,9)	

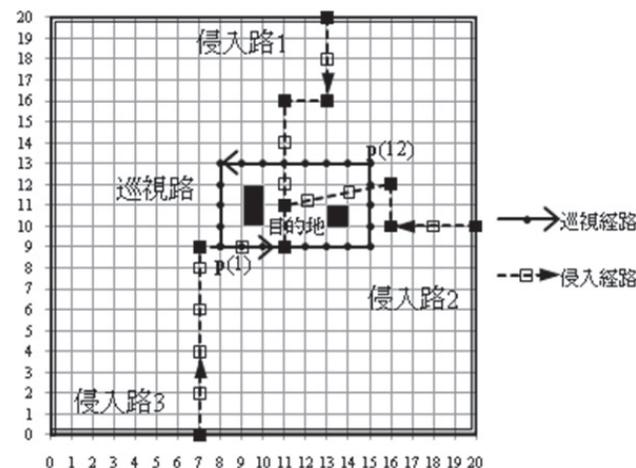


図 10 施設内の設定 (巡視路が 1 本)

Fig. 10 Map in the facility (in the case of a watchman route).

表 11 各侵入路の最適侵入スケジュールと視認度

Table 11 Optimal invasion schedules and the degree of detection.

侵入路	1			2			3		
	到着時刻	出発時刻	$f_j(z_j^*)$	到着時刻	出発時刻	$f_j(z_j^*)$	到着時刻	出発時刻	$f_j(z_j^*)$
1	1	1	0	1	17	0.0111	1	10	0.0102
2	3	3	0	19	19	0	15	15	0
3	4	6	0	20	20	0	17	17	0
4	9		0	23		0	19		0

31 数理計画法を用いた警備員の巡視路選択問題

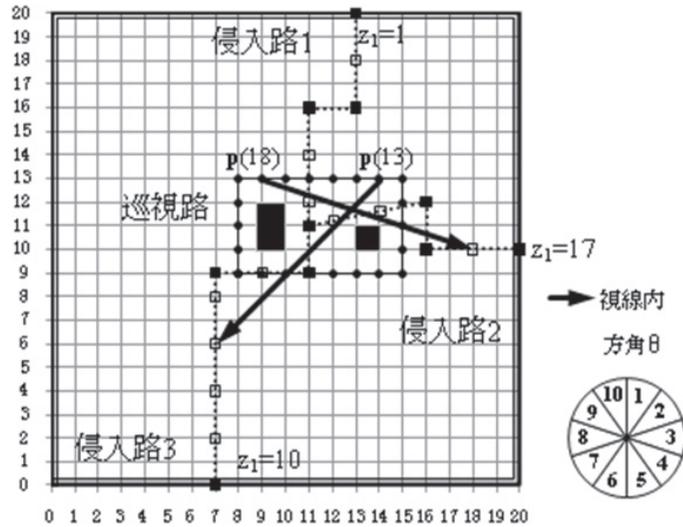


図 11 侵入者の最適スケジュールと視認度 (警備員が 1 人)

Fig. 11 Optimal invasion schedules and the degree of detection (in the case of a watchman).

表 12 警備員の最適注意量配分

Table 12 Optimal distribution of the watchman's attention.

時刻 角度	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
3	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
5	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
6	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
7	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
8	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
9	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
10	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

であっても、図 11 上の右下に示している円の方角を基準に考える。このときの警備員の巡視中の最適注意配分量を表 12 に示した。

時刻 13, 18 以外の侵入者が警備員の視界に入らない時刻では注意力を一様に配分してい

表 13 各巡視路における警備員位置 (p(s, t))

Table 13 Positions of watchman's routes (p(s, t)).

時刻 巡視路	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	(8,9)	(9,9)	(10,9)	(11,9)	(11,10)	(11,11)	(11,12)	(11,13)	(10,13)	(9,13)	(8,13)	(8,12)
2	(15,13)	(14,13)	(13,13)	(12,13)	(12,12)	(12,11)	(12,10)	(12,9)	(13,9)	(14,9)	(15,9)	(15,10)
時刻 巡視路	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
1	(8,11)	(8,10)	(8,9)	(9,9)	(10,9)	(11,9)	(11,10)	(11,11)	(11,12)	(11,13)	(10,13)	
2	(15,11)	(15,12)	(15,13)	(14,13)	(13,13)	(12,13)	(12,12)	(12,11)	(12,10)	(12,9)	(13,9)	

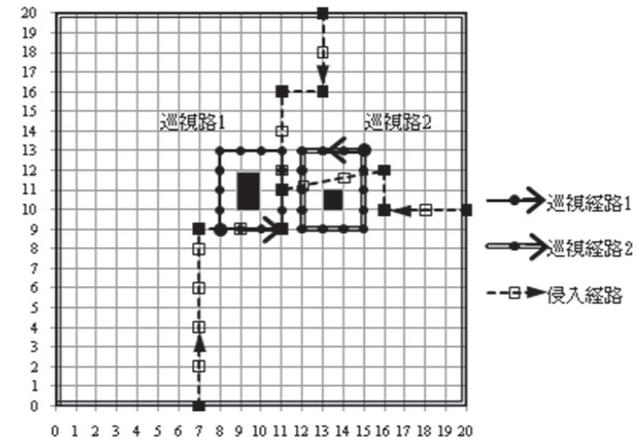


図 12 施設内の設定 (巡視路が 2 本)

Fig. 12 Map in the facility (in the case of two watchmen's routes).

る結果となっているが、この注意の配分は無駄である。時刻 13 では方角 7 の侵入路 3、時刻 18 では方角 4 の侵入路 2 に注意を払う計画となっている。しかし、侵入者は最適視認度 0 の侵入路 1 を確率 1 でとるためゲームの値は 0 となり、ここで設定した巡視路は警備にはまったく役に立たない。以上から、警備員側としては何らかの対策を考えなければならず、次に警備巡視路を 2 本にした場合を考える。

[数値例 5] 警備員を増員し 2 本の経路を巡視しながら警備する状況を考える。パラメータ $T, \alpha(r), v_j, u, g(d), M$ および侵入路の設定は数値例 4 と同じである。警備員の巡視路は表 13 で示しているが、巡視路が増えたため 1 本の巡視路は時刻 15 で元の場所に戻り、

32 数理計画法を用いた警備員の巡視路選択問題

表 14 各侵入路の最適侵入スケジュールと視認度
Table 14 Optimal invasion schedules and the degree of detection.

侵入路	1			2			3		
	到着時刻	出発時刻	$f_j(z^*)$	到着時刻	出発時刻	$f_j(z^*)$	到着時刻	出発時刻	$f_j(z^*)$
1	1	9	0.133	1	5	0.134	1	5	0.192
2	11	11	0.109	7	7	0.134	10	10	0.087
3	12	13	0.109	8	8	0.134	12	12	0
4	15		0	11		0	22		0

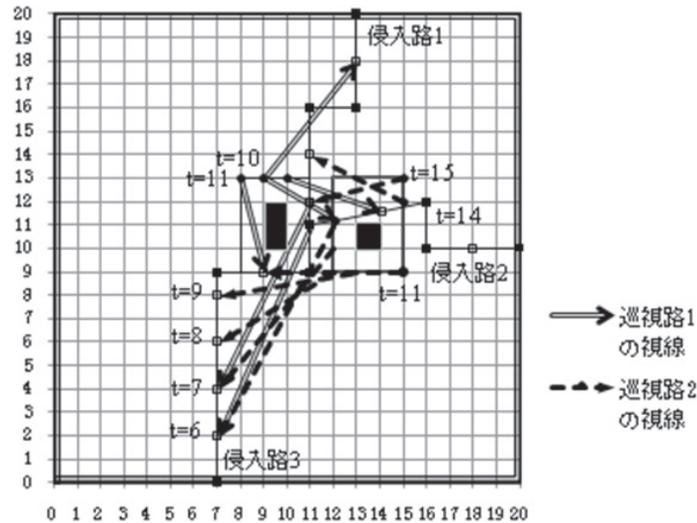


図 13 各巡視路から視界に入る侵入路
Fig. 13 Lines of sight from watchmen.

$T = 23$ までは引き続き同じ経路を巡視する。また、巡視路および侵入路の位置を図 12 に示している。

2本の巡視路に対し、(P2)で評価した最悪な侵入スケジュールは表 14 に示すとおりである。表 9 との比較から、1本の巡視路と比べて、どの侵入路に対しても視認度が増加していることが分かる。

表 15 警備員 2 人の最適注意量配分

Table 15 Optimal distribution of watchmen's attention.

		巡視路1																						
時刻	角度	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0.1	0	0.2	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
3	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0.1	1	0.8	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
5	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0.1	0	0	1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
6	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	1	1	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
7	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
8	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
9	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
10	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

		巡視路2																						
時刻	角度	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
2	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
3	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
4	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
5	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
6	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	1	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
7	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	1	1	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
8	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	1	0.1	1	0.1	0.1	0	1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
9	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	1	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
10	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

また、図 13 の白い矢印は巡視路 1 の警備員から、黒い点線の矢印は巡視路 2 の警備員から侵入者が視界に入り、視認度が増す時刻と方向を示している。このときの 2 本の巡視路からの最適注意量配分を表 15 に示し、その特徴を以下に示す。

- 時刻 6, 7 においては、巡視路 1 からは見ることができる唯一の侵入路 3 の方向 6 に注意を集中し、巡視路 2 からは時刻 6 で方向 6 を、時刻 7 で方向 7 の同じく侵入路 3 に全注意量を配分していることが分かる。
- 時刻 9 において、巡視路 1 は、侵入路 2 の侵入者と至近距離に近づくため、そこに全注意量を配分する。また、巡視路 2 からは、侵入路 2 が障害物で見えないため、時刻 6, 7 に引き続いて時刻 9 でも侵入路 3 の方向 8 を注視する。

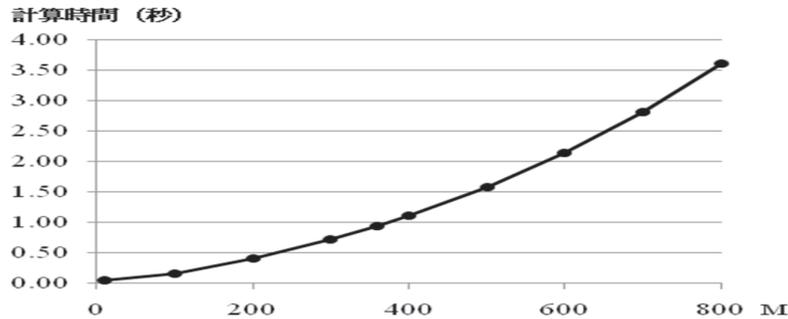


図 14 M による計算時間の変化 ($T = 10$)
Fig. 14 Computation time for M ($T = 10$).

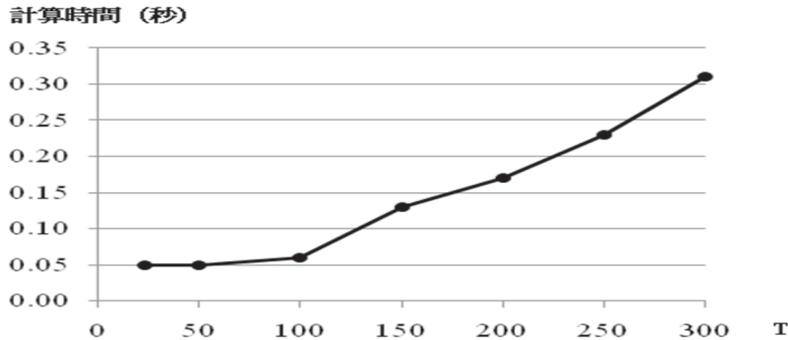


図 15 T による計算時間の変化 ($M = 10$)
Fig. 15 Computation time for T ($M = 10$).

- ③ 時刻 10 において，巡視路 1 からは侵入路 1 と侵入路 2 が視界に入っているものの，侵入路 2 に対してより多くの注意量 0.8 を配分している．これは，至近距離にある侵入者の方がより視認度が高く，全体の視認度の向上に貢献するからである．また，侵入路 1 は時刻 14, 15 で巡視路 2 から視界に入る機会があり，そこでの視認度を高くできるからでもある．ちなみに，時刻 14, 15 における巡視路 2 からの注意が集中する 9 および 8 は侵入路 1 の方角である．
- ④ ゲームの値は 0.115 となり，どの侵入路にもある程度の視認度を保つことができる．また，探索配分ゲームの均衡解としては，侵入路 1 および 2 をそれぞれ 0.76, 0.24 の確

率で選択することになる．

数値例 3 で使用したハードおよび市販ソフトによる数値例 4, 5 の計算時間は，それぞれ 0.03 秒, 0.05 秒となった．ここで，数値例 5 の設定を用い，分割数 M と時刻の上限 T に対する計算時間の変化を調べたものが，図 14 および図 15 である．

計算時間は，用いる数理ソフトにも依存するが，方角の分割数を 800 にしたときでも数秒で解くことができる．

6. まとめと今後の課題

本論文では，これまで計算幾何学では取り扱うことの難しかったスケジューリングを含む動的な警備問題を，動的計画法やゲーム理論，探索理論といった数理計画手法を用いて定量的に評価することが可能であることを示した．

侵入スケジューリング問題では，1 つの巡視路と 1 つの侵入路において，警備側にとって最悪な侵入スケジュールを求めた．これにより，警備の有効性を最小視認度の値から定量的に評価することができる．複数警備巡視路の選択問題では，侵入者の行動を考慮した各巡視路の最適選択確率を求めたが，これは警備計画の作成に活用できる．また，そのときに算出されるゲームの値からは警備体制全体の有効性を定量的に評価することができる．最後に提示した注意量配分問題では，移動中の警備員が各時刻，どの方角に注意を集中すればよいかを定量的に示すことができる．これは，警備ロボットなどを利用する際，時刻に応じた監視方向の決定に活用できる．

以上のように，この研究は，これまで考えられてこなかった観点から警備問題を考え，より簡単に計算時間のかからない手法を提案した．これにより，一見施設内を限なく警備している状況であっても，侵入者にやすやすと侵入を許してしまうような状況も定量的に示すことができ，より良い警備計画の作成に寄与できると考える．

しかし，施設の現実的な警備問題に対しては，さらに細部を考慮する必要がある．たとえば，侵入者の視認度に関する評価には，人間の視力やセンサによる対象物の認知に関する研究成果を組み入れる必要がある．また，注意の配分に関しても，警備員や警備ロボットの視界の広さといった制約を検討する必要がある．

最後に，スパイ侵入問題，警備員巡視路問題，掃除人問題，動物園巡視路問題といった計算幾何学分野における様々なモデル化や取り扱い方は，本論文で提案したモデルにも活用することが可能であると考えられる．

謝辞 本研究の一部は，日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究（C）課題番号

22510169) の補助を受けて行った。

参 考 文 献

- 1) Abellanas, M., Canales, S. and Hernandez-Penalver, G.: An “Art gallery theorem” for pyramids, *Information Processing Letters*, Vol.109, pp.719–721 (2009).
- 2) 浅野哲夫：計算幾何，共立出版 (2007).
- 3) Brooklyn Museum.
http://www.brooklynmuseum.org/about/index.php?l=japanese
- 4) Chvatal, V.: A combinatorial theorem in plane geometry, *Journal of Combinatorial Theory Series B*, Vol.18, pp.39–41 (1975).
- 5) Fisk, S.: A short proof of Chvatal’s watchman theorem, *Journal of Combinatorial Theory Series B*, Vol.24, p.374 (1978).
- 6) Hohzaki, R.: Discrete search allocation game with energy constraints, *Journal of the OR Society of Japan*, Vol.45, No.1, pp.93–108 (2002).
- 7) Hohzaki, R.: Search allocation game, *European Journal of OR*, Vol.172, pp.101–119 (2006).
- 8) Hohzaki, R. and Iida, K.: A search game when a search path is given, *European Journal of OR*, Vol.124, pp.114–124 (2000).
- 9) Honsberger, R.: *Mathematical Gems II*, pp.104–110, Mathematical Association of America (1976).
- 10) 飯田耕司, 宝崎隆祐：改訂搜索理論，pp.128–131，三恵社 (2003).
- 11) Karavelas, M.I., Toth, C.D. and Tsigaridas, E.P.: Guarding curvilinear art galleries with vertex or point guards, *Computational Geometry*, Vol.42, pp.522–535 (2009).
- 12) 警備ロボット「リボグ Q」.
http://www.alsok.co.jp/company/rd/robot/robot_02.html
- 13) Michael, T.S. and Pinciu, V.: Art gallery theorems for guarded guards, *Computational Geometry*, Vol.26, pp.247–258 (2003).
- 14) O’Rourke, J.: *Art Gallery Theorem and Algorithms*, Oxford University Press (1987).
- 15) セコム株式会社 . http://www.secom.co.jp/campaign/robotx.html
- 16) Szechtman, R., Kress, M., Lin, K. and Cfir, D.: Models of sensor operations for border surveillance, *Naval Research Logistics*, Vol.55, pp.27–41 (2007).
- 17) Stern, H., Chassidim, Y. and Zofi, M.: Multiagent visual area coverage using a new genetic algorithm selection scheme, *European Journal of OR*, Vol.175, pp.1890–1907 (2006).
- 18) 譚学 厚, 平田富夫：計算幾何学入門，森北出版 (2001).
- 19) テムザック ロボットラインナップ . http://www.tmsuk.co.jp/lineup/t34/index.html
- 20) Toth, C.D.: Art gallery problem with guards whose range of vision is 180, *Com-*

putational Geometry, Vol.17, pp.121–134 (2000).

付 録

A.1 視認度の最大値を最小化する侵入スケジューリング問題の解法

ここでは，3章の前提 (A5) の評価尺度として，全時刻における視認度の最大値を採用し，これを最小化するスケジュールを求める動的計画法を示す．この定式化では，3.1, 3.2 節の議論を踏襲する． $f_j(t)$ を，経路地点 j の出発時刻が t としたときの経路地点 j を出発して以降の全時刻における最大視認度の最小値と定義すると，次の動的計画法による定式化が可能である．

$$(P5) \quad f_j(t) = \min_{t+n_j+1 \leq z \leq M_{j+1}} \left[\max \left\{ \max_{1 \leq k \leq n_j} E(\mathbf{q}^j(k), t+k), \max_{t+n_j+1 \leq \tau \leq z} v_{j+1} E(\mathbf{q}^{j+1}, \tau), f_{j+1}(z) \right\} \right],$$

$$F_j \leq t \leq S_j, \quad j = L-1, \dots, 0$$

(P1) における計算手順と同様に， $f_L(t) = 0$ を初期値として，この漸化式を繰り返し計算し， $f_0(0)$ を求めればよい．

[数値例 A] 数値例 1 と同じ設定の下で，(P5) の動的計画法により最適侵入スケジュールを求め，その結果を表 16 に示した．また，その結果を (P1) による侵入スケジュールと比較したものが表 17 である．

表 17 から，(P5) により求められる最適侵入スケジュールでの最大視認度は，(P1) よ

表 16 侵入路の最適侵入スケジュールと視認度
Table 16 Optimal invasion schedules and the degree of detection.

経路地点 j	到着時刻	出発時刻	$f_j(z_j^*)$
1	0	1	0.017
2	2	2	0.017
3	4	4	0.017
4	8	14	0.017
5	16	16	0.014
6	18	18	0
7	20		0

表 17 各評価尺度における視認度
Table 17 Degree of detection in each appraisal scale.

	評価尺度	
	総視認度の最小化 (P1)	最大視認度の最小化 (P5)
最大視認度	0.022	0.017
総視認度	0.053	0.059

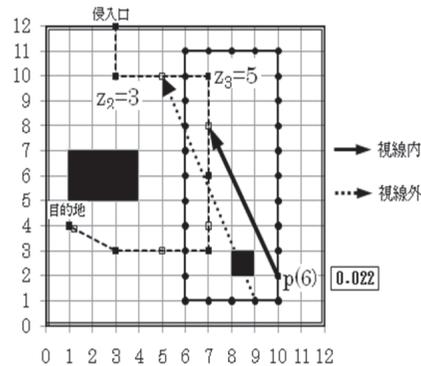


図 16 総視認度最小のスケジュール
Fig. 16 Optimal invasion schedule for the minimum of the total degree of detection.

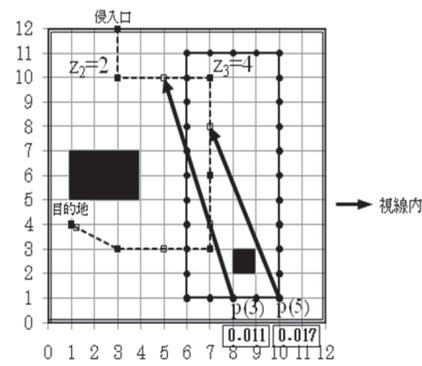


図 17 最大視認度最小のスケジュール
Fig. 17 Optimal invasion schedule for the minimum of the maximal degree of detection.

り 0.005 だけ低くなる。しかし、総視認度は (P1) に比べて高くなり、このスケジュールは総視認度について最小値ではなくなる。また、表 2 と表 16 から、各評価尺度による侵入スケジュールの違いは経路地点 2 および 3 の出発時刻だけに現れていることが分かる。この 2 つの侵入スケジュールの経路地点 2 から 4 の間の警備員の視線を図 16 および図 17 に矢印で示した。また、警備員の侵入者に対する視線に入ったときの視認度を図上の四角内に示している。

図 16 では時刻 6 で視認度が増加するが、図 17 では時刻 3 および 5 で増加する。これは、最大視認度の最小化を実現するため、1 時刻に視認度が 0.022 増加することを避け、1 時刻の視認度が 0.011, 0.017 とより低く増加する侵入スケジュールをとっていることを示している。また、時刻 3, 5 の合計視認度は 0.028 であり総視認度は増加する。

以上から、施設内が明るく、警備員が視界内の侵入者を見過ごす可能性がないような状況であれば、図 17 のような侵入スケジュールが侵入者にとって最適であり、施設内が暗いなどの警備環境を想定する場合には、総視認度を最小化し全体での発見確率を最小化する図 16 のスケジュールが最適といえる。

(平成 22 年 4 月 22 日受付)
(平成 22 年 6 月 11 日再受付)
(平成 22 年 7 月 28 日再受付 (2))
(平成 22 年 8 月 19 日採録)



森田 修平
昭和 59 年生。平成 18 年防衛大学校電気情報学群電気電子工学科卒業。同年航空自衛隊入隊。現在、防衛大学理工学研究科修士課程に在学中。オペレーションズ・リサーチに関する研究に従事。



宝崎 隆祐 (正会員)
昭和 30 年生。平成 3 年神戸大学大学院自然科学研究科システム科学専攻博士課程修了。平成 4 年より防衛大学校講師。平成 16 年より教授。オペレーションズ・リサーチに関する研究に従事。学術博士。平成 13 年山崎賞、平成 14 年 The MOR Journal Award 受賞。日本オペレーションズ・リサーチ学会、電子情報通信学会、国際数理科学協会各会員。



島山 雄介
昭和 61 年生。平成 22 年防衛大学校電気情報学群情報工学科卒業。同年陸上自衛隊入隊。現在、幹部候補生学校所属。