

マルチコンピュータシステムにおける 積和アルゴリズムに基づく確率的故障診断

阿部 洋志^{†1} 池上 裕之^{†1}
小林 学^{†1} 坂下 善彦^{†1}

F.P.Preparata らは、マルチコンピュータシステムの要素である各ノードを別のいくつかのノードが独立に検査を行い、それらの結果からシステム中のすべての故障ノードを発見する故障診断モデルを提案した。本研究では、間欠性故障を含む確率的故障診断モデルを対象とし、検査結果であるシンドロームに対して積和アルゴリズムを用いた故障診断法を提案する。結果的に従来よりも診断誤り確率を大幅に小さくすることができることを計算機シミュレーションにより示す。

Probabilistic Fault Diagnosis Based on Sum-Product Algorithm in the Multicomputer System

HIROSHI ABE,^{†1} HIROYUKI Ikegami,^{†1}
MANABU Kobayashi^{†1} and YOSHIKO SAKASHITA^{†1}

F.P.Preparata et al. have proposed a fault diagnosis model to find all fault nodes in the multicomputer system by using outcomes which each of nodes tests some other nodes. In this paper, for probabilistic diagnosis models, we show an efficient diagnosis algorithm to obtain a posteriori probability that each of nodes is faulty given the syndrome. This algorithm can be considered as a kind of more general sum-product algorithm. In result, we show that the proposed algorithm dramatically reduces the diagnostic error probability.

^{†1} 湘南工科大学
Shonan Institute of Technology

1. はじめに

マルチプロセッサシステムあるいはマルチコンピュータシステムにおける故障ノードを発見する問題は、古くから様々なモデルに対して研究が行われてきた^{1)~25)}。F.P. Preparata らは、システムの要素である各ノードをそれぞれ別のいくつかのノードが独立に検査を行い、それらの結果からシステム中のすべての故障ノードを発見する故障診断モデル (PMC モデルと呼ばれる) を提案した^{1),2)}。これは故障でないノード (正常ノードと呼ぶ) が他のノードの検査を行った結果は正しく、故障ノードが他のノードの検査を行った結果は信頼できないという故障診断モデルとなっている。また正常ノードが他のノードを検査した結果は正しいという仮定の下で、システム中の故障ノードを発見するアルゴリズム及びその性能解析法が種々提案されている^{3)~10)}。さらに正常ノードが他のノードを検査した結果も確率的に誤る、間欠性故障モデルが S.Mallela らによって提案されており¹¹⁾、またこれを含む一般的な確率的故障診断モデルが M.Blount によって提案されている¹²⁾。この間欠性故障を含む確率的な故障診断法には、D.M. Blough らによる手法^{13),14)}、S. Lee らによる手法¹⁵⁾、及び小林らが提案した手法²⁵⁾ などがある。以上のモデルは各ノードが他のノードを検査する関係を有向グラフとして表現できるので、有向グラフモデルと呼ばれる。

一方、各ノードが他のノードを検査するのではなく、接続された 2 ノードが同時に同じジョブを行い、その出力結果を比較することを繰り返すことによって故障ノードを発見する手法も多数研究されている^{16)~23)}。これらのモデルは比較するノード同士を無向グラフで表現できるので、無向グラフモデルと呼ばれる。

さらに有向及び無向グラフモデルそれぞれにおいて、故障診断を 1 度だけ行った結果で全ての故障ノードを特定する同時故障診断 (one-step diagnosis) と、故障診断を何回かのステップに分けて行い、確実に故障であると診断されたノードを修理あるいは交換してから再度故障診断を行う逐次故障診断 (sequential diagnosis) がある。また検査を行うノードを適応的に変化させる適応的故障診断 (adaptive diagnosis) も種々提案されている。

本稿では有向グラフモデルに対する同時故障診断を対象とし、間欠性故障を含む確率的故障診断システムについて検討を行う。小林らは論文²⁵⁾ において、有向グラフ上のあるノードに長さ L 以内で到達可能な全てのパス上のノードが異なるという条件の下で、そのパス上のシンドロームが与えられたときの故障の事後確率を効率的に求める診断アルゴリズムを示し、その有効性を示した。しかし小林らのアルゴリズムでは長さ L で到達可能なパス上のシンドロームしか用いておらず、より多くのシンドローム情報を有効に活用できていな

かった。そこで本研究では有向グラフを無向グラフと見なしたとき、長さ L 以内で到達可能なパス上のシンδροームを全て考慮する診断アルゴリズムを提案する。これはより一般のグラフィカルモデルに対する積和アルゴリズム²⁷⁾の故障診断問題への効果的な適用に相当する。結果的に提案手法により従来よりも診断誤り確率が大幅に小さくなることを計算機シミュレーションにより示す。

2. 故障診断のモデルと確率的故障診断法

システムは N 個のノードの集合からなり、各ノードには識別するための固有の番号 $1, 2, \dots, N$ が割り振られているとする。この番号を対応するノードとみなし、ノードの集合を $U = \{1, 2, \dots, N\}$ と表す。またそれぞれのノードは U の複数のノードと通信可能であるとし、通信可能な他のノードの故障を検査することができるものとする。ここで有向グラフ $G = (U, E)$ を考え、ノード $i, j \in U$ について j が i の故障を検査するとき、またそのときに限り、枝 (j, i) が j から i に結ばれるものとする。すなわち $(j, i) \in E$ である。この有向グラフ $G = (U, E)$ は検査グラフと呼ばれる。またノード $i \in U$ が検査するノードの集合を $\Gamma(i) = \{k \in U | (i, k) \in E\}$ と表し、逆にノード $i \in U$ のことを検査するノードの集合を $\Gamma^{-1}(i) = \{j \in U | (j, i) \in E\}$ と表記する。

次にノード $i \in U$ が故障している場合を $x_i = 1$ で表し、そうでない場合を $x_i = 0$ で表す。さらに全ての $(j, i) \in E$ について j が i を検査した結果を s_{ji} で表し、 i が故障していると判断したときは $s_{ji} = 1$ 、そうでないときは $s_{ji} = 0$ を出力するものとする。ここで全ての $(j, i) \in E$ に対して s_{ji} を並べたベクトルをシンδροームと呼び、 $\mathbf{s}$ で表す。同様に、故障パターンを $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N) \in \{0, 1\}^N$ で表す。故障診断システムは $G = (U, E)$ 及びシンδροーム $\mathbf{s}$ が与えられたときに、 $\mathbf{x}$ の推定値を出力する。

さて確率的故障診断の準備として、それぞれの事象に対する確率モデルを以下で定義する。

定義 1 それぞれの $i \in U$ について故障に対する確率関数を $P(x_i)$ と表わし、他のノードと独立、すなわち $P(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^N P(x_i)$ とする。またそれぞれの $(j, i) \in E$ について s_{ji} は x_j 及び x_i にのみ依存し、 $P(s_{ji}|x_j, x_i)$ により決まるものとする。さらに記述を簡便にするため、 $P_{x_j, x_i}(s_{ji}) = P(s_{ji}|x_j, x_i)$ と定義する^{*1}。□

通常の故障診断モデルでは、正常ノード j が正常ノード i を検査した結果 s_{ji} が誤る確率は 0、すなわち $P_{0,0}(s_{ji} = 1) = 0$ を仮定することが多い。また正常ノード j が故障ノード

i を検査した結果 s_{ji} が確率的に誤る間欠性故障は、 $P_{0,1}(s_{ji} = 0) > 0$ と表わされる点に注意されたい。これ以降確率 $P(x_i)$ 並びに $P_{x_j, x_i}(s_{ji})$ は既知の場合を仮定して話を進める。

間欠性故障を含む確率的な故障診断法には、D.M. Blough らによる手法^{13), 14)} (以降 BSM アルゴリズムと呼ぶ) と S. Lee らによる手法¹⁵⁾ (以降 LS アルゴリズムと呼ぶ) がある^{*2}。BSM アルゴリズムは、次式が成り立つ i を $\hat{x}_i = 1$ 、すなわち故障と診断し、それ以外は正常ノードと診断する。

$$\sum_{j \in \Gamma^{-1}(i)} \{2s_{ji} - P(x_j = 1) - P(x_j = 0)P_{0,1}(s_{ji} = 1)\} > 0. \quad (1)$$

このように、BSM アルゴリズムはノード i に対するテスト結果 $s_{ji}, j \in \Gamma^{-1}(i)$ 、だけを用いて i の診断を行う。さらに S. Lee らは式 (1) の判定基準を改良し、次式を満たす i を故障ノードと判定するアルゴリズム *Opt3* を示した。

$$1 / \left\{ 1 + \frac{P(x_i = 0)}{P(x_i = 1)} \prod_{j \in \Gamma^{-1}(i) | s_{ji} = 1} \left(\frac{\beta_{ji}}{\alpha_{ji}} \right) \prod_{j \in \Gamma^{-1}(i) | s_{ji} = 0} \left(\frac{1 - \beta_{ji}}{1 - \alpha_{ji}} \right) \right\} > 0.5, \quad (2)$$

ただし

$$\begin{aligned} \alpha_{ji} &= P(x_j = 0)P_{0,1}(s_{ji} = 1) + P(x_j = 1)P_{1,1}(s_{ji} = 1), \\ \beta_{ji} &= P(x_j = 1)P_{1,0}(s_{ji} = 1), \end{aligned} \quad (3)$$

である。*Opt3* の診断誤り確率は BSM アルゴリズムよりも小さくなることが保証されている¹⁵⁾。さらに S. Lee らは $P_{0,0}(s_{ji} = 1) = 0$ の関係を用いて、*Opt3* を改良したアルゴリズム *Opt2* を提案している¹⁵⁾。なお *Opt3* の計算量は $O(|E|)$ 、*Opt2* の計算量は最悪で $O(N^2)$ である¹⁵⁾。

一方近年小林らにより、部分的なシンδροームを用いて最大事後確率 (MAP) により診断を行うアルゴリズムが提案されている²⁵⁾。まず有向グラフ G に対する部分グラフ及び部分シンδροームの定義を示す。

定義 2 有向グラフ $G = (U, E)$ においてノード i に長さ l 以内で到達できる全てのパス上のノードの集合を $U_i^{(l)}$ とし、パス上の枝の集合を $E_i^{(l)}$ とする^{*3}。また $U_i^{(l)}$ と $E_i^{(l)}$ で構成される $G = (U, E)$ の有向部分グラフを $G_i^{(l)} = (U_i^{(l)}, E_i^{(l)})$ と表記する。さらに $E_i^{(l)}$ の全ての要素 (k, j) に対応するシンδροーム s_{kj} をインデックスの適当な辞書順にならべ

*2 これらの手法では、 $P_{0,0}(s_{ji} = 1) = 0$ が仮定されている点に注意が必要である。

*3 ただし、 i に到達するパス上の枝は全て i の方向に向いている必要がある点に注意されたい。

*1 例えば $P_{1,0}(s_{ji}) = P(s_{ji}|x_j = 1, x_i = 0)$ である。

たベクトルを $\mathbf{s}_i^{(l)}$ と表す. すなわち全シンδροーム $\mathbf{s}$ の中で $E_i^{(l)}$ に対応する要素だけ取り出した部分シンδροームベクトルを $\mathbf{s}_i^{(l)}$ と定義する. また集合 A に対してその異なる要素数を $|A|$ と表わすものとする. $\square$

定義 3 任意のノード $i \in U$ に対して $G_i^{(L)} = (U_i^{(L)}, E_i^{(L)})$ が (枝を無向と見なしたときに) 木構造となる有向グラフ $G = (U, E)$ の集合を $\mathcal{G}^{(L)}$ と定義する. すなわち, $G = (U, E) \in \mathcal{G}^{(L)}$ において任意のノード $i \in U$ に長さ L 以内に到達できる全てのパス上のノードの集合内には重複するノードが無い. $\square$

以上の定義の下で小林らの診断アルゴリズム²⁵⁾ を以下に示す. ただし定数 $l_{\max}$ はアルゴリズムの繰り返し回数とする.

[MAP 診断アルゴリズム²⁵⁾]

1) $a_i^{(0)} = \ln \frac{P(x_i=0)}{P(x_i=1)}$, $i \in U$, $l := 0$.

2) それぞれの $i \in U$ に対して以下を計算.

i) 全ての $j \in \Gamma^{-1}(i)$ に対して次式を計算.

$$b_{ji}^{(l+1)} = \ln \frac{P_{0,0}(s_{ji}) \exp(a_j^{(l)}) + P_{1,0}(s_{ji})}{P_{0,1}(s_{ji}) \exp(a_j^{(l)}) + P_{1,1}(s_{ji})}. \quad (4)$$

ii) $a_i^{(l+1)}$ を式 (5) で更新.

$$a_i^{(l+1)} = a_i^{(0)} + \sum_{j \in \Gamma^{-1}(i)} b_{ji}^{(l+1)}. \quad (5)$$

3) $l+1 = l_{\max}$ ならば式 (6) を出力して終了. そうでなければ $l := l+1$ として 2) へ.

$$\hat{x}_i = \begin{cases} 0, & a_i^{(l_{\max})} \geq 0; \\ 1, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (6)$$

$\square$

またこのアルゴリズムに対して, 次の定理が成り立つ²⁵⁾.

定理 1 検査グラフ $G \in \mathcal{G}^{(L)}$ に対して事後確率診断アルゴリズムを用いたとき, $L \geq l_{\max}$ ならば次式が成り立つ.

$$a_i^{(l_{\max})} = \ln \frac{P(x_i = 0 | \mathbf{s}_i^{(l_{\max})})}{P(x_i = 1 | \mathbf{s}_i^{(l_{\max})})}. \quad (7)$$

$\square$

定理 1 から, MAP 診断アルゴリズムのステップ 3) では, 部分的なシンδροーム $\mathbf{s}_i^{(l_{\max})}$

を用いて $\hat{x}_i = \arg \max_{x_i \in \{0,1\}} P(x_i | \mathbf{s}_i^{(l_{\max})})$ と診断を行っている.

$l_{\max}$ が定数であれば, アルゴリズム全体で必要な計算量は $O(|E|)$ で済む. BSM アルゴリズム並びに LS アルゴリズム *Opt3* の計算量が $O(|E|)$ であり, LS アルゴリズム *Opt2* の計算量が $O(N^2)$ であることを考慮すると, MAP 診断アルゴリズムは効率的であることが分かる^{*1}. 以上のように MAP 診断アルゴリズムは $l_{\max} \leq L$ ならば $O(|E|)$ の計算量で全ての $i \in U$ に対して $\mathbf{s}_i^{(l_{\max})}$ の下での事後確率による診断を行うことができる.

また $P_{0,0}(s_{ji} = 1) = 0$ とし, $l_{\max} = 1$ とした MAP 診断アルゴリズムと LS アルゴリズム *Opt3* は等価である²⁵⁾. 従って MAP 診断アルゴリズムが LS アルゴリズム *Opt3* を特別な場合として含み, その拡張となっていることを意味する. また上で述べたように *Opt3* の診断誤り確率は BSM アルゴリズムよりも小さい. 従って事後確率診断アルゴリズムも BSM アルゴリズムよりも小さな診断誤り確率を達成する.

3. 積和アルゴリズムに基づく確率的故障診断

本節では機械学習における一般的な積和アルゴリズム²⁷⁾ を故障診断問題に適用する. このとき故障診断問題の性質すると, 有向グラフに制約を設けることにより事後確率による診断を行うことが可能であることを示す.

なお本節で扱う有向グラフ $G = (U, E)$ は, 任意の枝 $(i, j) \in E$ に対して $(j, i) \notin E$ であるとする. すなわち一方が他方を検査する場合, その逆の検査は行わない検査グラフを対象とする. このような有効グラフ $G = (U, E)$ の集合を $\tilde{\mathcal{G}}$ と表す.

定義 4 有向グラフ $G = (U, E) \in \tilde{\mathcal{G}}$ の全ての枝を無向と見なしたパスを考える. G 上のノード i から長さ l 以内に到達可能な全ての (枝を無向と見なした) パス上のノードの集合を $\bar{U}_i^{(l)}$, 全てのパス上の枝の集合を $\bar{E}_i^{(l)}$ と定義する^{*2}. さらに $\bar{U}_i^{(l)}$ と $\bar{E}_i^{(l)}$ からなる G の有向部分グラフを $\bar{G}_i^{(l)} = (\bar{U}_i^{(l)}, \bar{E}_i^{(l)})$ と表記する. 次に $\bar{G}_i^{(l)} = (\bar{U}_i^{(l)}, \bar{E}_i^{(l)})$ においてノード i と隣接するあるノード $j \in \Gamma(i) \cup \Gamma^{-1}(i)$ に対して, i を端子頂点とする全ての (枝を無向と見なした) パスの中で, ノード j を通らないパス上のノード集合を $\bar{U}_{i \setminus j}^{(l)}$ とし, 枝の集合を $\bar{E}_{i \setminus j}^{(l)}$ とする. またこのノード集合及び枝集合からなる有向グラフを $\bar{G}_{i \setminus j}^{(l)} = (\bar{U}_{i \setminus j}^{(l)}, \bar{E}_{i \setminus j}^{(l)})$ と表記する. なお任意のグラフ $G_1 = (U_1, E_1), G_2 = (U_2, E_2)$ の和を

*1 故障診断システムへの入力であるシンδροームの要素数が $|E|$ であるから, 計算量を $O(|E|)$ より効率的にすることは困難である.

*2 ただし $\bar{E}_i^{(l)}$ は有向枝の集合であり, E の部分集合である. またパス上の枝 $(j, k) \in \bar{E}_i^{(l)}$ はノード i の方を向いている必要がない.

$G_1 \cup G_2 = (U_1 \cup U_2, E_1 \cup E_2)$ で表す。□

定義 5 ある定数 L 及び任意のノード $i \in U$ に対して, $\bar{G}_i^{(L)}$ が (枝を無向と見なしたときに) 木構造となる有向グラフ $G \in \bar{\mathcal{G}}$ の集合を $\bar{\mathcal{G}}^{(L)}$ と定義する. すなわち, $G = (U, E) \in \bar{\mathcal{G}}^{(L)}$ において任意のノード $i \in U$ に長さ L 以内に到達できる全ての (枝を無向と見なした) パス上のノードの集合内には重複するノードが無い。□

これらの定義から次の補題が成り立つ。

補題 1 $G \in \bar{\mathcal{G}}^{(L)}$ 及び $l < L$ について次式が成り立つ。

$$\bar{G}_i^{(l+1)} = \left(\bigcup_{j \in \Gamma^{-1}(i)} \left(\bar{G}_{j \setminus i}^{(l)} \cup g_{ji} \right) \right) \cup \left(\bigcup_{k \in \Gamma(i)} \left(\bar{G}_{k \setminus i}^{(l)} \cup g_{ik} \right) \right), \quad (8)$$

$$\bar{G}_{i \setminus h}^{(l+1)} = \left(\bigcup_{j \in \Gamma^{-1}(i) \setminus \{h\}} \left(\bar{G}_{j \setminus i}^{(l)} \cup g_{ji} \right) \right) \cup \left(\bigcup_{k \in \Gamma(i) \setminus \{h\}} \left(\bar{G}_{k \setminus i}^{(l)} \cup g_{ik} \right) \right). \quad (9)$$

ただし g_{ji} はノード集合を $\{i, j\}$ とし, 枝集合を $\{(j, i)\}$ とするグラフを表す. すなわち $g_{ji} = (\{i, j\}, \{(j, i)\})$ である。□

次に部分シンδροームを以下のように定義する。

定義 6 有向グラフ G の部分グラフ $\bar{G}_i^{(l)} = (\bar{U}_i^{(l)}, \bar{E}_i^{(l)})$ を考える. $\bar{U}_i^{(l)} = \{j_1, j_2, \dots, j_h\}$, $h = |\bar{U}_i^{(l)}|$, のような $j_1, \dots, j_h$, ただし $j_1 < j_2 < \dots < j_h$, を考え, 故障パターンの部分ベクトル $\bar{\mathbf{x}}_i^{(l)}$ を $\bar{\mathbf{x}}_i^{(l)} = (x_{j_1}, \dots, x_{j_h})$ と定義する. すなわち $\bar{U}_i^{(l)}$ に対応する故障パターンベクトルが $\bar{\mathbf{x}}_i^{(l)}$ である. また $\bar{E}_i^{(l)}$ の全ての要素 (k, j) に対応するシンδροーム s_{kj} をインデックスの適当な辞書順にならべたベクトルを $\bar{\mathbf{s}}_i^{(l)}$ と表す. 次に $\bar{G}_{i \setminus j}^{(l)} = (\bar{U}_{i \setminus j}^{(l)}, \bar{E}_{i \setminus j}^{(l)})$ を考える. 上と同様に $\bar{U}_{i \setminus j}^{(l)}$ に対応する故障パターンベクトルを $\bar{\mathbf{x}}_{i \setminus j}^{(l)}$ とし, $\bar{E}_{i \setminus j}^{(l)}$ の全ての要素 (k, j) に対応するシンδροーム s_{kj} をインデックスの適当な辞書順にならべたベクトルを $\bar{\mathbf{s}}_{i \setminus j}^{(l)}$ と表記する。□

定理 2 $G = (U, E) \in \bar{\mathcal{G}}^{(L)}$ とする. このとき任意の $i \in U$ と $l < L$ について次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \ln \frac{P(x_i = 0 | \bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)})}{P(x_i = 1 | \bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)})} &= \ln \frac{P(x_i = 0)}{P(x_i = 1)} + \sum_{j \in \Gamma^{-1}(i)} \ln \frac{\sum_{x_j} P(s_{ji} | x_j, x_i = 0) P(x_j | \bar{\mathbf{s}}_{j \setminus i}^{(l)})}{\sum_{x_j} P(s_{ji} | x_j, x_i = 1) P(x_j | \bar{\mathbf{s}}_{j \setminus i}^{(l)})} \\ &\quad + \sum_{k \in \Gamma(i)} \ln \frac{\sum_{x_k} P(s_{ik} | x_i = 0, x_k) P(x_k | \bar{\mathbf{s}}_{k \setminus i}^{(l)})}{\sum_{x_k} P(s_{ik} | x_i = 1, x_k) P(x_k | \bar{\mathbf{s}}_{k \setminus i}^{(l)})}. \end{aligned} \quad (10)$$

(証明) まず定義 1, 6 と確率の周辺和の性質より $x \in \{0, 1\}$ に対して

$$\begin{aligned} P(x_i = x | \bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)}) &= \sum_{\mathbf{x} \in \{0, 1\}^N | x_i = x} P(\mathbf{x} | \bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)}) = \sum_{\mathbf{x} \in \{0, 1\}^N | x_i = x} \frac{P(\bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)} | \mathbf{x}) P(\mathbf{x})}{P(\bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)})} \\ &= \sum_{\bar{\mathbf{x}}_i^{(l+1)} | x_i = x} \frac{P(\bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)} | \bar{\mathbf{x}}_i^{(l+1)}) P(\bar{\mathbf{x}}_i^{(l+1)})}{P(\bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)})}, \end{aligned} \quad (11)$$

が成り立つ. また定義 1, 6 及び補題 1 から

$$\begin{aligned} &P(\bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)} | \bar{\mathbf{x}}_i^{(l+1)}) P(\bar{\mathbf{x}}_i^{(l+1)}) \\ &= P(\bar{\mathbf{x}}_i^{(l+1)}) \prod_{j \in \Gamma^{-1}(i)} P(\bar{\mathbf{s}}_{j \setminus i}^{(l)} | s_{ji} | \bar{\mathbf{x}}_{j \setminus i}^{(l)}, x_i) \prod_{k \in \Gamma(i)} P(\bar{\mathbf{s}}_{k \setminus i}^{(l)} | s_{ik} | \bar{\mathbf{x}}_{k \setminus i}^{(l)}, x_i) \\ &= P(\bar{\mathbf{x}}_i^{(l+1)}) \prod_{j \in \Gamma^{-1}(i)} P(\bar{\mathbf{s}}_{j \setminus i}^{(l)} | \bar{\mathbf{x}}_{j \setminus i}^{(l)}) P(s_{ji} | \bar{\mathbf{x}}_{j \setminus i}^{(l)}, x_i) \prod_{k \in \Gamma(i)} P(\bar{\mathbf{s}}_{k \setminus i}^{(l)} | \bar{\mathbf{x}}_{k \setminus i}^{(l)}) P(s_{ik} | \bar{\mathbf{x}}_{k \setminus i}^{(l)}, x_i) \\ &= P(x_i) \prod_{j \in \Gamma^{-1}(i)} P(\bar{\mathbf{s}}_{j \setminus i}^{(l)} | \bar{\mathbf{x}}_{j \setminus i}^{(l)}) P(s_{ji} | x_j, x_i) \prod_{k \in \Gamma(i)} P(\bar{\mathbf{s}}_{k \setminus i}^{(l)} | \bar{\mathbf{x}}_{k \setminus i}^{(l)}) P(s_{ik} | x_i, x_k), \end{aligned} \quad (12)$$

が成り立つ. ここで $x \in \{0, 1\}$ に対して

$$\begin{aligned} &\sum_{\bar{\mathbf{x}}_i^{(l+1)} | x_i = x} \prod_{j \in \Gamma^{-1}(i)} P(\bar{\mathbf{s}}_{j \setminus i}^{(l)} | \bar{\mathbf{x}}_{j \setminus i}^{(l)}) P(s_{ji} | x_j, x_i) \prod_{k \in \Gamma(i)} P(\bar{\mathbf{s}}_{k \setminus i}^{(l)} | \bar{\mathbf{x}}_{k \setminus i}^{(l)}) P(s_{ik} | x_i, x_k) \\ &= \prod_{j \in \Gamma^{-1}(i)} \sum_{x_j} P(\bar{\mathbf{s}}_{j \setminus i}^{(l)} | x_j) P(s_{ji} | x_j, x_i = x) \prod_{k \in \Gamma(i)} \sum_{x_k} P(\bar{\mathbf{s}}_{k \setminus i}^{(l)} | x_k) P(s_{ik} | x_i = x, x_k), \end{aligned} \quad (13)$$

であることに注意すると

$$\begin{aligned} \ln \frac{P(x_i = 0 | \bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)})}{P(x_i = 1 | \bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)})} &= \ln \frac{P(x_i = 0)}{P(x_i = 1)} + \ln \frac{\prod_{j \in \Gamma^{-1}(i)} \sum_{x_j} P(s_{ji} | x_j, x_i = 0) P(x_j | \bar{\mathbf{s}}_{j \setminus i}^{(l)})}{\prod_{j \in \Gamma^{-1}(i)} \sum_{x_j} P(s_{ji} | x_j, x_i = 1) P(x_j | \bar{\mathbf{s}}_{j \setminus i}^{(l)})} \\ &\quad + \ln \frac{\prod_{k \in \Gamma(i)} \sum_{x_k} P(s_{ik} | x_i = 0, x_k) P(x_k | \bar{\mathbf{s}}_{k \setminus i}^{(l)})}{\prod_{k \in \Gamma(i)} \sum_{x_k} P(s_{ik} | x_i = 1, x_k) P(x_k | \bar{\mathbf{s}}_{k \setminus i}^{(l)})}, \end{aligned} \quad (14)$$

となり, 定理が成り立つ。□

定理 2 より, $P(x_i | \bar{\mathbf{s}}_i^{(l+1)})$ を計算するには, 任意の $j \in \Gamma^{-1}(i) \cup \Gamma(i)$ に対して $P(x_j | \bar{\mathbf{s}}_{j \setminus i}^{(l)})$ が必要であることが分かる. ここで定理 2 と同様に次の定理が成り立つ。

定理 3 $G = (U, E) \in \bar{\mathcal{G}}^{(L)}$ とする. このとき任意の $i \in U$ 及び $h \in \Gamma^{-1}(i) \cup \Gamma(i)$,

$l < L$ について次式が成り立つ.

$$\ln \frac{P(x_i = 0 | \bar{s}_{i \setminus h}^{(l+1)})}{P(x_i = 1 | \bar{s}_{i \setminus h}^{(l+1)})} = \ln \frac{P(x_i = 0)}{P(x_i = 1)} + \sum_{j \in \Gamma^{-1}(i) \setminus \{h\}} \ln \frac{\sum_{x_j} P(s_{ji} | x_j, x_i = 0) P(x_j | \bar{s}_{j \setminus i}^{(l)})}{\sum_{x_j} P(s_{ji} | x_j, x_i = 1) P(x_j | \bar{s}_{j \setminus i}^{(l)})} + \sum_{k \in \Gamma(i) \setminus \{h\}} \ln \frac{\sum_{x_k} P(s_{ik} | x_i = 0, x_k) P(x_k | \bar{s}_{k \setminus i}^{(l)})}{\sum_{x_k} P(s_{ik} | x_i = 1, x_k) P(x_k | \bar{s}_{k \setminus i}^{(l)})}. \quad (15)$$

□

定理 3 は任意の $i \in U$ に対し, 全ての $j \in \Gamma^{-1}(i) \cup \Gamma(i)$ について $P(x_j | \bar{s}_{j \setminus i}^{(l)})$ が求まると, 式 (15) によって任意の $h \in \Gamma^{-1}(i) \cup \Gamma(i)$ について効率的に後確率比 $\ln \frac{P(x_i = 0 | \bar{s}_{i \setminus h}^{(l+1)})}{P(x_i = 1 | \bar{s}_{i \setminus h}^{(l+1)})}$ を求めることができることを示している. そこで定理 2 及び定理 3 を用いて, $\ln \frac{P(x_i = 0 | \bar{s}_i^{(l+1)})}{P(x_i = 1 | \bar{s}_i^{(l+1)})}$ を効率的に計算するアルゴリズムを以下に示す. なお以下ではアルゴリズムの繰り返し回数を定数 $l_{\max}$ とする.

[積和診断アルゴリズム]

1) $l := 0$ とする. 全ての $i \in U$ 及び $j \in \Gamma^{-1}(i), k \in \Gamma(i)$ に対して

$$a_{ik}^{(0)} = c_{ji}^{(0)} = t_i^{(0)} := \ln \frac{P(x_i = 0)}{P(x_i = 1)}. \quad (16)$$

2) それぞれの $i \in U$ に対して以下を計算.

i) 全ての $j \in \Gamma^{-1}(i)$ 及び $k \in \Gamma(i)$ に対して次式を計算.

$$b_{ji}^{(l+1)} := \ln \frac{P_{0,0}(s_{ji}) \exp(a_{ji}^{(l)}) + P_{1,0}(s_{ji})}{P_{0,1}(s_{ji}) \exp(a_{ji}^{(l)}) + P_{1,1}(s_{ji})}. \quad (17)$$

$$d_{ik}^{(l+1)} := \ln \frac{P_{0,0}(s_{ik}) \exp(c_{ik}^{(l)}) + P_{0,1}(s_{ik})}{P_{1,0}(s_{ik}) \exp(c_{ik}^{(l)}) + P_{1,1}(s_{ik})}. \quad (18)$$

ii) 次式を計算.

$$t_i^{(l+1)} := t_i^{(0)} + \sum_{j \in \Gamma^{-1}(i)} b_{ji}^{(l+1)} + \sum_{k \in \Gamma(i)} d_{ik}^{(l+1)}. \quad (19)$$

iii) 全ての $j \in \Gamma^{-1}(i)$ 及び $k \in \Gamma(i)$ に対して $a_{ik}^{(l+1)}$ 及び $c_{ji}^{(l+1)}$ を次式で更新.

$$a_{ik}^{(l+1)} := t_i^{(l+1)} - d_{ik}^{(l+1)}. \quad (20)$$

$$c_{ji}^{(l+1)} := t_i^{(l+1)} - b_{ji}^{(l+1)}. \quad (21)$$

3) $l + 1 = l_{\max}$ ならば式 (22) を出力して終了. そうでなければ $l := l + 1$ として 2) へ.

$$\hat{x}_i := \begin{cases} 0, & t_i^{(l_{\max})} \geq 0, \\ 1, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (22)$$

□

このアルゴリズムの計算量は明らかに $O(|E|)$ である. ここで積和診断アルゴリズムに対して次の定理が成り立つ.

定理 4 $G \in \bar{\mathcal{G}}^{(L)}$ に対して積和診断アルゴリズムを適用したとき, $0 \leq l \leq L$ に対して次式が成り立つ.

$$\ln \frac{P(x_i = 0 | \bar{s}_{i \setminus h}^{(l)})}{P(x_i = 1 | \bar{s}_{i \setminus h}^{(l)})} = \begin{cases} a_{ih}^{(l)}, & h \in \Gamma(i), \\ c_{hi}^{(l)}, & h \in \Gamma^{-1}(i). \end{cases} \quad (23)$$

(証明) 帰納法で証明を行う. まず定義 6 より $\bar{U}_{i \setminus h}^{(0)} = \{i\}$ 及び $\bar{E}_{i \setminus h}^{(0)} = \emptyset$ であり, $\bar{s}_{i \setminus h}^{(0)}$ は空系列なので, アルゴリズムのステップ 1) より $l = 0$ について式 (23) が成り立つ.

次にある l について式 (23) が成り立つと仮定すると,

$$P(x_j = 0 | \bar{s}_{j \setminus i}^{(l)}) = \begin{cases} \exp(a_{ji}^{(l)}) / \left(1 + \exp(a_{ji}^{(l)})\right), & j \in \Gamma^{-1}(i), \\ \exp(c_{ij}^{(l)}) / \left(1 + \exp(c_{ij}^{(l)})\right), & j \in \Gamma(i), \end{cases} \quad (24)$$

$$P(x_j = 1 | \bar{s}_{j \setminus i}^{(l)}) = 1 - P(x_j = 0 | \bar{s}_{j \setminus i}^{(l)}), \quad (25)$$

と表される. これらを式 (15) の右辺に代入すると, 式 (15) の和の各項について $j \in \Gamma^{-1}(i)$ 及び $k \in \Gamma(i)$ について式 (17), (18) から次式が成り立つ.

$$\ln \frac{\sum_{x_j} P(s_{ji} | x_j, x_i = 0) P(x_j | \bar{s}_{j \setminus i}^{(l)})}{\sum_{x_j} P(s_{ji} | x_j, x_i = 1) P(x_j | \bar{s}_{j \setminus i}^{(l)})} = b_{ji}^{(l+1)}, \quad (26)$$

$$\ln \frac{\sum_{x_k} P(s_{ik} | x_i = 0, x_k) P(x_k | \bar{s}_{k \setminus i}^{(l)})}{\sum_{x_k} P(s_{ik} | x_i = 1, x_k) P(x_k | \bar{s}_{k \setminus i}^{(l)})} = d_{ik}^{(l+1)}. \quad (27)$$

結果的にアルゴリズムのステップ 2) と式 (15) から, $l + 1$ について式 (23) が成り立ち, 定理が証明された. □

さて以上の定理より積和診断アルゴリズムに対して次の定理が成り立つ.

定理 5 $G \in \bar{\mathcal{G}}^{(L)}$ に対して積和診断アルゴリズムを適用したとき, $0 \leq l \leq L$ に対して次式が成り立つ.

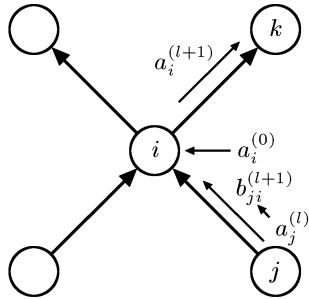


図 1 MAP 診断アルゴリズムの計算手順.

$$t_i^{(l)} = \ln \frac{P(x_i = 0 | \bar{s}_i^{(l)})}{P(x_i = 1 | \bar{s}_i^{(l)})}. \quad (28)$$

(証明) $l = 0$ のときは定義 6 より $\bar{E}_i^{(0)} = \emptyset$ であり, $\bar{s}_i^{(0)}$ は空系列なのでアルゴリズムのステップ 1) より式 (28) が成り立つ. $l > 0$ のときは定理 2,4 及び積和診断アルゴリズムのステップ 2) から定理が成り立つ. $\square$

$G \in \bar{\mathcal{G}}^{(L)}$ について $l_{\max} \leq L$ ならば, 定理 5 より積和診断アルゴリズムのステップ 3) では, 部分的なシンδροーム $\bar{s}_i^{(l_{\max})}$ を用いて $\hat{x}_i = \arg \max_{x_i \in \{0,1\}} P(x_i | \bar{s}_i^{(l_{\max})})$ と事後確率で診断を行っていることになる. なお $l_{\max} > L$ の場合にもこのアルゴリズムが利用できることは明らかである. その場合には $l > L$ について式 (28) は厳密には成り立たないが, 式 (28) の近似値が求まるため, 有効性は高いと考えられる.

本節の最後に MAP 診断アルゴリズムと積和診断アルゴリズムの違いについて見てみる. 図 1,2 はノード i を中心として, i を検査するノード $j \in \Gamma^{-1}(i)$, 及び i が検査を行うノード $k \in \Gamma(i)$ に対して, MAP 診断アルゴリズムと積和診断アルゴリズムの計算手順をそれぞれ示している.

まず MAP 診断アルゴリズムでは $a_i^{(0)}$ を故障に対する対数事前確率比 $\ln \frac{P(x_i=0)}{P(x_i=1)}$ とする. また繰り返し l に対してノード $j \in \Gamma^{-1}(i)$ からのメッセージ $a_j^{(l)}$ を用いて式 (4) より $b_{ji}^{(l+1)}$ を計算する. その後対数事後確率比 $a_i^{(l+1)}$ を式 (5) によって更新する. このように MAP 診断アルゴリズムは図 1 のように, ノード i に対して $j \in \Gamma^{-1}(i)$ からのメッセージのみを用いてノード $k \in \Gamma(i)$ へ向けてメッセージ伝搬させている.

一方積和診断アルゴリズムではまず $a_{ik}^{(0)} = c_{ji}^{(0)} = t_i^{(0)}$ を故障に対する対数事前確率比

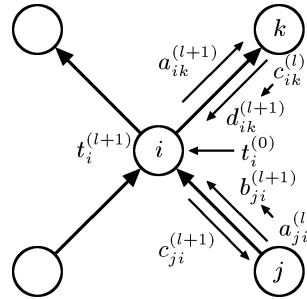


図 2 積和診断アルゴリズムの計算手順.

$\ln \frac{P(x_i=0)}{P(x_i=1)}$ とする. また繰り返し l に対してノード $j \in \Gamma^{-1}(i)$ からのメッセージ $a_j^{(l)}$ を用いて式 (17) により $b_{ji}^{(l+1)}$ を計算し, さらにノード i が検査を行うノード $k \in \Gamma(i)$ からのメッセージ $c_{ik}^{(l)}$ を用いて $d_{ik}^{(l+1)}$ を式 (18) により計算する. 以上で求めた $b_{ji}^{(l+1)}, d_{ik}^{(l+1)}$ からノード i の故障に対する対数事後確率比 $t_i^{(l+1)}$ を式 (19) で求める. その後 $a_{ik}^{(l+1)}, c_{ji}^{(l+1)}$ の更新を式 (20),(21) で行う. MAP 診断アルゴリズムとの大きな違いは, ノード i が検査を行うノード $k \in \Gamma(i)$ からのメッセージ $d_{ik}^{(l+1)}$ を利用することにより, 積和診断アルゴリズムでは MAP 診断アルゴリズムよりも多くの部分シンδροームを利用可能としていることである. このように, 積和診断アルゴリズムは MAP 診断アルゴリズムの拡張と見ることができる. 結果的に以下の定理が成り立つ.

定理 6 $G \in \bar{\mathcal{G}}^{(L)}$ を用いて $l_{\max} \leq L$ とした場合, 積和診断アルゴリズムの診断誤り確率は MAP 診断アルゴリズム以下である.

(証明) 定義 2~6 より $\bar{\mathcal{G}}^{(L)} \subset \mathcal{G}^{(L)}$ であり, また $l \leq L$, 任意の $i \in U$ 及び $G_i^{(l)} = (U_i^{(l)}, E_i^{(l)})$, $\bar{G}_i^{(l)} = (\bar{U}_i^{(l)}, \bar{E}_i^{(l)})$ に対して $U_i^{(l)} \subset \bar{U}_i^{(l)}$, $E_i^{(l)} \subset \bar{E}_i^{(l)}$ が成り立つ. 従って積和診断アルゴリズムで $i \in U$ の診断に用いる部分シンδροーム $\bar{s}_i^{(l_{\max})}$ は, MAP 診断アルゴリズムの i の診断に用いる部分シンδροーム $s_i^{(l_{\max})}$ をその部分系列として完全に含む. また定理 1,5 よりそれぞれのアルゴリズムは最大事後確率により診断を行っているため, 与えられた部分シンδροームの下で最適な診断である. 以上から定理が成り立つ. $\square$

定理 6 は積和診断アルゴリズムが MAP 診断アルゴリズムよりも具体的にどの程度良くなるかを示していない. そこで次節では計算機シミュレーションを用いて診断誤り確率の評価を行う.

4. 計算機シミュレーションによる評価

本節では, 3. 節で提案した積和診断アルゴリズムの性能を評価する為に 2. 節で述べた MAP 診断アルゴリズムとの比較実験を行い, その有効性を示す. 本節ではノードの総数を $N = 10000$, $P_{0,0}(0) = 1$, $P_{1,0}(0) = P_{1,1}(0) = 0.5$ と設定し, 評価を容易にするために各ノードは m 個のノードから検査されるものとする. すなわち任意の $i \in U$ に対して $|\Gamma^{-1}(i)| = m$ とする. また有向グラフの枝をランダムに生成し, ノード番号が重複した場合には再びランダムに枝を生成し直す方法で $G \in \bar{\mathcal{G}}^{(1)}$ を構成した場合の結果を示す^{*1}. ま

^{*1} 一般に $G \in \bar{\mathcal{G}}^{(L)}$ の構成法は知られていない. そこで本稿ではランダムに生成した $G \in \bar{\mathcal{G}}^{(1)}$ を用いてシミュレーションを行う. ただし $G \in \bar{\mathcal{G}}^{(L)}$, $L \geq 2$, を満たすように G をランダムに生成するには, 多くの計算量を払って条件を検査し, かつ条件に合うまで何度も G の生成を繰り返す必要があるため, ここでは扱わない.

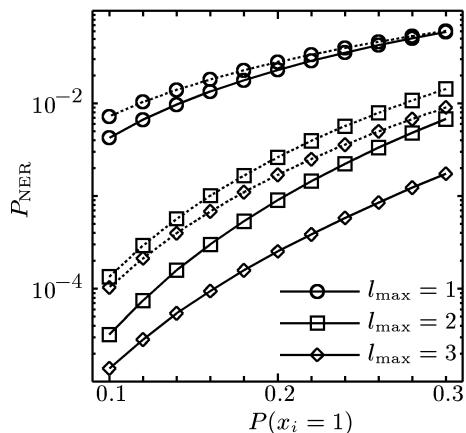


図3 $m = 3, P_{0,0}(0) = 1, P_{0,1}(0) = 0, P_{1,0}(0) = 0.5, P_{1,1}(0) = 0.5$ とした時の、1 ノード当たりの診断誤り確率。

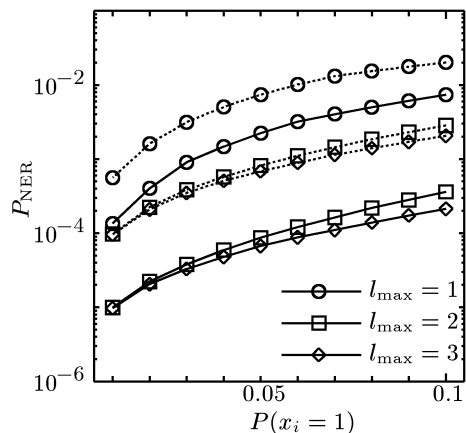


図4 $m = 5, P_{0,0}(0) = 1, P_{0,1}(0) = 0.3, P_{1,0}(0) = 0.5, P_{1,1}(0) = 0.5$ とした時の、1 ノード当たりの診断誤り確率。

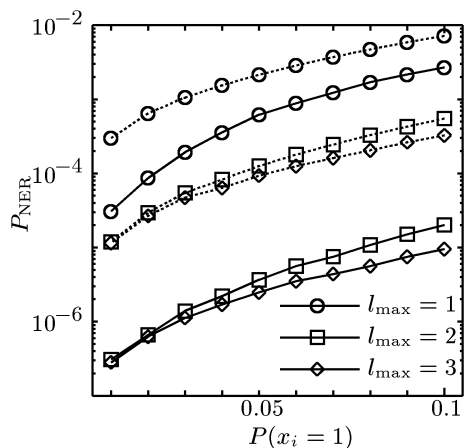


図5 $m = 7, P_{0,0}(0) = 1, P_{0,1}(0) = 0.3, P_{1,0}(0) = 0.5, P_{1,1}(0) = 0.5$ とした時の、1 ノード当たりの診断誤り確率。

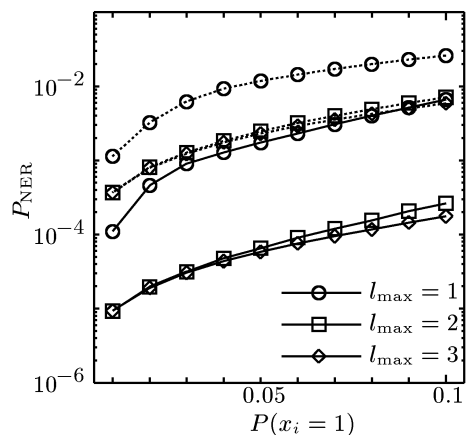


図6 $m = 7, P_{0,0}(0) = 1, P_{0,1}(0) = 0.5, P_{1,0}(0) = 0.5, P_{1,1}(0) = 0.5$ とした時の、1 ノード当たりの診断誤り確率。

ず $m = 3, P_{0,1}(0) = 0$ とした場合の結果を図3に示す。同様に $m = 5, P_{0,1}(0) = 0.3$ の結果を図4に、 $m = 7, P_{0,1}(0) = 0.3$ の結果を図5に、 $m = 7, P_{0,1}(0) = 0.5$ の結果を図6にそれぞれ示す。ここでノード i の故障確率 $P(x_i = 1)$ は全ての $i \in U$ について同一の値とした。それぞれの図の横軸は $P(x_i = 1)$ とし、縦軸は1 ノード当たりの診断誤り確率 P_{NER} を示している。図中点線は $l_{\max} = 1, 2, 3$ として MAP 診断アルゴリズムのシミュレーションを行った結果をそれぞれ表している。実線は $l_{\max} = 1, 2, 3$ として積和診断アルゴリズムのシミュレーションを行った結果を表す。

図3~6より、 $l_{\max} = 1, 2, 3$ それぞれにおいて積和診断アルゴリズムは MAP 診断アルゴリズムよりも診断誤り確率 P_{NER} が小さいことが確認できる。特に $l_{\max} = 1$ のときと比べて $l_{\max} = 2, 3$ では MAP 診断アルゴリズムよりも大幅に小さくなっていることが分かる。ここでシミュレーションに用いた有向グラフ G は $G \notin \bar{\mathcal{G}}^{(2)}$ のため、 $l_{\max} = 2, 3$ におけるそれぞれの診断アルゴリズムでは定理1,5を満たさない。すなわち任意の $i \in U$ に対して $t_i^{(l_{\max})}$ は対数事後確率比の近似値として診断を行っている。しかしシミュレーション結果を見ると、 $l_{\max} = 2, 3$ の結果は $l_{\max} = 1$ の場合よりも非常に良好な結果となっている点は注目に値する。

図3と図4~6の結果を比較すると、図3では $l_{\max} = 2$ と 3 の結果が大きく異なる。これはノードの故障確率 $P(x_i = 1)$ が大きいためである。逆に図4~6のように故障確率 $P(x_i = 1)$ が小さくなるに従い、 $l_{\max} = 2$ と 3 の差異は小さくなる様子が見て取れる。これは MAP 診断及び積和診断の両者に共通する性質である。

次に検査されるノード数 m が異なる図4と5を比較する。 $m = 7$ の場合は $m = 5$ よりも診断誤り確率が小さくなるが、MAP 診断よりも積和診断の方が診断誤り確率が小さくなる比率が高いことが見て取れる。また図6をみると $l_{\max} = 2, 3$ とした MAP 診断の P_{NER} よりも、 $l_{\max} = 1$ とした積和診断の P_{NER} の方が小さいことが確認できる。

以上の結果から、本稿で示した積和診断アルゴリズムは大変性能が良いことが分かる。

5. おわりに

本稿では間欠性故障を含む確率的故障診断法を提案し、従来の MAP 診断アルゴリズムよりも優れた診断法であることを計算機シミュレーションにより示した。定理5より、定数 L について $G \in \bar{\mathcal{G}}^{(L)}$ を構成することができれば $l_{\max} \leq L$ について積和診断アルゴリズムは事後確率に基づく診断を行うことができ、与えられた部分シンδροームの下で最適な診断を行う。しかし $G \in \mathcal{G}^{(L)}, L > 1$ の具体的な構成法は知られておらず、今後の課題であ

る。また積和診断アルゴリズムの診断誤り確率を解析的に求める手法の開発も今後の課題である。

参 考 文 献

- 1) F.P.Preparata, G.Metze, and R.T.Chien, "On the connection assignment of diagnosable systems," IEEE Trans.on Electron.Comput., vol.16, no.6, Dec.1967.
- 2) 藤田 聡, "分散ネットワーク上の故障診断問題について," 電子情報通信学会論文誌, Vol.J89-A, No.6, pp.430-437, 2006.
- 3) A.Pelc, "Optimal diagnosis of heterogeneous systems with random faults," IEEE Trans.on Computers, vol.47, no.3, pp.298-304, March 1998.
- 4) Z.Dafang, X.Gaogang, and M.Yinghua, "Node grouping in system-level fault diagnosis," Journal of Computer Science and Technology, vol.16, no.5, pp.474-479, Sept. 2001.
- 5) T.Araki, Y.Shibata, "Optimal Diagnosable Systems on Cayley Graphs," IEICE Trans.on Fundamentals, Vol.E85-A No.2 pp.455-462, 2002.
- 6) A. Okashita, T. Araki, Y. Shibata, "An Optimal Adaptive Diagnosis of Butterfly Networks," IEICE Trans.on Fundamentals, Vol.E86-A No.5 pp.1008-1018, 2003.
- 7) T.Araki, Y.Shibata, "(t, k)-Diagnosable System: A Generalization of the PMC Models," IEEE Trans.on Computers, vol.52 no.7, pp.971-975, July 2003.
- 8) T.Yamada, T.Ohtsuka, A.Watanabe, S.Ueno, "On sequential diagnosis of multiprocessor systems," Discrete Applied Mathematics, vol.146, Issue 3, pp.311-342, March 2005.
- 9) M.Elhadef, K.Abrougui, S.Das, and A.Nayak, "A parallel probabilistic system-level fault diagnosis approach for large multiprocessor systems," Parallel processing letters, vol.16, no.1, pp.63-79, March 2006.
- 10) R.Ahlsweide, H.Aydinian, "On diagnosability of large multiprocessor networks," Discrete Applied Mathematics, vol.156, no.18, pp.3464-3474, Nov.2008.
- 11) S.Mallela and G.M.Masson, "Diagnosable systems for intermittent faults," IEEE Trans.on Computers, vol.C-27, pp.560-566, June 1978.
- 12) M.Blount, "Probabilistic treatment of diagnosis in digital systems," Digest of the 7th International Symposium on Fault-Tolerant Computing, pp.72-77, IEEE Computer Society Press, Los Angeles, CA, June 1977.
- 13) D.M.Blough, G.F.Sullivan, and G.M.Masson, "Efficient diagnosis of multiprocessor systems under probabilistic models," IEEE Trans.Computers, vol.41, no.9, pp.1126-1136, Sept. 1992.
- 14) D.M.Blough, G.F.Sullivan, and G.M.Masson, "Intermittent fault diagnosis in multiprocessor systems," IEEE Trans.Computers, vol.41, no.11, pp.1430-1441, Nov. 1992.
- 15) S.Lee and K.G.Shin, "Optimal and efficient probabilistic distributed diagnosis schemes," IEEE Trans.Computers, vol.42, no.7, pp.882-886, July 1993.
- 16) A.T.Dahbura, K.K.Sabnani and L.L.King, "The comparison approach to multiprocessor fault diagnosis," IEEE Trans.on Comp.vol.C-36, no.3, pp.373-378, March. 1987.
- 17) S.Lee and K.G.Shin, "On probabilistic diagnosis of multiprocessor systems using multiple syndromes," IEEE Trans.Parallel and Distributed Systems, vol.5, no.6, pp.630-638, June 1994.
- 18) K.Huang, V.K.Agarwal, and K.Thulasiraman, "Diagnosis of clustered faults and wafer testing," IEEE Trans.on Comput.Aided Des. vol.17, pp.136-148, Feb.1998.
- 19) Q.Tang and X.Song, "Diagnosis of parallel computers with arbitrary connectivity," IEEE Trans.on Computers, vol.48, no.7, pp.757-761, July 1999.
- 20) Tang, Q., and X.Song, and Y.Wang, "Diagnosis of clustered faults for identical degree topologies," IEEE Trans.on Comput.Aided Des. vol.18, No.8, pp.1192-1201, August 1999.
- 21) T.Araki, Y.Shibata, "Efficient Diagnosis Algorithms on Butterfly Networks under the Comparison Approach," IEICE Trans.on Fundamentals, Vol.E85-A No.4 pp.842-848, 2002.
- 22) T.Araki, Y.Shibata, "Diagnosability of Butterfly Networks under the Comparison Approach," IEICE Trans.on Fundamentals, Vol.E85-A, No.5, pp.1152-1160, 2002.
- 23) X.Lu, J.Li, and C.-J.Seo, "Probabilistic diagnosis of clustered faults for shared structures," Mathematical and Computer Modelling, vol.49, Issues 3-4, pp.623-634, Feb. 2009.
- 24) K.Yoshida, Y.Sujaku, T.Kohda, "A Recursive Procedure for Designing Optimal d-Matched Digraphs," IEICE Trans.on Fundamentals, Vol.E86-A No.5 pp.1266-1274, 2003.
- 25) 小林 学, 高島 俊徳, 天野 真家, 平澤 茂一, "マルチプロセッサシステムにおける確率的故障診断とその解析," 電子情報通信学会論文誌 (D), Vol.J93-D, No.8, Aug.2010.
- 26) J.Pearl, Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference, San Francisco, CA: Morgan Kaufmann, 1988.
- 27) C.M.ビショップ, パターン認識と機械学習, Springer, 2008.
- 28) T.J.Richardson and R.L.Urbanke, "The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding," IEEE Trans.on Information Theory, vol. 47, no.2, pp.599 - 618, Feb. 2001.