

ダイヤ乱れ時の貨物機関車運用整理問題

佐藤圭介^{†1} 福村直登^{†1}

鉄道事業者では事故などにより列車ダイヤが乱れると、それ以上の乱れの拡大を防止することなどを理由に、運転整理や運用変更と呼ばれる、運休や増発・時刻変更といったダイヤの変更と、それにともなう個々の車両・乗務員のスケジュール変更を行っている。本論文は貨物列車をけん引する機関車を対象に、変更ダイヤを所与として、機関車の検査周期や検査基地の作業容量などを考慮しつつ全体のスケジュール変更を行う運用整理問題について議論する。本論文ではこの問題を集合分割制約を持つ整数計画問題として定式化し、集合被覆緩和と列生成法の組合せにより解を求める。実際の列車ダイヤ・機関車運用計画に乱れ事例を適用した計算機実験の結果、満足できる質の解が実務的に要請される時間内に得られた。特に運用整理の対象とする時間帯を長くすると目的関数値が改善されたが、計算時間は集合被覆緩和の有無で数倍に開いた。

Freight Train Locomotive Rescheduling Problem after Disruptions

KEISUKE SATO^{†1} and NAOTO FUKUMURA^{†1}

Railway operators adjust timetables and accordingly reschedule rolling stock and crew duties in a disrupted situation. This paper discusses a rescheduling problem of locomotive assignment to freight trains after the timetable adjustment is done. We model the problem as an integer programming one with set-partitioning constraints, taking maintenance of each locomotive and capacities of maintenance centers into account. It is solved by a combination of its set-covering relaxation and column generation. Numerical experiments using real data have revealed that our method provides a locomotive rescheduling plan of satisfactory quality in acceptable time. We have also observed that our relaxation approach speeds up the computation time by a factor of several when the time span for the rescheduling is long.

1. はじめに

効率的な鉄道輸送の実現のため、各種の計画作成業務に最適化手法を利用しようという試みは多くなされている^{3)–5),29)}。与えられた列車ダイヤ計画のもとで車両の使用スケジュールを決定する車両運用計画問題に対する研究^{1),6),19),22)}もさかんである。しかし事故や災害などにより列車ダイヤに乱れが発生すると、鉄道事業者は事態の収束のため計画の変更を余儀なくされる。この行為は運転整理^{30),35)}と呼ばれ、具体的には運休や増発・時刻変更といった手段で列車ダイヤが、またそれにともない車両運用計画、運転士や車掌などの乗務員運用計画、駅構内作業計画といったものが一時的に変更される。このうち車両・乗務員運用計画の変更部分は運用変更ないし運用整理³³⁾と呼ばれるが、本論文では運用変更を個々の車両ないし乗務員の計画変更として、運用整理をその総体を意味するものとして用いる。現状は運転整理全体についてもその中の運用整理についても、熟練した技術を持つ担当者の手任にされており大きな負担となっているが、作業には迅速さを求められることから、計算に数分以上を要する上記研究の直接的な適用は考えられてこなかった。

しかし近年の計算機と最適化アルゴリズム・実装ソフトウェアの進歩を背景に、小規模な例の運転整理²³⁾や、乗務員運用整理^{8),17)}について研究例が報告されはじめている。本論文はこういった状況をふまえて、ダイヤ乱れ時の車両運用整理に最適化手法を応用するもので、対象を貨物列車をけん引する機関車とする。日本国内において貨物鉄道事業者はほとんどの路線で第二種鉄道事業者として、主に旅客鉄道事業者が第一種鉄道事業者として保有する線路を借りて営業しており、貨物列車は旅客列車の合間を縫うように運行されている。乱れ時の貨物列車のダイヤ変更は事業者間での調整が必要となるため、旅客列車を対象にダイヤと車両運用の計画変更を同時に議論する運転整理の研究³¹⁾とは異なるアプローチが必要となる。本論文では調整された変更ダイヤが与えられたとして、そのダイヤにあまねく稼働中の機関車を充当できるかの判定と、充当可能な場合に当初の運用計画からの変更を最小限にすることを目的とする、貨物機関車運用整理問題を議論する。本論文はこの問題を集合分割制約を持つ整数計画問題として定式化し、集合被覆緩和と列生成法の組合せにより解を求める。

所与の変更ダイヤの中には、単機（機関車単体での回送）が設定可能な区間・時間帯と重

^{†1} 財団法人鉄道総合技術研究所
Railway Technical Research Institute

連数（機関車の同時連結走行台数）の上限も指定されており，運用整理手法の中で勝手に決定することはできない．たとえば朝夕の旅客列車ラッシュの間に臨時の単機が入り込むすき間を見つけるのは難しい．そのほか運用整理にかかる時間に関しても，貨物機関車には特殊な事情がある．その 1 つは列車の長距離性・多方向性で，走行中の機関車が終点（あるいは車両交換が可能な地点）に到達し運用変更が可能になるのは数時間後，そして 1 度変更を行うと次にそれができるのは半日以上先ということもある．また貨物列車は昼夜問わず運行されているため，いわゆる終電の概念がなく，どの時間帯においてもいずれかの機関車が走行している．以上のことから，1 日の特定の時刻で運用整理を打ち切ることができず，48 ないし 72 時間という期間を日付を区切らずに整理することとなる．しかしここで課題となるのが，個々の機関車について数十時間おきに行わなければならない仕業検査^{29),30)}であり，臨時の検査も実施できるものの検査基地の設備・人員上，限りがあるのが現状である．貨物機関車運用整理問題は以上のような，旅客列車や乗務員運用整理にはない制約を含みながらも，計算機を用いて解を導出するならば 2, 3 分以内でという高い要請がある．本論文はこれら複雑な諸制約を記述できる枠組みとして最適化手法を選択し，懸念される計算時間の克服に取り組むものである．

本論文の構成は以下のとおりである．2 章では運転整理・運用整理について，航空業界も含めたこれまでの研究を紹介する．3 章では 1 車両形式（車種）の機関車運用整理問題について，ネットワーク表現を用いて問題設定を行い，続けて 4 章で整数計画問題としての定式化と，集合被覆緩和と列生成法を組み合わせた解法の提案を行う．5 章では定式化を複数の形式にまたがる運用整理に拡張する．車両基地の予備機関車が利用可能な場合についてもここで考察する．実際の列車ダイヤ・機関車運用計画に乱れ事例を適用した計算機実験を 6 章で行い，7 章で結論と今後の課題を述べる．

2. 既存研究

公共輸送機関に乱れが生じた場合に最適化手法を用いて乱れを収束させる研究は，鉄道業界に先行する形で航空業界から行われてきた¹⁰⁾．フライトの運休と航空機のスケジュール変更手法を提案した文献¹⁸⁾や，フライトの時刻変更と乗務員のスケジュール変更を扱った文献²⁰⁾は，鉄道でいうところの運転整理問題の研究に分類できる．運用整理問題は乗務員についてのものがあるが，乗務員都合によるフライトの運休を明示的に認めているもの^{11),24)}とそうではないもの^{16),21)}とがある．

1 章で述べたように，近年鉄道の分野でも最適化手法を用いた運転整理・運用整理の研究

が行われてきている．ニュージーランドの小規模線区を対象に，ダイヤの変更と乗務員運用整理を扱った文献²³⁾は，運転整理問題に対する最適化手法の応用の先駆けといえる．乗務員運用整理問題について，文献⁸⁾はオランダの鉄道において，臨時列車の設定や線路の保守などの計画的なダイヤ変更にもなう運転士のスケジュール変更を議論している．事故などによるダイヤ乱れを想定した乗務員運用整理はデンマークの例¹⁷⁾と，日本の貨物列車への適用²⁶⁾がそれぞれある．車両運用整理問題に関しては，一般的な配送計画問題の再スケジュールリングという文脈での研究^{9),12)}はあるものの，鉄道への適用は想定されておらず，したがって配送車の検査周期といったものは考慮されていない．

最適化手法を用いない研究としては，車両運用整理を含んだ運転整理³¹⁾や乗務員運用整理^{27),34)}の例があり，いずれもメタヒューリスティクスを用いている．また順次割当てによる車両運用整理³³⁾も提案されている．

3. 問題設定

3.1 ネットワーク表現

問題設定にあたり，まず列車ダイヤと機関車運用をグラフ・ネットワークで表現する．なおここでは車両の形式は 1 種類と仮定し，車両基地に利用可能な予備機関車はないものとする．これらについては 5 章で考慮する．図 1 上は横軸に時間，縦軸に駅の並びをとり，列車（列車番号）1, ..., 8 の駅出発・到着予定時刻を線で結んだダイヤ図と，その上に機関車 1, 2 の現在位置とその後の運用計画を示した例である．図中の“仕”は列車の到着と出発の間に駅隣接の検査基地に移動して機関車の仕業検査を実施することを意味する．図 1 の下はダイヤ乱れが生じ，列車 2 の出発が遅れるという変更ダイヤである．この場合に列車 4 の出発を遅らせないためには，機関車 2 の代わりに機関車 1 を列車 4 に充当させるという運用整理が必要になることが分かる．本論文では図 1 下のような変更ダイヤ・機関車運用計画に対して，運用整理開始時刻 h_0 と，その間は個々の機関車の運用変更を許す運用整理期間 h を定め，図 2 のようなネットワークを構成する．このネットワークは，機関車 1, 2 に対応するノード k_1, k_2 ，運用整理期間内の各列車に対応するノード $i_1, i_2, i_3, i_4, i_6, i_8$ ，整理期間後の列車ノード d_5, d_8 ，そして整理期間内に計画されている仕業検査実施を表すノード s_2 および臨時の検査実施ノード s_1, s_3, s_4 からなり，機関車が地理的・時間的に推移可能なノード間を有向エッジとして結んだものである．以下その厳密な構成法を，図 3 に示す記号を定義しながら述べる．

ネットワークのノード集合の一部として，まず機関車の集合 K を定義する．機関車には，

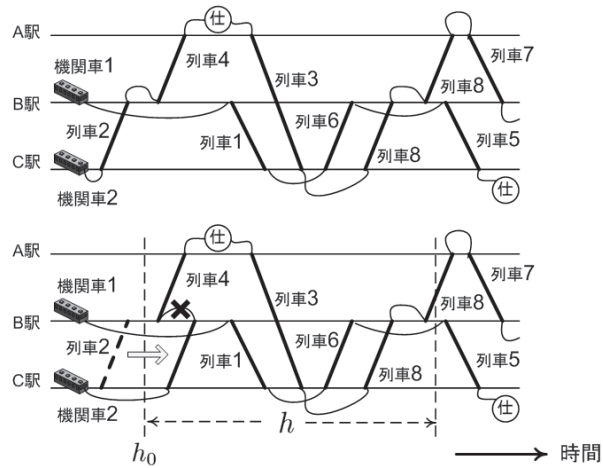


図 1 ダイヤ・機関車運用計画と変更ダイヤ
Fig. 1 Timetable/locomotive scheduling plan and adjusted timetable.

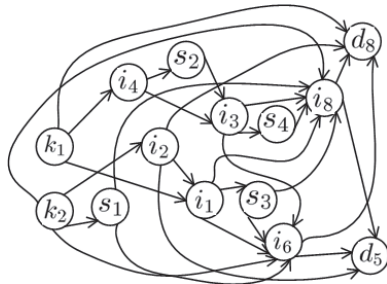


図 2 ネットワーク表現
Fig. 2 Network representation.

仕業検査を実施してから列車運行に使用可能な期間を意味する仕業検査周期 R が定められている。各機関車 $k \in K$ は前回の仕業検査時刻 PrevM_time_k 、および充当中の列車が終着するなどして運用変更が可能となる整理開始可能時刻 $\text{Ready_time}_k (\geq h_0)$ と、そのときの所在駅 Arr_sta_k を持つ。時刻 h_0 の時点で充当中の列車がなければ $\text{Ready_time}_k = h_0$ とする。次に運用整理期間に含まれる変更列車ダイヤの各列車（列車番号）を、けん引機関車が交換可能な駅で分割し、レグと呼ばれる（列車番号、けん引開始駅、けん引終了駅）の形

h_0 運用整理開始時刻

h 運用整理期間

$\mathcal{N} = (V, E, c, H)$ 有向ネットワーク

$V = K \cup I \cup \hat{I} \cup D \cup S$ ノード集合

K 機関車集合

I レグ集合

$\hat{I}$ 単機レグ集合

L_i 単機レグ i の重連数上限

D 収束レグ集合

S 仕業検査実施集合

E 有向エッジ集合

$c: K \times E \rightarrow \mathbb{R}_+$ コスト関数

$W_i (i = 1, \dots, 5)$ コストパラメータ

$H: K \cup S \rightarrow 2^{I \cup \hat{I} \cup D}$ 仕業検査関数

R 仕業検査周期

$N_p(s_m, s_{m+1})$ パス p で検査実施 s_m と s_{m+1} の間にあるレグ集合

$N_p(s_n)$ パス p で最終検査実施 s_n 以降にあるレグ集合

P^k 機関車 k の有効なパスの集合

B 検査基地集合

T 時間枠集合

L_t^b 検査基地 b の時間枠 t の検査容量

図 3 主要な記号

Fig. 3 Notations.

にして、レグ集合 I を定義する。また整理期間内で設定してもよい単機について、（回送列車番号、出発駅、到着駅）を 1 つのレグとし、単機レグ集合 $\hat{I}$ を用意する。集合 I ならびに $\hat{I}$ の要素 i は発車時刻 Dep_time_i と到着時刻 $\text{Arr_time}_i (< h_0 + h)$ 、発車駅 Dep_sta_i と到着駅 Arr_sta_i を持つ。各機関車には運用整理期間後に最初に充当される予定のレグがあるので、それを収束レグと呼び、その集合を D とおく。定義より $|K| = |D|$ であることに注意されたい。各 $d \in D$ は Dep_time_d と Dep_sta_d のほかに、充当予定の機関車 $\text{Due_loco}_d (\in K)$ と、整理期間後の計画に沿って運用される場合の次回仕業検査予定時刻 NextM_time_d

($\geq h_0 + h$) を持つ．要素 $v \in K \cup I \cup \hat{I}$ について，もし駅 Arr_sta_v に隣接して検査基地があれば，そこに機関車を移動させて仕業検査を実施できる．レグ (ないし整理開始可能時刻に，となりに検査基地がある駅にいる機関車) v 後の検査の実施を s とすると， s は検査前のレグ $\text{Prev_leg}_s (\in K \cup I \cup \hat{I})$ と駅 sta_s の情報を持つ．あわせて，機関車の駅構内・検査基地内の移動や検査員の作業時間帯も考慮した，最も早く検査を終えられる時刻 $\text{FinishM_time}_s (\geq \text{Arr_time}_v$ ないし $\text{Ready_time}_v)$ の情報も持つ ($v = \text{Prev_leg}_s$)．仕業検査実施の集合を S とおく．以上のようにしてノード集合 $V := K \cup I \cup \hat{I} \cup D \cup S$ を構成する．

次に有向エッジの構成について，2 点対 $(k, i) \in K \times (I \cup \hat{I} \cup D)$ が

$$\text{Arr_sta}_k = \text{Dep_sta}_i \text{ かつ } \text{Ready_time}_k + \text{Buf_time}_{\text{Arr_sta}_k} \leq \text{Dep_time}_i$$

であればエッジとする．ここで $\text{Buf_time}_{\text{Arr_sta}_k}$ は駅 Arr_sta_k 構内での最低移動時間を意味する．貨物駅は駅番線や機留線 (機関車を留置する番線) が十分にあることが多いため，機関車どうしの進路競合などは考えずに定数として扱う．レグの対 $(i_1, i_2) \in (I \cup \hat{I}) \times (I \cup \hat{I} \cup D)$ についても Ready_time_k を Arr_time_{i_1} に読み替えるほかは同様の基準を用いる．検査実施ノード $s \in S$ に入るエッジとして $(\text{Prev_leg}_s, s)$ を， s から出るエッジとして $(s, i) \in S \times (I \cup \hat{I} \cup D)$ が

$$\text{sta}_s = \text{Dep_sta}_i \text{ かつ } \text{FinishM_time}_s \leq \text{Dep_time}_i$$

であれば認める．このようにしてできるエッジの集合を E とおき，もって変更列車ダイヤと計画の機関車運用から構成されるグラフとする．図 2 のグラフでノード d_5 の NextM_time_{d_5} の値は，整理期間後の機関車運用計画において列車 5 の C 駅到着後に検査が予定されていることから，列車 5 の C 駅到着時刻となる．ノード d_8 の NextM_time_{d_8} は図中では示していないが列車 7 到着後のさらに先であり，よって d_8 には直近で検査を受けた機関車を充当させるといったことを考える必要がある．

エッジのコスト関数は $c: K \times E \rightarrow \mathbb{R}_+$ とし，以下のように値を設定する．なお $c(k, e)$ を単に c_e^k と記す．エッジ $e \in E \cap ((K \cup I \cup \hat{I}) \times (I \cup \hat{I}))$ について，それが元の運用計画にあったレグどうしのつながりであれば $c_e^k := 0$ を，そうでなければ運用変更であるので，変更の複雑度に応じた正のコストを与える．本論文では W_1, W_2 の 2 種類を用意する．検査実施ノード $s \in S$ の入出エッジについては， $(s, i) \in E \cap (S \times (I \cup \hat{I}))$ には $(\text{Prev_leg}_s, i)$ のコスト値を適用し ($(\text{Prev_leg}_s, i) \in E$ である)， $(v, s) \in E \cap ((K \cup I \cup \hat{I}) \times S)$ には元の運用計画で v 後に仕業検査が予定されていれば 0 を，そうでなければ臨時の仕業検査を

実施することになるのでコスト W_3 を与える．コスト $W_1, \dots, W_3$ は k に依存せず共通とするが， k に依存するコストとして $(v, d) \in E \cap ((V \setminus D) \times D)$ を考える．貨物機関車の運用ルール上，収束レグ d には必ずしも Due_loco_d を割り当てる必要はないが，運用計画は長期的に見て機関車どうしの走行距離を平準化するために，交番²⁹⁾ という仕組みで全機関車の運用計画を循環的にしているので，運用整理の最後には機関車をなるべく元の予定位置に戻すのが望ましい．よって $k = \text{Due_loco}_d$ であれば $c_{(v,d)}^k := 0$ を，そうでなければ $c_{(v,d)}^k := W_4$ というコストを与える．そのほか，5 章で W_5 というコストを定義する．

最後に仕業検査に関連する関数 $H: K \cup S \rightarrow 2^{I \cup \hat{I} \cup D}$ を次のように定義する．各 $k \in K$ または $s \in S$ について，

$$\begin{aligned} H(k) &:= \{i \in I \cup \hat{I} \mid \text{PrevM_time}_k + R \geq \text{Arr_time}_i\} \\ &\cup \{d \in D \mid \text{PrevM_time}_k + R \geq \text{NextM_time}_d\}, \\ H(s) &:= \{i \in I \cup \hat{I} \mid \text{FinishM_time}_s + R \geq \text{Arr_time}_i\} \\ &\cup \{d \in D \mid \text{FinishM_time}_s + R \geq \text{NextM_time}_d\}. \end{aligned}$$

集合 $H(k)$ は k が整理開始時刻から仕業検査を受けることなしに充当可能なレグを意味し， $H(s)$ は検査 s の実施により充当できるようになるレグと検査実施以前のレグを表す．時刻に基づいた H の定義より任意の $v_1, v_2 \in K \cup S$ について $H(v_1) \subseteq H(v_2)$ と $|H(v_1)| \leq |H(v_2)|$ は等価となる．

3.2 問題設定

前項の諸定義により有向非巡回ネットワーク $\mathcal{N} := (V, E, c, H)$ を構成し， $\mathcal{N}$ 上の機関車 $k \in K$ から収束レグ集合 D のいずれかへのパスを考える．パス p が与えられたとき，それをノードの列で表現し，パス内の機関車ノードと仕業検査実施ノードを，現れる順番に $s_0, s_1, \dots, s_n$ と添え字付けする ($s_0 = k$)．集合 $N_p(s_m, s_{m+1}) \subseteq I \cup \hat{I}$ を p における検査実施 s_m と s_{m+1} の間にあるレグとし， $N_p(s_n) \subseteq I \cup \hat{I} \cup D$ を最終検査後のレグとする．そして p が以下の条件を満たすとき，それを有効なパスと呼ぶことにする：

$$H(s_m) \supseteq N_p(s_m, s_{m+1}) \quad \forall m \leq n-1,$$

$$H(s_n) \supseteq N_p(s_n).$$

有効なパスは機関車の仕業検査周期を守る運行を意味する．包含関係 $H(s_n) \supseteq N_p(s_n)$ より，運用整理期間終了後の検査周期も守られることに注意されたい．機関車 k の有効なパスの集合を P^k とする．また k のパス p のコストを c_p^k とおき，その値を p 上のエッジのコ

ストの和とする．

各単機レグ $\hat{i} \in \hat{I}$ について $L_{\hat{i}}$ を重連数の上限とし、同様に B を検査基地集合、 T を時間枠集合として、 $b \in B, t \in T$ について L_t^b を検査基地の当該時間帯の検査容量とする．以上の入力のもとで、本論文で議論する機関車運用整理問題を、 $I \cup D$ の各要素を重複なく被覆し、 $\hat{i} \in \hat{I}$ は被覆しないか $L_{\hat{i}}$ までの重複を許し、かつ検査基地 $b \in B$ の時間帯 $t \in T$ あたりの検査容量 L_t^b を満たすような、各機関車の有効なパスの組合せが存在するか否かを判定し、存在する場合は、そのようなパスのコスト和が最小、ないし最小に近いものを出力する問題とする．

3.3 計算量の考察

検査車両運用計画問題を扱った文献 14) において、任意の非巡回グラフの複数始点から終点への点素パスによる被覆で、その中の指定された 1 始点が決められた終点へとつながるようなものが存在するかの決定問題が $\mathcal{NP}$ -完全に属することが示されている．本論文において、 $\hat{I} = S = \emptyset$ で、ある $k_0 \in K$ について $|H(k_0) \cap D| = 1$ 、ほかの $k \in K \setminus k_0$ について $H(k) = I \cup D$ となるケースがこの問題に相当することとなるが、6 章で扱うような実例ではまず見られない．

4. 定式化と解法

4.1 整数計画問題としての定式化

前章で設定した機関車運用整理問題を集合分割問題の一種と見なし、整数計画問題としての定式化を行う．機関車 $k \in K$ とその有効なパス $p \in P^k$ について、レグ $i \in I \cup \hat{I} \cup D$ が p に含まれているときに a_{ip}^k を 1、さもなければ 0 とおく．同様に $b \in B$ と $t \in T$ について a_{tp}^{bk} を定義する．整数変数 x_p^k を、 k が p を選択するならば 1、そうでなければ 0 とおくことで、以下の最小化問題を設定する：

$$\begin{aligned} \min. \quad & \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} c_p^k x_p^k \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} a_{ip}^k x_p^k = 1 \quad \forall i \in I \cup D, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} a_{ip}^k x_p^k \leq L_{\hat{i}} \quad \forall \hat{i} \in \hat{I}, \quad (2)$$

$$\sum_{p \in P^k} x_p^k = 1 \quad \forall k \in K, \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P^k} a_{tp}^{bk} x_p^k \leq L_t^b \quad \forall b \in B \quad \forall t \in T, \quad (4)$$

$$x_p^k \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P^k.$$

式 (1) は各レグにちょうど 1 台の機関車を充当するという集合分割制約である．日本の貨物機関車は基本的に 1 台で貨車をけん引し、重連があっても実務上別レグとして扱われる．何十両もの貨車をけん引する機関車にさらに 1 台付け加えると停車駅の番線をはみ出すという恐れもあり、よって等式制約とせざるをえない．式 (2) は単機レグについて重連数の上限を満たすことを示す．式 (1), (2) が列車の便乗^{29),30)} やほかの手段での移動が可能である乗務員運用整理との大きな違いの 1 つとなる．各機関車は自車の運用候補である有効なパスの集合から 1 つのみを選択することを式 (3) で課し、式 (4) で各検査基地の時間帯あたりの検査容量を守るようにする．

1 章で述べたように、運用整理には迅速さが要求され、また与えられる変更ダイヤは乱れの状況や事業者間の調整により様々なパターンをとる．したがって P^k の事前全列挙は現実的ではなく、列生成法^{7),13),25)} を用いて解を求めるのがよい．だが直接的な解法では集合分割制約により線形緩和で多くの退化が予期される．一方で集合被覆制約を持つ近種の問題で高速に解が求められた例²⁶⁾ があることから、本論文では集合被覆緩和を組み合わせた列生成法により、近似解を求めることを提案する．全体の解法を図 4 に示し、以下詳細を解説する．

4.2 初期化と限定主問題

解法の初期設定として、反復カウンタ $\ell := 0$ と下界値 $Z_{LB} := 0$ を与える．また、各 k について有効なパス集合 P^k の代わりに $P_\ell^k := \emptyset$ を用意するとともに、目的関数に大きなコスト M を持ち制約式行列の列が制約式の右辺ベクトルと等しいダミー連続変数 $y \geq 0$ を追加し、問題を実行可能にする．そして集合 $I_\ell := \emptyset$ を定義し、式 (1) のうち $(I \cup D) \setminus I_\ell$ の各要素について対応する制約式の等号を $\geq$ にする集合被覆緩和を行う．同様に $\hat{I}_\ell := \emptyset$ とし、式 (2) のうち $\hat{I} \setminus \hat{I}_\ell$ の各要素について制約式の右辺を ∞ とする．集合被覆緩和を解除する基準となる緩和解除パラメータ $G \geq 0$ もここで与えるが、使用するのは Step 4 においてとなる．

ある反復 ℓ において、 P^k の代わりとなる有効なパスの部分集合 P_ℓ^k と、式 (1), (2) のなかから集合被覆緩和する制約を分別する集合 $I_\ell, \hat{I}_\ell$ を与え、変数 x を線形緩和した問題を解くことを考える．この問題を限定主問題 (RMP_ℓ) と呼ぶ：

- Step 1:** 初期化 .
 $\ell := 0, Z_{LB} := 0, P_\ell^k := \emptyset, I_\ell = \widehat{I}_\ell := \emptyset$ とする . コスト M のダミー変数を追加し実行可能にする . 式 (1), (2) を集合被覆緩和する . 緩和解除パラメータ G を与える .
- Step 2:** 限定主問題 (RMP_ℓ) .
 $(P_\ell^k, I_\ell, \widehat{I}_\ell)$ 上で線形緩和最適解を求める . $Z_\ell :=$ 線形緩和最適値 とする .
- Step 3:** 列生成子問題 (SP_ℓ) .
 最短路問題に帰着し最適解を求める . $C_\ell^k := k$ の追加の有効なパス とする . $r_\ell^k := k$ の最短路値 とする .
- Step 4:** 下界更新と緩和解除 .
 $Z_{LB} := \max\{Z_{LB}, Z_\ell + \sum_{k \in K} r_\ell^k\}$ とする .
 もし $G \times (Z_\ell - Z_{LB}) \geq -\sum_{k \in K} r_\ell^k$ ならば
 $I_{\ell+1} := I_\ell \cup (RMP_\ell)$ の解で元の形の式 (1) を違反しているレグ集合 とする .
 $\widehat{I}_{\ell+1} := \widehat{I}_\ell \cup (RMP_\ell)$ の解で元の形の式 (2) を違反しているレグ集合 とする .
 でなければ, $I_{\ell+1} := I_\ell, \widehat{I}_{\ell+1} := \widehat{I}_\ell$ とする .
- Step 5:** 反復終了判定 .
 もし $Z_\ell > Z_{LB}$ または $I_{\ell+1} \neq I_\ell$ または $\widehat{I}_{\ell+1} \neq \widehat{I}_\ell$ ならば, $\ell := \ell + 1, P_\ell^k := P_{\ell-1}^k \cup C_{\ell-1}^k$ として Step 2 へ .
 ではなく, もし $Z_\ell = M$ ならば, 与えられた変更ダイヤのもとでは運用整理が実行不可能と出力し終了する .
- Step 6:** 整数解探索問題 (IP) .
 $I_\ell := I \cup D, \widehat{I}_\ell := \widehat{I}$ とし, 分枝切除法で (RMP_ℓ) の整数解を求める . $Z^{IP} :=$ 整数解の目的関数値 とする .
 もし $Z^{IP} < M$ ならば, 解を出力して終了する .
- Step 7:** 実行可能性判定問題 (BP) .
 分枝価格法で整数実行可能性を判定する .
 もし整数実行可能ならば, 解を出力し終了する .
 でなければ, 与えられた変更ダイヤのもとでは運用整理が実行不可能と出力し終了する .

図 4 集合被覆緩和を組み合わせた解法

Fig. 4 Solution method using set-covering relaxation.

$$\min. \sum_{k \in K} \sum_{p \in P_\ell^k} c_p^k x_p^k + My \quad \sum_{k \in K} \sum_{p \in P_\ell^k} a_{i'}^k x_p^k + y = 1 \quad \forall i' \in I_\ell, \quad (6)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in K} \sum_{p \in P_\ell^k} a_{ip}^k x_p^k + y \geq 1 \quad \forall i \in (I \cup D) \setminus I_\ell, \quad (5) \quad \sum_{k \in K} \sum_{p \in P_\ell^k} a_{ip}^k x_p^k + L_i y < \infty \quad \forall i \in \widehat{I} \setminus \widehat{I}_\ell, \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P_\ell^k} a_{i'p}^k x_p^k + L_{i'} y \leq L_{i'} \quad \forall i' \in \hat{I}_\ell, \quad (8)$$

$$\sum_{p \in P_\ell^k} x_p^k + y = 1 \quad \forall k \in K, \quad (9)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in P_\ell^k} a_{tp}^{bk} x_p^k + L_t^b y \leq L_t^b \quad \forall b \in B \quad \forall t \in T, \quad (10)$$

$$y \geq 0, x_p^k \geq 0 \quad \forall k \in K \quad \forall p \in P_\ell^k.$$

(RMP_ℓ) は通常の線形計画問題アルゴリズムを用いて解き、得られる最適値を Z_ℓ とおく。

4.3 列生成子問題

(RMP_ℓ) を解いて得られる式 (5) に対する双対価格を λ_i 、式 (6) に対するそれを $\lambda_{i'}$ 、式 (7) のものを λ_i 、式 (8) のものを $\lambda_{i'}$ 、式 (9) のものを μ^k 、式 (10) に対するものを ν_t^b とおく。このうち式 (5)–(8) は変数 x_p^k に同じ記法の係数 a_{ip}^k がかかっていることから、それらの双対価格をまとめて λ_i と記すと、(RMP_ℓ) での制約式系のもとで Z_ℓ の値を下げる可能性があるような、未列挙の有効なパスが存在するかどうかを判定する列生成子問題 (SP_ℓ) は、次のようになる。各 $k \in K$ について、

$$\begin{aligned} & \text{find} \quad p \in P^k \\ & \text{such that} \quad c_p^k - \sum_{i \in I \cup \hat{I} \cup D} a_{ip}^k \lambda_i \\ & \quad - \mu^k - \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} a_{tp}^{bk} \nu_t^b < 0. \end{aligned}$$

本論文では上記の条件を満たす有効なパスの探索を最短路問題に帰着する。そのためネットワーク $\mathcal{N}$ に対して以下の手順を施し、拡大ネットワーク $\mathcal{N}^*$ を構築する。

- Step A:** 各レグ $i \in I \cup \hat{I} \cup D$ に対して、到着時刻順位を格納するインデックス Ind_i を用意する。
- Step B:** 集合 $I \cup \hat{I} \cup D$ から Arr_time_i ($i \in D$ の場合は NextM_time_i) の早い順に要素 i を取り出し、 Ind_i に 1 から順の値を付与する。
- Step C:** ネットワーク $\mathcal{N}$ を $(|I \cup \hat{I} \cup D| - |H(k)| + 1)$ 個複製し、 $\mathcal{N}^{|H(k)|}, \dots, \mathcal{N}^{|I \cup \hat{I} \cup D|}$ と整数値で添え字付けする。各複製ネットワークを $\mathcal{N}^j = (V^j, E^j, c^j, H^j)$ と表記する。
- Step D:** 各 $\mathcal{N}^j$ のエッジ $(s^j, v^j) \in E^j \cap (S^j \times V^j)$ を、 $(s^j, v^{|H^j(s^j)|})$ に付け替える。

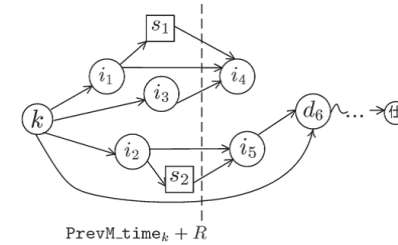


図 5 ネットワーク $\mathcal{N}$

Fig. 5 Network $\mathcal{N}$.

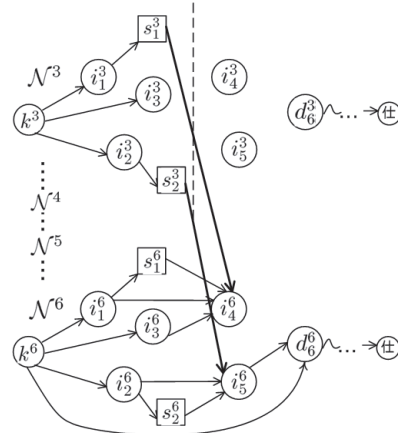


図 6 拡大ネットワーク $\mathcal{N}^*$

Fig. 6 Extended network $\mathcal{N}^*$.

Step E: 各 $\mathcal{N}^j$ について、 $\text{Ind}_{i^j} > j$ であるノード i^j へと入るエッジを削除する。

例として図 5 のネットワークから拡大ネットワークを構築したものを図 6 に示す。拡大ネットワークの一部分 $\mathcal{N}^j$ は、レグの到着時刻順で j 個目までのレグに到達可能なネットワークを意味する。たとえば $\mathcal{N}^{|H(k)|}$ では、機関車ノード k の複製 $k^{|H(k)|}$ が整理開始時点から $|H(k)|$ 個目までのレグノードにのみ到達できる ($\mathcal{N}$ で到達可能であれば)。この到着時刻順で $|H(k)|$ 個目までのレグは、 $H(k)$ つまり仕業検査を行わずに充当できるレグの集合と一致する。検査実施ノード $s^{|H(k)|}$ を通ることによってそこから先のレグにも到達できるようになるが、これらの厳密な考察を以下で与える。機関車 $k \in K$ について、 $\mathcal{N}^*$ で $k^{|H(k)|} \in K^{|H(k)|}$

から $\bigcup_{j' \in \{|H(k)|, \dots, |I \cup \widehat{I} \cup D|\}} D^{j'}$ のいずれかの要素へのパスが存在したとする．このパスに含まれるノード・エッジの添え字 j を削除したもの（元の $\mathcal{N}$ 上のパスとして表現したもの）を $k^{|H(k)|}$ - D パスと呼ぶとすると、以下が成り立つ．

命題 1. 拡大ネットワーク $\mathcal{N}^*$ から得られる $k^{|H(k)|}$ - D パスの集合と、有効なパスの集合 P^k は等しい．

（証明）．まず $k^{|H(k)|}$ - D パス p が与えられたとして、それが P^k に含まれることを示す．パス p 内の検査実施 s_m と s_{m+1} の間の任意のノード $i \in N_p(s_m, s_{m+1})$ について、 $\mathcal{N}^*$ 構築法の Step D, E より $\text{Ind}_i \leq |H(s_m)|$ である．ここで $\text{Ind}_{i'} = |H(s_m)|$ を満たすレグ i' は $H(s_m)$ の要素であり（さもなくば $H(s_m)$ はたかだか $\text{Ind}_{i'} - 1$ 個の要素しか持たない）、よって Step B の Ind_i 付与ルールと H の定義式より $i \in H(s_m)$ となる．ノード $i \in N_p(s_n)$ についても同様に成り立ち、 p は有効なパスである．

有効なパス $p \in P^k$ が与えられたとき、 $k(=s_0)$ を $k^{|H(k)|}$ 、 $i \in N_p(s_m, s_{m+1})$ を $i^{|H(s_m)|}$ 、 s_{m+1} を $s_{m+1}^{|H(s_m)|}$ 、 $i \in N_p(s_n)$ を $i^{|H(s_n)|}$ とおく．検査実施 s_m と s_{m+1} の間のレグ i は $i \in H(s_m)$ であるため $\text{Ind}_i \leq |H(s_m)|$ が成り立ち（さもなくば $i \notin H(s_m)$ ）、よって複製したノード $i^{|H(s_m)|}$ においても $\text{Ind}_{i^{|H(s_m)|}} \leq |H(s_m)|$ であり、 $i^{|H(s_m)|}$ へ入る枝は Step E で削除されていない．また s_m からその次のノードへは Step D で付け替えられた枝を通る．よってこれらの点は、 p の終点を d とおくと、 $\mathcal{N}^*$ 上で $k^{|H(k)|}$ から $d^{|H(s_n)|}$ へのパスとしてつながる．□

よって列生成問題は、双対価格を拡大ネットワークのコストへ付加すれば、最短路問題に帰着することができる．この最短路は $\mathcal{N}^*$ が $\mathcal{N}$ と同様に有向非巡回グラフとなることから、ダイクストラ法でトポロジカル順序に従い頂点を選択すれば、各 k あたり $\mathcal{N}^*$ の総エッジ数すなわち $O(|I \cup \widehat{I} \cup D||E|)$ の計算量で求まる．そして特に運用整理期間について $h \leq R$ が成り立つ、つまり整理期間が機関車の仕業検査周期以下の場合には、任意の $s \in S$ で $|H(s)| \geq |I \cup \widehat{I}|$ が成り立つため、 $j \in \{|H(k)| + 1, \dots, |I \cup \widehat{I}| - 1\}$ について $\mathcal{N}^{|H(k)|}$ から $\mathcal{N}^j$ へと入るエッジが存在せず、 $O(|K||E|)$ で求まることになる．なおここまでの議論は各 $k \in K$ について独立しており、並列的に解くことが可能である．

双対価格 λ_i 、 μ^k 、 ν_t^b のネットワークのコストへの与え方については、 λ_i 、 μ^k は対応するネットワークのノードに $-\lambda_i$ 、 $-\mu^k$ のコストをそれぞれ付与するだけでよいが、 ν_t^b の扱いには少し注意が必要で、各検査実施ノード $s \in S$ とそこから出るエッジ (s, v) に、以下の基準で選択した $-\nu_t^b$ を付加する．すなわち、 b は駅 sta_s に隣接している検査基地とし、 s の手前のノード Prev_leg_s を i とおいたときの Arr_time_i と Dep_time_v との間に含まれ

る時間枠 t のなかで、 $-\nu_t^b$ が最小であるものとする．

双対価格値を付与・付加した拡大ネットワークにダイクストラ法を適用して得られる、コスト値が負の有効なパスを、集合 C_ℓ^k に追加する．加えるのは最短路の 1 つだけでなく、コスト値が負であればダイクストラ法の適用過程上得られるほかのパスを加えてもよい．また k の最短路値を r_ℓ^k とおく．有効なパス集合 P^k が空であった場合は便宜上 $r_\ell^k := 0$ とする．

4.4 下界更新と緩和解除

双対価格 λ_i 、 ν_t^b をラグランジュ乗数と見なすことで、先の最短路問題の解は式 (1), (2), (4) をラグランジュ緩和した問題の解と見ることができ．ただしこれらの乗数（および μ^k ）は線形計画問題の双対最適解であるため、相補性条件より $r_\ell^k \leq 0$ が成り立つ．ラグランジュ緩和した問題の最適値が $Z_\ell + \sum_{k \in K} r_\ell^k$ と一致することが双対定理より導かれており^{7),25)}、求めた最短路値を（ RMP_ℓ ）の制約式系のもとの、ひいては元の問題の下界として利用できる．よって $Z_{LB} := \max\{Z_{LB}, Z_\ell + \sum_{k \in K} r_\ell^k\}$ とおく．

さてここで、パラメータ G に依存して以下の条件式を判定し、式が成り立つ場合に、集合被覆緩和された制約のいくつかを元の集合分割制約に戻すことを考える：

$$G \times (Z_\ell - Z_{LB}) \geq - \sum_{k \in K} r_\ell^k.$$

これが成り立つときに、Step 2 で得られた（ RMP_ℓ ）の最適解を $\bar{x}$ 、 $\bar{y}$ とおき、次の限定主問題（ $RMP_{\ell+1}$ ）において等式（および単機重連数上限 L_i ）制約とするレグ集合を追加更新する：

$$I_{\ell+1} := I_\ell \cup \left\{ i \in I \cup D \mid \sum_{k \in K} \sum_{p \in P_\ell^k} a_{ip}^k \bar{x}_p^k + \bar{y} > 1 \right\},$$

$$\widehat{I}_{\ell+1} := \widehat{I}_\ell \cup \left\{ \hat{i} \in \widehat{I} \mid \sum_{k \in K} \sum_{p \in P_\ell^k} a_{ip}^k \bar{x}_p^k + L_i \bar{y} > L_i \right\}.$$

この操作を緩和解除と呼ぶ．パラメータ G に関する式が成り立たない場合は $I_{\ell+1} := I_\ell$ 、 $\widehat{I}_{\ell+1} := \widehat{I}_\ell$ とする．パラメータ G の意味づけであるが、 $0 \leq G < 1$ のときは集合被覆緩和された問題の列生成が収束したときに、 $G = 1$ は現在の制約式系のもとで下界が更新されたときに解除を行うことを意味する． $G > 1$ ならば下界が更新されなくても、上下界値の差と $-\sum_{k \in K} r_\ell^k$ の比率が近づいたときに緩和解除するという方針になる．

集合被覆緩和を組み合わせた解法を双対問題から見ると、初めに変数 λ_i の変域が $0 \leq \lambda_i$ に

制限され、緩和解除により本来の範囲である $-\infty < \lambda_i$ に拡大されることから、BOXSTEP 法^{13),15)} の特殊なケースとも考えることができる。

4.5 反復終了判定

先ほど述べたように $r_\ell^k \leq 0$ であるため、 $r_\ell^k = 0$ と $C_\ell^k = \emptyset$ は等価である。よって Z_ℓ と Z_{LB} が一致しない限りは通常の列生成法と同様に、 $\ell := \ell + 1$ 、すべての k について $P_\ell^k := P_{\ell-1}^k \cup C_{\ell-1}^k$ と列を追加して、Step 2 へと戻り反復を続ける。関係 $I_{\ell+1} \neq I_\ell$ ないし $\hat{I}_{\ell+1} \neq \hat{I}_\ell$ が成り立つ場合も、制約式系が変化するため Step 2 へと戻る。上下界が一致し、かつすべての制約式で元の形の制約に違反しない解が得られたとき、列生成を終了する。ここで $Z_\ell = M$ ならば明らかに実行不可能であるので終了し、そうでなければ整数解の探索へと進む。

4.6 整数解探索問題と実行可能性判定問題

線形緩和問題の最適解が得られたところで、 $I_\ell := I \cup D$ 、 $\hat{I}_\ell := \hat{I}$ として (RMP_ℓ) のすべての制約式を緩和解除するとともに、連続変数を整数変数に戻し分枝切除法を適用する。得られた解での目的関数値を Z^{IP} とおき、 $Z^{IP} < M$ であれば整数実行可能解が得られたので終了する。この解は最適解である保証は必ずしもないが、良い解であることが期待される。解の精度は 6 章の計算機実験で確かめる。

さて、列生成のなかで線形緩和実行解が発見されたものの、整数実行可能解が 1 つも発見されなかった場合、有効なパス集合 P^k は列挙されつくしていないため、整数実行可能解が存在するかどうかは厳密な意味ではまだ分からない。与えられた変更ダイヤのもとで運用整理が可能か否かの判定は、列車の遅延や運休を最小限にとどめるためにも厳密に行うことが望ましいため、分枝を行った先でも列生成法を行う分枝価格法^{2),17)} により、整数解の存在を判定する。この問題を (BP) と呼ぶ。本論文の分枝方法は文献 17) に基づくものだが、定式化の違いを吸収するため変数 z を導入し、以下の命題を導く：

$$z_i^k = \sum_{p \in P^k} a_{ip}^k x_p^k \quad \forall k \in K \quad \forall i \in I \cup \hat{I} \cup D,$$

$$z_t^{bk} = \sum_{p \in P^k} a_{tp}^{bk} x_p^k \quad \forall k \in K \quad \forall b \in B \quad \forall t \in T.$$

命題 2 (文献 17)). 導入変数 z への任意の 0-1 割当てに対し (RMP_ℓ) は実行不可能であるか整数最適解が存在する。

(証明). 実行可能だが整数最適解が存在しないと仮定すると、式 (3) より列の内容がまっ

たく同じである非整数端点解 $x_{p_1}^k, x_{p_2}^k$ が存在することになるが、いずれか一方を 1 にできる。□

導入変数 z_i^k, z_t^{bk} の 0-1 割当てに基づく分枝方法は、列生成子問題での最短路探索において k からのパスがノード i を通らないし通らないというように容易に条件を課することができるため、これを採用する。

5. 対象の拡張

前章で提案した解法は、予備機関車が存在する場合や複数の車両形式が混在する路線にも拡張できる。前者については、予備車 k' について、 $\text{PrevM.time}_{k'} = \text{Ready.time}_{k'} := h_0$ 、そして $\text{Arr.sta}_{k'}$ を k' が在籍する車両基地の隣接駅とする。また対応する収束レグ d' を $\text{Dep.sta}_{d'} := \text{Arr.sta}_{k'}$ 、 $\text{Due.loco}_{d'} := k'$ で、 $\text{Dep.time}_{d'} = \text{NextM.time}_{d'} := h_0 + h$ として導入すればよい。

複数形式の機関車の混在を考えると、形式により仕業検査周期が異なるので、形式集合 Q の要素 q ごとに、検査周期 R^q および関数 H^q を再定義する。また q の車両性能によっては、荷物を要請される速度で運ぶけん引力が足りないという理由で充当できないレグが存在するほか、実務上の制限として q を充当する区間が限られていたり、検査基地によっては q の仕業検査を行うことができないことがある。これら諸制約は、ネットワークのエッジのコストが機関車ごとに定められていることを利用して、それを ∞ に設定することで対応できる。収束レグ集合 D についても形式ごとに D^q と分ける。これは同形式内では最終的に D^q のどの収束レグにどの機関車を充当してもよいが、少なくとも充当形式は戻さなければ、今述べた諸問題が運用整理期間終了後に発生するためである。しかしながらこれも $d \in D^q$ へ入るエッジのコスト値設定で対応できる。運用整理期間中はけん引力や区間の制約を満たせば、形式変更と呼ばれる、レグに元の計画とは異なる形式を充当する行為も可能だが、駅係員や乗務員が混乱する恐れなどを考えると望ましくはないため、対応する事象のエッジにコスト W_5 を与える。

6. 計算機実験

6.1 対象と実験環境

実際の貨物列車ダイヤ・機関車運用計画²⁸⁾ に対して、多数の列車に遅れ・運休が発生した事例³²⁾ を適用し、本論文の運用整理手法を検証した。対象範囲は、東北線の黒磯駅から東海道線を経由し山陽線の下関貨駅に至るまでの地域（およびその支線）の、3 車両基地の

表 1 ダイヤ乱れ事例
Table 1 Disruption cases.

No.	運休数	遅延数	平均遅延 (h)	運用矛盾台数
1	0	12	3.1	3
2	0	16	2.2	4
3	0	18	3.1	6
4	0	15	4.4	10
5	2	50	3.1	24

表 2 問題のサイズ (5 事例の平均)
Table 2 Problem size (average of 5 cases).

整理期間 (h)	$ I \cup D $	$ V $	$ E $
36	595.2	1,105.8	17,389.0
48	767.4	1,388.0	28,490.2
60	947.2	1,675.8	41,806.4
72	1,119.4	1,958.0	58,217.0

べ 6 形式の直流電気機関車計 142 ($= |K|$) 台が担当するレグとし、機関車の検査周期は形式により 72 時間ないし 96 時間とした。対象範囲は列車番号単位で 1 日あたり上下計 250 本強と日本最大規模の貨物列車運行頻度を持つ。ダイヤ乱れ事例の概要を表 1 に示す。運休・遅延数は列車番号単位の本数で、運用矛盾台数とは、変更ダイヤのもとでは所定の計画どおりに運用できない機関車の数を表し、運用変更を行う台数の自明な下界となる。

各ダイヤ乱れ事例について、運用整理期間を 36 時間から 72 時間まで変化させたものをそれぞれ問題例とした。問題例のサイズの平均を表 2 に示す。整理期間と集合分割制約の数 (SP_ℓ) で扱うグラフの大きさの関係が分かる。

実験環境は Core 2 Quad 2.66 GHz CPU, 3.5 GB RAM, WindowsXP Pro SP2 OS で、JavaSE 6 言語にて実装した (RMP_ℓ) と (IP) には最適化パッケージ ILOG CPLEX 11.0 を使用したが、そのうち (RMP_ℓ) で線形計画問題を解くアルゴリズムには内点法を指定した。これは (SP_ℓ) で参照する (RMP_ℓ) の双対最適解として、端点解よりも解析の中心を用いるのが効果的であるとの指摘⁷⁾ による。なお、4 つの CPU コアのうち (RMP_ℓ) と (IP) では 1 コアを (SP_ℓ) では 4 コアを同時に使用した。

そのほかの設定は以下のとおりである。単機重連数は $\hat{i}$ によらず $L_i = 2$ とし、 L_ℓ^b については検査時間帯は半日単位に、各基地の検査容量は実在の基地について計画時の検査予定台数より 1 台多く設定した。加える有効なバス数 $|C_\ell^k|$ の上限は、各 k について初回は

66, 以後は 5 とし、緩和解除パラメータは $G = 3.0$ とおいた。コスト値は $M = 30000$ と、実務担当者へのヒアリングをもとにして $W_1 = 100$ を基準に $W_2 = 1.6W_1$, $W_3 = 1.8W_1$, $W_4 = 3.0W_1$, $W_5 = 4.0W_1$ とした。なお、予備実験により、この設定値が最も計算時間のかかるコストバランスの 1 つであったと確かめられたことを記しておく。

6.2 実験結果と考察

本論文で提案する解法を適用した結果が表 3 で、運用計画が変更される台数、 Z^{IP} と Z_{LB} との MIP ギャップすなわち

$$\frac{Z^{IP} - Z_{LB}}{Z_{LB}} \times 100 (\%)$$

の値、反復回数、総生成列数、実計算時間とその内訳を示している。値は 10 回の試行の平均値であるが、計算時間については最も時間がかかったときの値も記載している。各項目の考察を行う前に、同じデータによる試行でも反復数や解が異なる事象が発生したことを報告する。これはどこかの反復 ℓ' の ($RMP_{\ell'}$) において双対最適解が一意ではなく、最適化パッケージの出力する最適解が試行により異なることに起因する。

運用変更台数の項目について、この最小化が直接の目的関数ではないものの、乱れ事例 No. 1, 4, 5 では運用矛盾台数の 2 倍前後の値になっている。これら事例に対しての現状の手作業による運用整理結果は得られていないため、単純な比較はできないが、手作業による整理では一般的に運用矛盾を起こす機関車とそうでないものとの 1 対 1 の運用交換がまず試みられており、その場合の運用変更台数は運用矛盾台数の 2 倍となる。その点では、これら事例に対する試験結果は現状に近いものといえる。No. 2, 3 は変更台数が多く感じられるが、線形計画問題の最適解が整数解であるか、そうでない場合でも下界に近い整数解が得られており、本論文の手法は目的関数値の観点で見て質の良い解を出力するといえる。No. 3, 4, 5 で整理期間が 36 時間であるときに実行不可能と出力されているが、これは整理期間内のレグは充当する車両形式を変更することで被覆はできるものの、36 時間後の収束レグまでに形式を元に戻すことができないということである。貨物機関車運用整理は 2, 3 日かかると経験的にいわれているが、それを裏付けるものである。なお、実行不可能な結果はすべて Step 5 の終了時点で判定されたものである。

運用整理期間を長くするにつれ、かえって変更台数が増えた結果について考察する。表 4 は事例 No. 5 について解の内容をさらに詳細に調べたもので、コスト W_3 , W_4 , W_5 に関係する情報を順に記載している。ここで運用戻り台数とは、解において $k = \text{Due_loco}_d$ となっている機関車の数 (運用変更されていないものを含む) を示す。整理期間が長ければ長

表 3 実験結果と計算時間 (10 回の平均)
Table 3 Results and solution time (average of 10 trials).

No.	期間 (h)	変更台数	Z^{IP}	gap(%)	ℓ	$\sum P_\ell^k $	計算時間 (s)	(RMP_ℓ)	(SP_ℓ)	(IP)	最大計算時間 (s)
1	36	6.0	1,200.0	0.00	6.0	8,904.1	1.4	0.4	0.9	0.0	1.5
1	48	6.0	1,200.0	0.00	8.3	9,595.2	2.7	0.9	1.8	0.0	3.5
1	60	6.0	1,200.0	0.00	7.1	9,585.9	3.7	0.9	2.7	0.0	4.1
1	72	6.0	1,200.0	0.00	7.6	9,720.1	6.2	1.4	4.8	0.0	7.2
2	36	16.0	5,340.0	0.00	19.2	10,461.1	6.2	4.1	2.1	0.0	7.2
2	48	14.0	5,240.0	0.00	29.1	11,290.7	13.0	7.3	5.8	0.0	16.7
2	60	14.0	5,120.0	1.23	32.3	12,956.0	27.9	12.9	13.0	2.0	40.0
2	72	14.0	4,840.0	0.46	23.6	13,419.3	27.9	10.2	16.1	1.6	30.9
3	36	実行不能	—	—	24.2	11,078.4	7.6	4.9	2.7	0.0	9.6
3	48	18.0	8,440.0	0.00	23.6	12,746.2	12.9	7.5	5.4	0.0	14.9
3	60	16.0	7,860.0	0.00	25.5	14,848.4	22.0	10.6	11.4	0.0	24.4
3	72	17.0	7,720.0	0.00	36.3	18,732.5	55.2	28.7	26.5	0.0	66.1
4	36	実行不能	—	—	12.0	9,706.9	2.5	1.3	1.3	0.0	4.0
4	48	21.0	5,560.0	0.00	19.4	10,874.6	6.9	3.4	3.5	0.0	10.1
4	60	20.0	5,540.0	0.00	28.9	14,620.8	20.4	10.4	10.0	0.0	25.3
4	72	21.0	5,240.0	0.00	39.6	17,997.6	50.6	26.5	24.1	0.0	71.7
5	36	実行不能	—	—	3.0	8,716.0	0.9	0.2	0.7	0.0	1.0
5	48	45.0	16,160.0	0.25	24.6	12,460.5	13.0	7.4	4.2	1.4	16.5
5	60	43.5	15,668.0	2.00	29.4	15,763.7	29.6	15.3	9.9	4.3	34.7
5	72	44.7	14,402.0	0.80	43.9	20,411.3	68.8	37.8	26.0	5.0	78.4

表 4 運用整理解の概要 (10 回の平均)
Table 4 Rescheduling plan summary (average of 10 trials).

No.	期間 (h)	臨時検査数	運用戻り台数	形式変更数
5	48	11.0	123.0	7.0
5	60	12.0	127.4	7.7
5	72	12.0	132.9	8.0

表 5 集合被覆緩和なしでの計算時間 (10 回の平均)
Table 5 Solution time without set-covering relaxation (average of 10 trials).

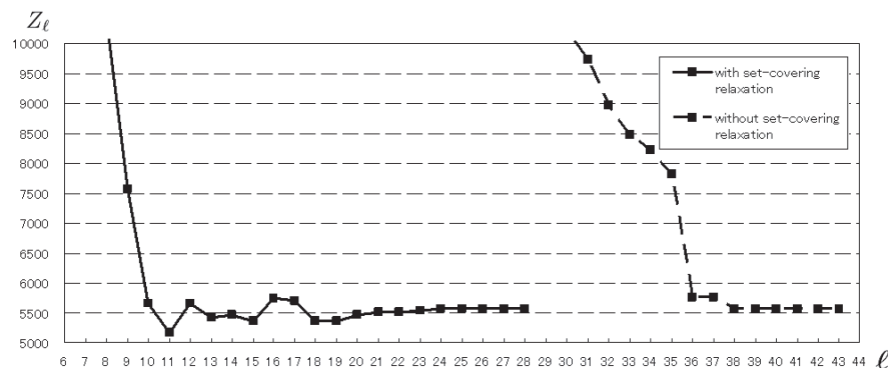
No.	期間 (h)	ℓ	$\sum P_\ell^k $	計算時間 (s)
4	36	9.2	9,997.4	2.8
4	48	26.4	17,068.8	18.8
4	60	45.4	27,991.1	76.5
4	72	85.1	49,856.4	309.6

いほど、機関車が元の運用計画の流れに戻ることができる可能性は高まる。よってコスト W_4 の発生を抑える解が存在するようになり、実験でのコスト重みのもとでは、変更に巻き込まれる台数がやや増えても機関車の運用が元に戻る解が選択されたと考えられる。実際に目的関数値 Z^{IP} は整理期間を長くするにつれ減少している。

計算時間はダイヤ乱れの規模が大きくなるほど増えるが、事例 No. 5 のような大乱れでも 48 時間の整理期間で 15 秒、72 時間で 75 秒程度であり、実務的に 2、3 分といわれた要請を満たしている。これらの結果により、現在においてダイヤ乱れ時の車両運用整理に最適

化手法を応用することは十分に可能であると主張できる。

比較のため集合被覆緩和をせず集合分割制約を維持したままの計算も実施したが、乱れ事例 No. 4 について抜粋した結果を表 5 に示す。やはり集合分割制約を持つ線形計画問題は退化が多く、問題例のサイズが小さい場合は顕著ではないが、規模が大きくなるにつれ反復回数が多くなり計算時間に大きな差が生じた。図 7 は No. 4 の 1 回目の試行での、反復カウンタと目的関数値の推移である。集合被覆緩和により一時的にレグの重複被覆が発生し、

図 7 反復と目的関数値 (No. 4, $h = 60$ 時間での第 1 試行)Fig. 7 Iteration and objective value (1st trial at No 4, $h = 60$ hours).

そこから徐々に制約を元に戻すことで、 Z_ℓ が上下に揺れるものの結果的に早く Step 5 の反復終了条件を満たすようになる。これらにより集合被覆緩和の有効性が確認できる。

7. おわりに

本論文は、変更列車ダイヤが与えられたときに、仕業検査周期を守りつつ各列車に機関車を割り当て直す、ダイヤ乱れ時の貨物機関車運用整理問題を議論した。本論文ではこの問題を整数計画問題として定式化し、集合被覆緩和と列生成法を組み合わせた解法を提案した。またその中では単機の設定可能な区間・時間帯と最大重連数、検査基地の時間帯あたりの検査容量を制約として考慮した。実際の列車ダイヤ・機関車運用計画に乱れ事例を適用した計算機実験の結果、日本最大規模の列車運行地域の 72 時間にわたる運用整理に対して、提案手法が満足できる質の解を実務的に要請される時間内で出力することを確認した。

今後の研究課題として、運用整理が実行不可能と判定された場合に、重要度や優先度に応じて遅延や運休をする列車を提案する問題があげられる。これを運転整理の一種として運用整理も含めて扱うことも可能ではあるが、運用整理が実行可能な場合の輸送業務的な視点での評価指標と、運用整理が実行不可能な場合の営業施策的な視点からの評価指標は相異なるものであり、統一的なアプローチは難しい。本論文の解法で運用整理の実行可能性が素早く判定できることを利用して、運用整理が存在しない場合に営業施策的な視点の評価指標で最適化を行うことが現実的と考えられる。

またもう 1 つ、本論文の機関車運用整理と文献 26) の乗務員運用整理を組み合わせた、統

合的な運用整理問題も大きな課題である。現状は機関車の運用整理によって、列車に充当される形式の変更や単機の設定・運休が発生し、それらのことが乗務員運用整理に影響を及ぼすため、機関車の運用整理の次に乗務員の運用整理を逐次的に行っているが、機関車運用整理問題のある実行可能解に対して、乗務員運用整理が実行不可能となる場合もありうる。この 2 つの問題を同時に解くことができれば、手戻りの発生がない真の実行可能解が得られることとなるだろう。

謝辞 本論文を執筆するにあたり貴重なご意見をいただいた匿名の査読者、および日本貨物鉄道株式会社の重田英貴、川上浩司の両氏に深く感謝いたします。また熊本大学工学部の西本泰幸氏には計算機実験にご協力いただきありがとうございました。

参考文献

- 1) Alfieri, A., Groot, R., Kroon, L. and Schrijver, A.: Efficient circulation of railway rolling stock, *Transportation Science*, Vol.40, No.3, pp.378–391 (2006).
- 2) Barnhart, C., Johnson, E.L., Nemhauser, G.L., Savelsbergh, M.W.P. and Vance, P.H.: Branch-and-price: Column generation for solving huge integer programs, *Operations Research*, Vol.46, No.3, pp.316–329 (1998).
- 3) Caprara, A., Kroon, L., Monaci, M., Peeters, M. and Toth, P.: Passenger railway optimization, Technical Report ARRIVAL-TR-0035, FET Unit of the EC (2006).
- 4) Caprara, A., Fischetti, M., Toth, P., Vigo, D. and Guida, P.L.: Algorithms for railway crew management, *Mathematical Programming*, Vol.79, No.1–3, pp.125–141 (1997).
- 5) Cordeau, J.-F.: A survey of optimization models for train routing and scheduling, *Transportation Science*, Vol.32, No.4, pp.380–404 (1998).
- 6) Cordeau, J.-F., Soumis, F. and Desrosiers, J.: Simultaneous assignment of locomotives and cars to passenger trains, *Operations Research*, Vol.49, No.4, pp.531–548 (2001).
- 7) Desaulniers, G., Desrosiers, J. and Solomon, M.M. (Eds.): *Column Generation*, Springer (2005).
- 8) Huisman, D.: A column generation approach for the rail crew re-scheduling problem, *European Journal of Operational Research*, Vol.180, No.1, pp.163–173 (2007).
- 9) Huisman, D. and Wagelmans, A.P.: A solution approach for dynamic vehicle and crew scheduling, *European Journal of Operational Research*, Vol.172, No.2, pp.453–471 (2006).
- 10) Jespersen-Groth, J., Potthoff, D., Clausen, J., Huisman, D., Kroon, L., Maróti, G. and Nielsen, M.N.: Disruption management in passenger railway transportation, Technical Report IMM-2007-03, Informatics and Mathematical Modelling, Techni-

- cal University of Denmark (2007).
- 11) Lettovský, L., Johnson, E.L. and Nemhauser, G.L.: Airline crew recovery, *Transportation Science*, Vol.34, No.4, pp.337–348 (2000).
 - 12) Li, J.-Q., Mirchandani, P.B. and Borenstein, D.: The vehicle rescheduling problem: Model and algorithms, *Networks*, Vol.50, No.3, pp.211–229 (2007).
 - 13) Lübbecke, M.E. and Desrosiers, J.: Selected topics in column generation, *Operations Research*, Vol.53, No.6, pp.1007–1023 (2005).
 - 14) Maróti, G. and Kroon, L.: Maintenance routing for train units: the transition model, *Transportation Science*, Vol.39, No.4, pp.518–525 (2005).
 - 15) Marsten, R.E., Hogan, W.W. and Blankenship, J.W.: The BOXSTEP method for large-scale optimization, *Operations Research*, Vol.23, No.3, pp.389–405 (1975).
 - 16) Nissen, R. and Haase, K.: Duty-period-based network model for crew rescheduling in European airlines, *Journal of Scheduling*, Vol.9, No.3, pp.255–278 (2006).
 - 17) Rezanova, N.J. and Ryan, D.M.: The train driver recovery problem — a set partitioning based model and solution method, *Proc. 2nd International Seminar on Railway Operations Modelling and Analysis (RailHannover2007)* (2007).
 - 18) Rosenberger, J.M., Johnson, E.L. and Nemhauser, G.L.: Rerouting aircraft for airline recovery, *Transportation Science*, Vol.37, No.4, pp.408–421 (2003).
 - 19) Schrijver, A.: Minimum circulation of railway stock, *CWI Quarterly*, Vol.6, pp.205–217 (1993).
 - 20) Stojković, M. and Soumis, F.: An optimization model for the simultaneous operational flight and pilot scheduling problem, *Management Science*, Vol.47, No.9, pp.1290–1305 (2001).
 - 21) Stojković, M., Soumis, F. and Desrosiers, J.: The operational airline crew scheduling problem, *Transportation Science*, Vol.32, No.4, pp.232–245 (1998).
 - 22) Vaidyanathan, B., Ahuja, R.K., Liu, J. and Shughart, L.A.: Real-life locomotive planning: New formulations and computational results, *Transportation Research B*, Vol.42, No.2, pp.147–168 (2008).
 - 23) Walker, C.G., Snowdon, J.N. and Ryan, D.M.: Simultaneous disruption recovery of a train timetable and crew roster in real time, *Computers and Operations Research*, Vol.32, No.8, pp.2077–2094 (2005).
 - 24) Yu, G., Argüello, M., Song, G., McCowan, S.M. and White, A.: A new era for crew recovery at continental airlines, *Interfaces*, Vol.33, No.1, pp.5–22 (2003).
 - 25) 久保幹雄, 田村明久, 松井知己 (編): 応用数理計画ハンドブック, 朝倉書店 (2002).
 - 26) 佐藤圭介, 福村直登: 列車ダイヤ乱れ時の乗務員再スケジューリング問題, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 SSOR2007 アブストラクト集 (2007).
 - 27) 高橋 理, 片岡健司, 小島央士, 浅見雅之: ダイヤ乱れ時における列車乗務員運用整理案の自動作成, 電気学会論文誌 D, Vol.128, No.11, pp.1291–1297 (2008).
 - 28) (社) 鉄道貨物協会: 2006 JR 貨物時刻表 (2006).
 - 29) (財) 鉄道総合技術研究所運転システム研究室: 鉄道のスケジューリングアルゴリズム—コンピュータで運行計画をつくる, エヌ・ティー・エス (2005).
 - 30) 富井規雄: 列車ダイヤのひみつ—定時運行のしくみ, 成山堂書店 (2005).
 - 31) 富井規雄, 田代善昭, 田部典之, 平井 力, 村木国満: 利用者の不満を最小にする列車運転整理アルゴリズム, 情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用, Vol.46, No.SIG2(TOM11), pp.26–38 (2005).
 - 32) 日本貨物鉄道 (株): 輸送情報. <http://www.jrfreight.co.jp/i-daiya/>
 - 33) 原 啓太, 高橋浩樹, 奥村哲朗: 車両運用整理支援システムの開発, 第 39 回鉄道サイバネ・シンポジウム論文集 (2002).
 - 34) 藤森 敦, 富井規雄, 平山純一郎: 組合せオークションモデルに基づく異常時の鉄道乗務員運用変更計画作成アルゴリズム, 情報科学技術レターズ (FIT2004), pp.15–18 (LA-006) (2004).
 - 35) 列車ダイヤ研究会 (編): 列車ダイヤと運行管理, 成山堂書店 (2008).

(平成 21 年 2 月 5 日受付)

(平成 21 年 3 月 22 日再受付)

(平成 21 年 5 月 12 日再受付 (2))

(平成 21 年 5 月 19 日採録)



佐藤 圭介

平成 18 年筑波大学大学院システム情報工学研究科社会システム工学専攻修士号取得。同年 (財) 鉄道総合技術研究所入所。鉄道の運用整理アルゴリズムの研究開発に従事。日本 OR 学会会員。



福村 直登 (正会員)

昭和 63 年早稲田大学大学院理工学研究科工業経営学専門分野修了。同年 (財) 鉄道総合技術研究所入所。現在同輸送情報技術研究部運転システム研究室長。鉄道輸送計画作成支援システム, 構内作業計画作成アルゴリズム等の研究開発に従事。著書に『鉄道のスケジューリングアルゴリズム』(共著, エヌ・ティー・エス)。日本 OR 学会会員。