

遺伝的プログラミングによる方程式近似に基づく 粒子フィルタを用いた債券格付遷移の推定

譚 康 融^{†1} 時 永 祥 三^{‡2}

本報告では格付データが何らかの影響で真の値から乖離し観測ノイズを含むとする仮定のもとで本来のデータ(真の状態と呼ぶ)を推定する方法として遺伝的プログラミング(Genetic Programming:GP)による方程式近似に基づく粒子フィルタ(Particle Filter:PF)を用いた債券格付遷移の推定を提案する。本報告ではPF手法を一般化し、状態方程式が未知とし状態方程式を記述する複数の関数をGP個体としてPFにより状態推定を実施した場合のゆが度を求め、これに比例して個体の適合度を定義し、遺伝的処理を行い近似と推定の改善をはかる。この場合、格付とこれに付随する財務指標の変化を同時に含む時系列生成の非線形の状態方程式によりモデルを記述する拡張を行い、観測データから内部状態(真の格付)を推定するPFを提案する。応用例として、人工データおよび現実に観測された債券格付の時系列からの真の格付推定へと適用するシミュレーションを示す。

Estimation of Transition of Bond Ratings by using Particle Filters based on State Equations approximated by the Genetic Programming

KANGRONG TAN^{†1} and SHOZO TOKINAGA^{‡2}

Estimation of transition of true bond ratings is usable, since observed ratings are seemed to be distorted and corrupted by noise. This report deals with the estimation of transition of bond ratings by using Particle Filters (PFs) based on state equations approximated by the Genetic Programming (GP). In this report, we generalize the PFs so that we approximate state equations by using the GP where GP's individuals corresponding to state equations are improved according to the likelihood of PFs. At the same time, we include dynamics of financial ratios besides ratings in the nonlinear system equations. As applications, we show the evaluation of estimation scheme of this report by simulation studies to artificial data, and also discuss the estimation of true ratings from real time series of ratings.

1. ま え が き

企業が発行する債券を市場で売買する場合に、その価格が適正かどうかを判断する材料として債券の格付(以下単に格付と呼ぶ)がある[1][2]。また取引市場においては格付の時間的な遷移を推定し、売買による投資の利益を予測することに活用されている[3][4]。一方、市場における格付は歪みを受けノイズを含む仮の観測データとみなして状態推定の手法により改善する方法論が示されており[4]、近年複雑な推定問題に適用されている粒子フィルタ(Particle Filter:PF)が利用できる可能性がある[5]-[8]。

これまでの研究において、格付遷移のプロセスを統計的な推定の方法を用いて求める方法のほかに、観測される格付は歪みを受けしかも生成および観測モデルにノイズが含まれていると仮定し、これらを考慮した推定とノイズの影響するためのPFに類似した手法の適用により真の格付を推定する手法を提案したものもある[4]。しかしながら、市場の参加者間の何らかの相互作用や企業経営における影響が状態方程式に反映されると考えられ、PF手法を一般化する場合には状態方程式は既知でなく、未知であるとするのが自然である[8]。現在までガウス関数による漸近的な近似方法が提案されているが、収束性などの問題がある[8]。また格付遷移を推定する場合に、財務指標の遷移をも用いることにより、真の格付遷移の推定が向上する可能性がある。本報告ではPFにより格付遷移を推定するモデルを一般化し、格付とこれに付随する財務指標の変化を、時系列生成の非線形の状態方程式で記述した場合に、GP手法により状態方程式を推定しながら、同時に観測データから内部状態(真の格付)を推定する方法を提案し、応用を示す[9][10]。

本報告の手法においては、状態方程式を記述する複数の関数の一部をGPにより推定する方法をPFによる状態推定と結合する方法を提案する。具体的には、複数の粒子により状態推定を実施した場合のゆが度を求め、これに比例してGP個体の適合度を定義し、遺伝的処理を行い、近似と推定の改善をはかる。この場合、PFにおける計算時間の節約のために、財務指標の遷移に関する部分はカルマンフィルタ(Kalman Filter:KF)による記述と推定を行い格付データの部分だけにPFを適用する。応用例として、人工データとして生成された時

^{†1} 久留米大学経済学部
Faculty of Economics of Kurume University

^{‡2} 九州大学大学院経済学研究院
Graduate School of Economics of Kyushu University

系列から真の格付推定を行うシミュレーションを実施し、推定の精度を検討する。更に、現実
に観測された格付の時系列からの真の格付推定を議論する。

2. 格付遷移と状態推定の基本モデル

状態方程式が線形関数で、時間にかかわらず一定であり、ノイズが正規乱数に従う場合には、
従来から手法である KF を適用して、状態を推定することができる。しかし、状態方程式
が非線形の場合や、非定常時系列の場合には、KF が適用できないため PF が援用され、有効
性が示されている [7]-[11]。

非線形状態方程式により格付の遷移と財務指標の遷移を 1 つにまとめて示すことは可能
であるが、非線形性の導入には多大な計算をともなう。このようなことから、非線形状態方
程式における状態変数を 2 つのグループに分離して、格付の変数 x_{t+1}^P は非線形モデルにした
がうとして、財務指標の変数 x_{t+1}^K は線形モデルすなわち KF で記述できるとして分離し、両
方を結合することを行う。これをモデルとして記述すると以下ようになる [5]。

$$\begin{pmatrix} x_{t+1}^P \\ x_{t+1}^K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & A^P \\ 0 & A^K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_t^P \\ x_t^K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_t^P \\ v_t^K \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$y_t = H[x_t^P] + w_t \quad (2)$$

ただし、 $v_t^P, v_{t,1}^K, \dots, v_{t,M}^K$ はそれぞれ、正規分布する平均がゼロで標準偏差が $\sigma^P, \sigma_j^K, j = 1, 2, \dots, M$ であるノイズであると仮定している。ここで x_t^P, x_t^K はそれぞれ、PF, KF により
推定されるべき状態変数のベクトルであり、これらを分離・結合した状態方程式により記述
している。本報告では状態変数 $x_t^K (v_t^K)$ は企業の財務指標（およびそのノイズ項部分）に
対応するので（ x_t^P は格付の値でスカラー）、記号として次のようにベクトル表現しておく。

$$x_t^K = (x_{t,1}^K, x_{t,2}^K, \dots, x_{t,M}^K)^T, v_t^K = (v_{t,1}^K, v_{t,2}^K, \dots, v_{t,M}^K)^T, \quad (3)$$

2.1 PF による状態推定の基本

PF 適用の概要は、以下のようにまとめられる。通常の PF のアルゴリズムに加えて、KF
部分の状態 $x_{t,j}^K$ も i 番目の粒子として同時に生成（複製）することが異なっている。記号と
して、 $x_t^P, x_{t,j}^K$ のそれぞれの i 番目の粒子を $x_t^{P(i)}, x_{t,j}^{K(i)}$ としておく。

ステップ 1: 粒子の初期値の生成

時刻 0 における変数 $x_t^{P(i)}, x_{t,j}^{K(i)}$ の初期値 $x_0^{P(i)}, x_{0,j}^{K(i)}, j = 1, 2, \dots, M$ について、あらか
じめ定めた確率分布に従う乱数により N セットの粒子の集合として生成する。

ステップ 2: システムノイズの生成

それぞれの粒子について、システムノイズである $v_t^{P(i)}, v_{t,j}^{K(i)}, j = 1, 2, \dots, M$ について、あ
らかじめ与えた確率分布に従って乱数として生成する。

ステップ 3: $x_t^{P(i)}$ の 1 時刻先予測

式 (3) を用いて 1 時刻先の状態の予測値を求める。 $N(a, b^2)$ を平均が a で分散が b^2 であ
る正規分布として、 $x_t^{P(i)}$ の 1 時刻先予測は次により与えられる。

$$x_{t+1|t}^{P(i)} \sim N(x_{t|t-1}^{P(i)} + A^P x_{t|t-1}^{K(i)}, A^P P (A^P)^T + (\sigma^P)^2) \quad (4)$$

ここで $x_{t+1|t}^{P(i)} (x_{t-1|t-2}^{P(i)})$ は、時刻 $t+1(t)$ における状態を用いた、時刻 $t+1(t)$ における状
態 $x_t^{P(i)}$ の予測値である。また状態変数 $x_{t,j}^{K(i)}$ の予測値は、共分散行列 $P_{t|t-1}$ とカルマンゲ
イン G_t の更新も含めて、次のように与えられる。

$$G_t = P_{t|t-1} (A^P)^T (A^P P_{t|t-1} (A^P)^T + (\sigma^P)^2)^{-1} \quad (5)$$

$$P_{t+1|t} = A^K (P_{t|t-1} - G_t A^P P_{t|t-1}) (A^K)^T \quad (6)$$

$$x_{t+1|t}^{K(i)} = A^K (x_{t|t-1}^{K(i)} + G_t (z_t^{(i)} - A^P x_{t|t-1}^{K(i)})) + v_t^{K(i)} \quad (7)$$

ただし $x_{t+1|t}^{K(i)}, v_t^{K(i)}$ は縦ベクトルであり、それぞれの要素ごとに表記すべきところを簡単に
示している。また、 $z_t^{(i)} = x_{t+1|t}^{P(i)} - x_{t|t-1}^{P(i)}$ である。

ステップ 4: 重みの計算

次に、それぞれ粒子 i の重み $w_t^{(i)}$ を計算する。

$$w_t^{(i)} = R_t(y_t | x_{t|t-1}^{P(i)}) \quad (8)$$

ここで $R_t(\cdot)$ は $x_{t|t-1}^{P(i)}$ が与えられた場合の y_t の条件付分布である。これらの重みを、集計し
ておく。

$$W_t = \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \quad (9)$$

ステップ 5: 粒子のリサンプリング

それぞれの粒子を、重みに従って、リサンプリングする。すなわち粒子の集合 $X_{t+1|t}^P =$
 $(x_{t+1|t}^{P(1)}, x_{t+1|t}^{P(2)}, \dots, x_{t+1|t}^{P(N)})$ から粒子を $w_t^{(i)}/W_t$ の確率に従って復元抽出して、生成する。この
場合、状態変数 $x_{t,j}^K$ についても粒子ベクトルの集合 $X_{t+1|t,j}^K = (x_{t+1|t,j}^{K(1)}, x_{t+1|t,j}^{K(2)}, \dots, x_{t+1|t,j}^{K(N)})$
から粒子を $w_t^{(i)}/W_t$ の確率に従って復元抽出（集合 $X_{t+1|t}^P$ からの粒子 $x_t^{P(i)}$ の抽出と同時に

に行う)して、生成する。この結果として、状態変数 x_t^P の確率分布を推定することができる。時刻 t における状態の推定値は、集合 $X_{t|t-1}^P, X_{t|t-1,j}^K$ の平均として与えられる。

ステップ 6: 時刻 $t = 2, 3, \dots, T$ について繰り返し

ステップ 2~ステップ 6 の操作を、時刻 $t = 2, 3, \dots, T$ について繰り返す。この結果として、時刻 $t = 2, 3, \dots, T$ についても状態変数 $x_t^P, x_{t,j}^K$ の確率分布を推定することができる。最終的に得られるモデルのゆう度は、次により与えられる。

$$l_m = \sum_{t=1}^T \log W_t - T \log N \quad (10)$$

3. GP 手法の基本と用いる関数

これまでの議論では、状態方程式に含まれる関数である $H_t(\cdot)$ は既知であるとして進めてきた。しかし、一般には、どのような物理モデルが債券の格付推移記述に適合しているかは事前には分からない。従って、本論文では、この関数 $H_t(\cdot)$ の形状も同時に近似しながら、状態推定を進めていく方法を用いる。

関数 $H(\cdot)$ の形状を推定する問題においては、近似するための非線形関数の候補を多数の GP 個体として準備しておいて、その関数の近似能力の大きさに比例して遺伝的操作を加えることにより、近似精度を逐次的に向上させることができる [9]-[11]。すなわち、これらの GP 個体のそれぞれを、状態方程式における関数 $H(\cdot)$ であると仮定して、PF を適用し、ゆう度を計算する。ゆう度が、その個体の適合度となる。適合度が相対的に大きな個体を用いて遺伝的操作 (交差処理) を実施することにより、より適合度の大きな (すなわち状態方程式の近似精度が高い) 個体が生成されるので、これを繰り返すことにより、十分な精度の状態方程式近似が実現される。

なお GP 手法についてはこれまで多くの研究がなされている [11]-[17]。GP 手法により方程式は木構造で表現できるが、これを前置表現 (prefix representation) により置き換えておく。例えば、方程式 $x_t = [3x_{t-1} - x_{t-2}] \times [x_{t-3} - 4]$ は、次のように表現する。

$$\times - \times 3x_{t-1}x_{t-2} - x_{t-3}4 \quad (11)$$

このような前置表現のそれぞれを個体とよぶ。次に、GP により表現された個体の解釈については、個体により与えられる式 (13) に示すように表現された方程式の右辺の形をもとにして、関数の値を求めることにより個体の近似能力を計算する。個体により計算された関数の値 \tilde{x}_t と観測された時系列データ x_t との 2 乗誤差は近似度を与えるので、この逆数により個

体の適合度を定義する。

次に、GP により個体を性能の良いもの (e.g. 関数近似の能力の高いもの) に変換していく方法である。個体の集合 (プール) の能力をたかめることは、個体に対して交差処理、突然変異処理を行うことにより可能である。これらの遺伝的操作によって新しい個体が offspring として生成される。

本報告で考察する問題の範囲を考慮して、近似に用いる関数を四則演算に加えて以下のようなものに限定する。なおこれらの関数は、近似にすべてを用いるとは限らず、選択的に利用される。

変数 x の多項式関数および指数関数、三角関数: $\sin(x)$ 、双曲線関数: $\sinh(x)$ 、ステップ関数 $u(x) = 0, x \leq 0, u(x) = 1, x > 0$ 、区分線形関数 (ramped function) $r(x) = 0, x \leq 0, r(x) = ax, x > 0$ 。

4. 応用例 1: 人工データでの推定

まず、人工的なデータに対して本手法を適用し、その性能を見ておく。このモデルにおいては、あらかじめ状態変数の生成プロセスである方程式と、観測方程式の関数を与えておいて、観測データだけが与えられた場合に、状態の推定と関数の形状の推定を同時に行う。すでに述べたように次のような状態変数を定義する。

$x_{t,j}^K$: 時刻 t における企業 j 番目の財務指標。

x_t^P : 時刻 t における企業発行の債券の格付

ここで現実のデータを考慮すると、複数の格付レベルの時系列を平行的に用いることを前提とする必要がある。すなわち、格付の時系列は急激な変動はしないことを仮定すると、関数 $H_t(\cdot)$ の値域は単独の格付および財務指標の時系列を前提とした場合には、部分的にしかデータを与えられないため、関数の全体を近似する目的には適合しない。したがって、以下の人工的なデータを用いたシミュレーションにおいては、次の 2 つを仮定する。

(1) 複数の時系列を生成して用いる。

x_t^P と $x_{t,j}^K$ との時系列について、複数組の時系列を生成する。この場合、財務指標の平均値を変えることにより格付のランクを変える。すなわち、財務指標 $x_{t,j}^K$ は格付が高いほど、相対的に大きな値をとるように生成する (初期値を大きくする)。この第 2 番目の仮定は、企業の業績が良好なほど、この企業の発行する債券の格付が相対的に高いことを反映している。

(2) 財務指標の間の相関は弱い

実際の財務指標の種類は多いが、これらについて主成分分析を行うと数個 (最大でも 9 個程

度)の主成分(相互に独立である)に集約できることが知られている。したがって、人工データを用いたシミュレーションにおいても、あらかじめ財務指標は主成分へと変換されていると仮定し、相互の相関は弱いと仮定しておく(理論的には相関はゼロであるが、これをやや緩和しておく)。

関数 $H(\cdot)$ が x_t^P について線形なら通常の KF による推定が可能であるが、しかしながら観測過程で、真の状態 x_t^P はゆがめられて(修正されて)観測されると仮定する。格付のレベルにより非線形のゆがみを与えられると仮定し、以下の3つのケースにを考察する。

Case 1: 高位の格付が部分が低めに評価される

Case 2: 低中位格付の部分が高めに評価される

Case 3: 格付評価に2つの部分でジャンプが含まれている

なお Case 0 として、線形モデルで生成される x_t^P を修正しないで観測データとして出力するケースを定義しておく。この3つのケースは次の3つの関数により表現できると仮定する ($x = x_t^P$)。

Case 1: $H_t = (x/1.3)^{1.5}$

Case 2: $H_t = 4.3 \log(1 + x)$

Case 3: $H_t = (x + 0.4 * u(x - 1.0) + 0.4 * u(x - 1.8))/1.3$

以下では人工的に生成した格付および財務指標の時系列を用いて、PF による真の状態推定の有効性を検証する。すなわち、いま式 (3)(4) における係数 A^P, A^K および関数 $H(\cdot)$ が与えられていると仮定すると、格付 $x_t^P, x_{t,j}^K$ と財務指標 $x_{t,j}^K$ の初期値を与えることにより、逐次的に真の格付 x_t^P および財務指標と観測データ y_t , が生成できる。生成されたデータを与えて、PF 手法により x_t^P を推定 (\hat{x}_t^P としておく) して、もともと生成した x_t^P と \hat{x}_t^P との一致度を検証する。シミュレーションの条件を以下に示す。

格付のランク: 最高値 AAA から最低値 CC まで7つのランクを仮定。

格付の値 x_t^P : 0~3 の数値で与える。

真の格付の推定値 \hat{x}_t^P の連続値: 0~3 の数値で与える。

財務指標 $x_{t,j}^K$: 0~1 の数値で与える。

格付と財務指標の時系列の長さ: 20

サンプルの個数: それぞれのランクごとに50サンプルの時系列を生成する。これらのサンプルの違いは、状態変数 x_t^P, x_t^K の初期値と、係数ベクトルである行列 A^P, A^K を選択する違いである。

係数ベクトル A^P : $[0,1]$ の範囲の一様乱数から選択

表 1. 格付推定の正しさ

Table 1 Rate of proper estimation of ratings.

| rating | Case 0 | Case 1 | Case 2 | Case 3 |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 0.77 | 0.84 | 0.84 | 0.89 |
| 2 | 0.98 | 0.84 | 0.90 | 0.93 |
| 3 | 0.86 | 0.80 | 0.82 | 0.99 |
| 4 | 0.89 | 0.87 | 0.80 | 0.93 |
| 5 | 0.83 | 0.82 | 0.78 | 0.91 |
| 6 | 0.90 | 0.75 | 0.82 | 0.87 |
| 7 | 1.00 | 0.90 | 0.76 | 1.00 |

係数ベクトル A^K : 3つの財務指標の相関が存在するように、 $[0,1]$ の範囲の一様乱数から生成。

シミュレーションに用いる債券と関連する財務指標のペア: $M = 5$, ノイズの標準偏差: $\sigma^P = 0.5, \sigma_j^K = 0.4$, PF における粒子数: 10000, GP 個体数: 1000, GP 個体における最大配列長: 30, GP における交差処理および突然変異の確率: 0.2 および 0.01。

なお、格付けのランクを7区分しているため、連続値 \hat{x}_t^P の離散化の処理を行う。まず、時系列を生成したり PF による状態推定をする段階においては、変数をすべて連続値として処理する。しかしながら、最終的にこれらの2つの変数の値の近さを判断する場合には、2つの変数ともに7つのランクに離散化したあとの数値で比較をする。格付の連続値から離散値への変換については、連続値である x_t^P の推定値 \hat{x}_t^P の範囲は0~3の値で与えられるので、これを7ランクに区切った場合の数値範囲に入っている場合の、該当するランクを与える。

図1には状態 x_t^P の推定の例を示す(実線は x_t^P , 点線は \hat{x}_t^P を表す)。この図においては状態の値そのものを表示しており、これをそれぞれのランクへと離散化した結果ではない。人工データを生成するモデルにおいては、時系列として生成された状態(格付の変数 x_t^P)の値は既知であるので、図1においては推定された(真の)状態 \hat{x}_t^P と、最初に既知のデータとして与えた時系列 x_t^P とを同時に示し比較している。表1には \hat{x}_t^P と x_t^P とを7つのランクへと離散化したあとでの一致の度合いを示している。表1においてはこれらの2つの変数を離散化したあとで、同じランクをとる場合の比率(格付推定の正しさ)を、関数形状のケースと格付のランク(数値の1~7として表示)を区分として示している。なお、状態推定 \hat{x}_t^P と既知のデータとして与えた時系列 x_t^P との連続値としての差異は、 x_t^P の絶対値の平均値の4%程度であり、極めて小さいことが確認できる(詳細は省略する)。表1から分かるように、推定された格付の値ランクは、シミュレーションにおいてももともと与えている真の格付の値とよく一致しており、その一致度は最高で1.00、最低でも0.77であり、PFによる状態推定は有効であることが分かる。

本報告では、観測された格付時系列から真の格付を推定することが目的であり、これを投

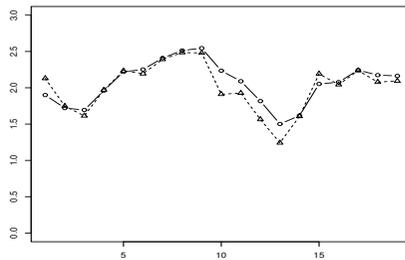


図 1 状態 x_t^P とその推定 \hat{x}_t^P の例.
Fig.1 An example of observed x_t^P and estimated \hat{x}_t^P .

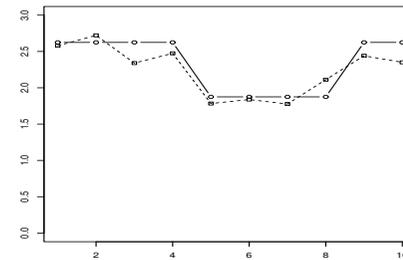


図 2 観測時系列 y_t と推定値 \hat{x}_t^P の例.
Fig.2 An example of observed y_t and estimated \hat{x}_t^P .

表 2. 条件を緩和した場合の推定の一致度

Table 2 Rate of estimation of ratings under relaxed conditions

| rating | Case 0 | Case 1 | Case 2 | Case 3 |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 1.00 | 0.98 | 1.00 | 1.00 |
| 2 | 1.00 | 0.98 | 0.96 | 1.00 |
| 3 | 1.00 | 0.96 | 0.98 | 0.98 |
| 4 | 1.00 | 1.00 | 0.96 | 1.00 |
| 5 | 0.98 | 0.96 | 0.96 | 1.00 |
| 6 | 1.00 | 0.96 | 1.00 | 0.98 |
| 7 | 1.00 | 0.96 | 0.98 | 1.00 |

資に応用する問題については直接的には触れていない。すなわち、格付の真の値を知ることができれば、投資方法を変更して利益の増加、損失の回避が可能となるであろう。しかし、これを具体的に示すには、投資方法の設定などの問題があり、簡単ではない。そこで以下では、推定された格付を用いることによる危険性を見積もる意味で、 \hat{x}_t^P と x_t^P とのランクの差が 1 つ以内であるケース数を含めた一一致度 (条件を緩和した場合の推定の正しさ) を求めてみる。これをまとめたものが、表 2 である。 \hat{x}_t^P と x_t^P とのランクの差が 1 つ以内であるケース数を含めた一一致度は極めて良好である。

5. 応用例 2: 債券格付遷移の推定

応用例として、日本で発行された債券について本報告の手法を用いて、真の格付を推定遷移を求めた事例を示す。分析に用いたデータについての概要を、以下に示す。

年度: 1998 から 2007 までの代表的な企業 95 社債券の内訳: 機械 30 社, 電気機器 55 社, 電力 10 社の転換社債。

格付データ: Moody's Japan のデータより取得, 財務指標: Nikkei-NEEDS より取得, 格付レベル: AAA, AA, A, BBB の 4 ランク

なお離散値である格付を連続値に変換する規則は、0~3 の数値を 4 区分して、その中央値を与える方法を用いている。また財務指標は次の 9 個である: 売上高総利益率, 売上高営業利益率, 経常利益率, 当期純利益率, 売上高人件費率, 総資本回転率, 当座比率, 特別損失税引き前利益率, 負債比率

これらについて主成分分析を行って、3 つの主成分を集約された財務データとして与えている。財務指標の時系列の挙動をモデル化する線形の状態方程式の部分は、あらかじめ与えられないので、次のようにして推定している。基本的な手法は回帰分析であり、ある変数 $x_{t,i}^K$ を被説明変数として 1 時刻遅れの自分自身の値 $x_{t-1,i}^K$ および他の変数 $x_{t,j}^K, i \neq j$ を説明変数とする回帰式を推定する。このあと有意でない係数を除去して、少ない変数の間での多変量自己回帰式を推定する。

図 2 には観測される格付時系列 y_t と推定された時系列 \hat{x}_t^P の例を示している (実線は y_t , 点線は \hat{x}_t^P を表す)。この 2 つの変数は、離散化する前の連続値である。なお、現実のデータについて本論文の手法で格付遷移を推定しても、これが真の格付であるかは、直接的には検証できない。したがって図 2 において、2 つの時系列が近接していることが、必ずしも推定の良さを表すものではない。表 3 ではこれらのケースごとに推定された関数の形状を示している。

図 2 を図 1 と比較すると分かるように、 y_t^P と \hat{x}_t^P との値はかなり異なっており、このことから y_t を格付としてそのまま解釈すると、観測される格付と真の格付の間には、やや大きな差異が存在することになる。

表 3. y_t と \hat{x}_t^P との離散化後の乖離

Table 3 Rate of differenc between y_t and \hat{x}_t^P after discretization

| ratings | AAA | AA | A | BBB |
|----------|------|------|------|------|
| d_I | 0.38 | 0.34 | 0.29 | 0.30 |
| d_{II} | 0.18 | 0.21 | 0.20 | 0.21 |

人工データの場合とは異なり、現実の格付時系列から真の格付を推定することの有効性を定義することは、簡単ではない。すなわち何が真の格付であるかは与えられおらず、 y_t と \hat{x}_t^P との一致度は、 x_t^P と \hat{x}_t^P との一致度と同じではない。したがって以下では、単に観測される y_t の値と推定された \hat{x}_t^P の値の差について見ることにする。すなわち、表 1, 2 とは逆の、 x_t^P と \hat{x}_t^P とが一致しないケースの個数を分析する。この数値は、観測される格付が本来の格付から乖離している可能性に対応しており、数値が大きいほど、本報告で提案する格付推定手法が有効であることを示唆する。これを示したものが表 3 である。表 3 においては離散化した後の y_t と \hat{x}_t^P とが一致しない割合 (d_I として示す) を示している。また同時に y_t を基準として、推定された \hat{x}_t^P との差異が 1 つのランクを同じとみなした場合における、一致しない割合を示している (表 3 では d_{II} として示している)。すなわち離散化された \hat{x}_t^P から上下に 1 ランクずつ変動させた場合も含めて、不一致の度合いをまとめたものである。ランクの一致度を緩和したケースにおいても y_t と \hat{x}_t^P とが一致しない場合が多く存在することが分かる。このことから、本報告の手法を用いて真の格付を推定することが、投資問題などにおいて、従来とは異なる判断材料を与えることができることが予想できる。

6. む す び

本報告では GP による方程式近似に基づく PF を用いた格付遷移の推定について述べ、応用例として、時系列からの真の格付推定への適用を示した。今後の課題として、PF におけるより精密な非線形モデルの導入と効率的な方法の開発、投資などへの応用があり、検討を行う予定である。

参 考 文 献

- 1) E.I.Altman, "The importance of subtlety of credit rating migration," Journal of Banking and Finance, vol.22,no.10,pp.1231-1247, 1998.
- 2) M.Carty and M.Hrycay, "Parameterizing credit risk models with rating data," Journal of Banking and Finance, vol.25,pp.197-270,2001.
- 3) A.I.Barkman, "Testing the Markov chain approach on accounts receivable," Man-

agement Accounting, vol.62,no.7,pp.48-50,1981.

- 4) R.A.Jarrow, D.Lando and S.M.Turnbull, "A Markov model for the term structure of credit risk spread," Review of Financial Studies, vol.10,no.2, pp.481-523, 1997.
- 5) M.W.Korolkiewicz and R.J.Elliott, "A hidden Markov model of credit quality," Journal of Economic Dynamics & Control, vo..32,pp.3807-3819, 2008.
- 6) D.Lando and T.Skodeberg, "Analysing rating transitions and rating drift with continuous observations," Journal of Banking and Finance, vol.26,pp.423-444, 2002.
- 7) A.Doucet,N.de Freitas and N.Gordon, Sequential Monte Carlo Methods in Practice, New York, Springer Verlag,2001.
- 8) A.Logothesis and V.Krishnamurthy, "Expectation-maximization algorithm for MAP estimation of jump Markov linear systems," IEEE Trans. Signal Processing, vol.47,no.8,pp.2139-2156,1999.
- 9) J.H.Kotecha and P.M.Djuric, "Gaussian sum particle filtering," IEEE Trans. Signal Processing, vol.51,no.10,pp.2602-2612,2003.
- 10) A.Doucet,N.J.Gordon and V.Krishnamurthy, "Particle filters for state estimation of jump Markov linear systems," IEEE Trans. Signal Processing, vol.49,no.3, pp.613-624,2001.
- 11) K.Tan, "Some Statistical Properties of Mixture Distribution and Its Applications to Monte Carlo Simulation and Particle Filter, J. of the Society for Studies on Industrial Economics, vol.48, no.2, 2007.
- 12) X.Chen and S.Tokinaga, "Approximation of chaotic dynamics for input pricing at service facilities based on the GP and the control of chaos," IEICE Trans.Fundamentals, vol.E85-A,no.9, pp.2107-2117, 2002.
- 13) 陳 曉榮, 時永祥三, "共進化 GP を用いたマルチエージェントシステムの構成とその人工市場分析への応用," 電子情報通信学会論文誌 vol.J86-A, no.10,pp.1038-1048, 2003.
- 14) 呂 建軍, 時永祥三, "遺伝的プログラミングによる時系列モデルの集合的近似とクラスタリングへの応用," 電子情報通信学会論文誌, vol.J88-A,no.7,pp.803-813,2005.
- 15) S.Tokinaga,J.Lu and Y.Ikeda, "Neural network rule extraction by using the Genetic Programming and its applications to explanatory classifications," IEICE. Trans.Fundamentals,vol.E88-A,no.20,pp.2627-2635,2005.
- 16) 呂 建軍, 時永祥三, "遺伝的プログラミングによるルール生成を用いたクラスタ特徴記述システムの構成とその応用," 電子情報通信学会論文誌, ,vol.J89-A,no.12,pp.1142-1152,2006.
- 17) Y.Ikeda and S.Tokinaga, "Multi-fractality Analysis of time series in artificial stock market generated by multi-agent systems based on the Genetic Programming and its applications," IEICE Trans.Fundamentals, vol.E90-A,no.9,pp.2212-2222,2007.