5 数値／数式ハイブリッド計算に基づくロバスト最適化プラットフォーム

―ものづくりを支える新しいシミュレーション技術を目指して―

穴井 宏和[1]

[1]（株）富士通研究所

さまざまなものづくりにおいて，シミュレーション技術は設計・製造の効率化・高品質化・高付加価値化実現に不可欠な技術となっている．設計・製造にかかわる多くの問題は，対象の数式モデルを介することで数理的な制約問題・最適化問題として捉えることができる．それらを処理し設計・製造をシミュレートするための技術は，現在のところ数値的な計算を前提としている．一方で，実用上重要な多くの設計問題が，数値的手法では取り扱いが難しい（非線形や非凸な）問題となることも明らかとなってきている．本稿では，その解決に向けて数式処理を用いた最適化手法に着目し，それによってものづくりを支える新しいシミュレーション技術がどのように実現されるのか実例とともに解説する．また，数式処理に基づく最適化技術の実用化に向け，数値的計算技術と融合した数値／数式ハイブリッド計算技術を基盤とした新しい最適化手法の方向性と展開についても説明する．さらに，ここで紹介する最適化技術は，ものづくりだけでなくシステムズ・バイオロジーをはじめ理工学のさまざまな領域への適用も進展してきていることを報告する．

はじめに

処理能力の向上が著しい計算機のパワーを最大限活用して理工学・産業上の課題を解決していくための技術として，シミュレーション技術の重要度はますます高まっている．さまざまな「ものづくり」における設計過程の効率化・コスト削減，さらに，設計結果の高付加価値化を実現していく上でも，新しいシミュレーション技術の発展が鍵である．現在のところ，シミュレーション技術の発展は，数値的な計算を前提とした各種アルゴリズムにより支えられているといえる．これらの技術の普及とともに，より実用的で重要な多くの問題がこれまでの数値的計算を前提とする技術だけでは本質的な解決が難しいことも明らかになってきた．たとえば，メカニカルなシステム設計において，機構系と制御系を同時に最適設計しようとすれば，非凸最適化問題を解く必要があるが，数値的な計算を前提とする既存技術では大域的最適解を導くことは容易ではない．また，各種設計における設計パラメータの決定は，数値的計算によるシミュレーション技術では，一般にパラメータの値を少しずつ変えて繰り返し計算をするトライアンドエラー方式で行うこともしばしばである．そのため，より良い解を求めること，複数の要求仕様を同時に満たす解を求めることは，専門的な知識や経験に強く依存しがちであり，非常に工数のかかる困難な作業となっている．

このような状況を打開する有望な方向性として，計算機パワーのもう１つの活用技術である記号・代数計算技術すなわち数式処理の技術がある．数式処理の技術は不定元やパラメータなどの記号が入った式を多項式としてそのまま扱うことに特徴がある．記号計算は一般には処理時間がかかり，取り扱える問題規模に制約があるが，数式処理に基づく最適化手法によって，数値的な計算技術では処理が困難である非線形あるいは非凸な制約問題も正確に解くことが可能となる．また，数式処理に基づく最適化では，パラメータをそのまま扱うこと（パラメトリック最適化）が可能である．これにより設計におい

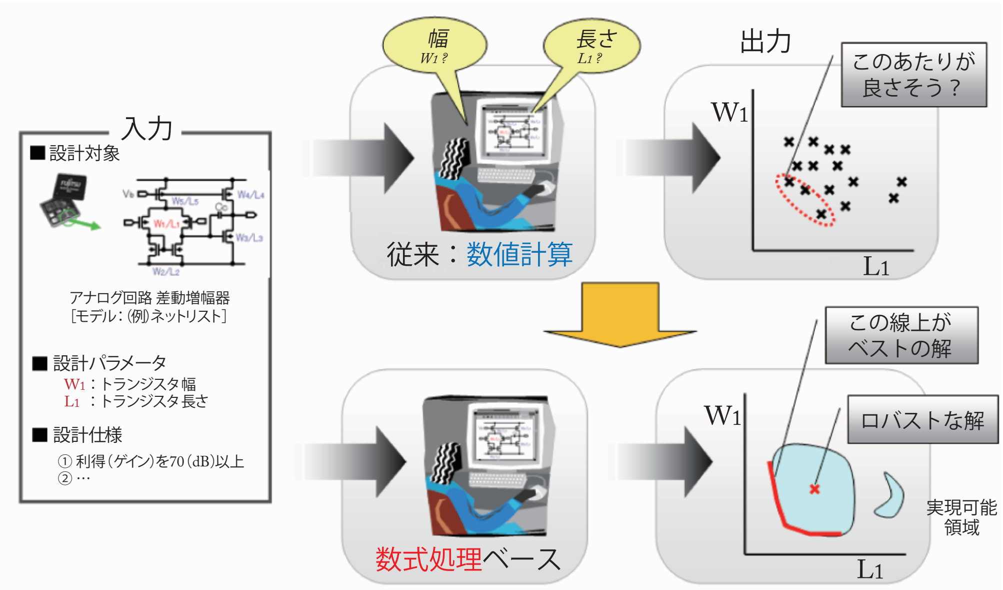

図-1　数式処理を用いた設計最適化

ては，設計仕様を満たす設計パラメータの値をパラメータ空間内の可能領域として正確に求めることができるため，対象となる設計問題の特性を深く理解でき，より良い解(よりロバストな解等)の探索や複数仕様設計問題に対してもシステマティックな設計フローを提供することが可能となる（図-1 参照)．これらの性質によって，計算誤差に強く，また，対象となる問題に不確かさ（モデル化誤差，パラメータのバラつき等）が含まれる場合にも破綻しないような実行可能解を求めることができる「ロバスト最適化」が実現される．

最近では，数式処理を用いるメリットを有効に利用しようと，数式処理に基づく最適化手法をさまざまな分野の設計問題に適用する研究が盛んになってきた[1), 2)]．

特に，不等式制約問題の代数的算法である限定記号消去 (Quantifier Elimination：QE) を用いてさまざまな設計問題を解く試みがなされ，ある程度実用的な問題へ適用できるレベルになってきている．

また，記号・代数計算は，任意多倍長の整数演算に基づいており計算誤差を含まず，任意の高精度あるいは理論的保証を有する計算が実現可能であるので，ナノテクノロジー・宇宙開発等のより高い精度を要求する計算に対応することも期待できる．

本稿では, まず数値計算との相補的な関係を軸に数式処理の特徴を議論し, ものづくりにおいてなぜ数式処理が有用であるかについて説明する. 次に, ロバスト制御系設計を例に, 設計と代数的な最適化手法QE との関係について述べる. 最後に, QE に基づく設計法を実用的なサイズの問題に適用可能にするための有効な方策について議論する．

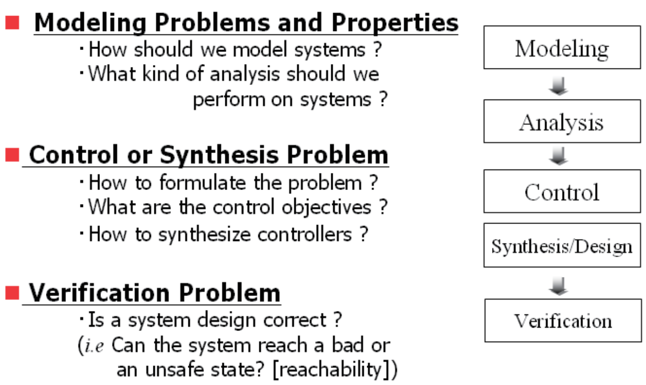

図-2　システム研究（モデル化・解析・設計・検証）

これらの研究は，実応用に根ざしたところから，数値／数式ハイブリッド計算技術という新しい計算パラダイムを確立・具体化していくための試みにもなっている．

ものづくりと最適化

数学モデルに基づくものづくり

ものづくりと計算技術(特に，最適化)との関係について見てみよう．ものづくりは，大きく 4 つの過程：対象の (1) モデル化，(2) 解析，(3) 設計，そして (4) 検証からなると捉えることができる（図-2)．それぞれ以下のような問題を考える．

(1) どのようなモデル化をするか，
(2) どのような解析をするか，
(3) どのような設計仕様を考え，どのように設計問題を定式化するか．そして，どのように設計問題を解くか，
(4) 得られた設計は正しいか，不具合はないか．

ここで，(1) において数式モデルを構成し，それに基づいて以後の手順を構築していくこと，すなわち，「数式モデルに基づくものづくり」を考える．数式モデルを礎に据えることで，ものづくりにおける工程をいずれも数理的な制約問題あるいは最適化問題として扱うことが多くの場合可能となる．設計手法の発展は，利用可能な計算手法(最適化手法)と深い関係がある．つまり，ものづくりの高度化・効率化実現のためのシミュレーション技術を確立するには，最適化手法の進展が大きなインパクトを持つといえる．このとき同時に，用いようとしている最適化手法が有効に使えることを念頭に，対象のモデル化・各工程の問題の定式化をうまく行うことが重要となる．

数値最適化と設計：課題

近年では，数値最適化に基づく設計が各分野において精力的に研究されてきた．特に，解析・設計問題を凸最適化問題に帰着し，数値的凸最適化手法を用いて解く方法により，それまで解析的に解けなかった問題に対しても大域的な最適解を求めることが可能となった．それらの設計手法は，計算機能力の進展および精度や効率に優れたアルゴリズムの開発によって実用的な設計手法となってきた．

しかし，これら数値計算による設計手法にもいくつかの課題がある．それは，多くのより実用的な設計問題が凸最適化問題に帰着できないという点にある．設計パラメータが与えられた場合に，設計仕様が満たされるかどうかを判定する解析問題において，かなり広いクラスの問題が凸制約・最適化問題として数値計算によって取り扱い可能であるのに対し，同じ仕様について設計問題を考えると，設計パラメータについてのパラメトリックな制約問題となり，一般に非凸な制約問題となるケースが多いからである．

このように設計問題が非凸となる場合，最近では，もとの非凸最適化問題を巧みに凸問題に緩和し数値最適化を適用することで設計を行う方法も提案されより実用的になってきている．しかし，保守的でない解や大域的な解を正確に求めたり，実行可能解をすべて可能領域として求めることは非常に難しい．また，実行可能解は数値つまりパラメータ空間内の点として得られるため，解のロバスト性を検証することは一般に容易ではない．したがって，数値計算に基づく設計では，通常設計パラメータを変えて数値シミュレーションを繰り返し所望のパラメータ値を求めることも多く，パラメータの選択等で設計者の知識や経験に依存することになる．さらに，通常多くの繰り返しが必要で，開発や製品化の納期などの時間的制約のため設計者はとりあえず解が見つかるとその解で妥協しがちで，また，解がない問題で解の探索を延々と継続する場合も多いといった問題が残る．

数式処理に基づく最適化

ここでは前章で挙げた問題点の解決に数式処理がどのように有効であるか説明する．

まず，数式処理の特徴的な性質について説明する．数式処理は，式(多項式)の操作を基本としているため，そのアルゴリズム(代数的算法)はパラメータをシンボリックに扱うことが可能で「パラメトリック最適化」の有効な計算技法となっている．具体的には，制約問題に対して実行可能解をパラメータ空間の中の領域として求めることが可能で，これにより，いわゆるパラメータ空間法による設計が実現できる．また，最適化問題において最適値をパラメータを含んだ形で構成することができるため，パラメータ値が異なる問題に対して各々最適化を繰り返すことが不要となり最適値のパラメータ依存が明示的に(正確に)把握できる．

このとき，数式処理を用いる最適化では非線形性や非凸性を持つ問題の場合も同様に取り扱うことができる点も特筆すべき特長である．この性質を活用すれば，数式処理に基づく最適化により，大局的な最適解を求めるのが困難な非凸最適化に対しても正確な大域的最適解を得ることが可能となる．さらに，数式処理では浮動小数ではなく多倍長整数演算を使うため，計算は誤差のない正確な計算ができる点も大きな利点である．

数式処理による最適化：Quantifier Elimination

ここで，パラメトリック最適化を実現する数式処理の算法 Quantifier Elimination（限定記号消去，以下 QE）について簡単に紹介する．QE は，多項式等式，不等式，限定記号 ($\forall, \exists$)，そしてブール演算 ($\wedge, \vee, \Rightarrow, \neg$ 等) からなる一階述語論理式に対し , 等価で限定記号を含まない式を導く算法で，その式は入力式が真であるための限定記号のない変数の可能な領域を示す . たとえば，式

$$\forall x\,(x^2 + bx + c > 0)$$

に対し，QE により等価な式

$$b^2 - 4c < 0$$

を得る．また，4 変数 x, y, z, w の不等式からなる式 ϕ

$$\phi := (4x - w2 = 0 \wedge x - xy - z + 5 = 0 \wedge 1 \leqq x \leqq 4 \wedge 1 \leqq y \leqq 2)$$

を考えよう．式 ϕ を満たす変数 z, w の実行可能領域を求める問題は，QE 問題

$$\exists x \exists y\, \phi \qquad (1)$$

として記述でき，QE を用ると，(1) に等価な z, w の式

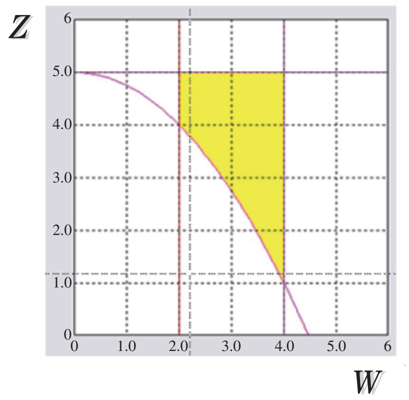

図 -3　QE の計算例と実行可能解

$$(w-2\geqq 0\vee w+2\geqq 0)\wedge w+4\geqq 0$$
$$\wedge\, w-4\leqq 0\wedge z-5\leqq 0\wedge 4z+w^2-20\geqq 0 \qquad (2)$$

を得る．(2) が式 ϕ を満たす変数 z, w の実行可能領域を表しており，z−w 空間において**図 -3** にある領域となっていることが分かる．

全変数に限定記号が付いているとき（決定問題）には，QE は入力式の真／偽を判定する．したがって，制約問題や最適化問題の代数的手法として QE は，

- すべての実行可能解をパラメータ空間内の領域（等式・不等式のブール的組合せである半代数的集合）として正確に求めることができる．
- 非凸な最適化問題も正確に解くことができる．
- 実行可能解が存在しない場合も正確に判定できる．

という特長を持っている．詳細は文献 3) を参照されたい．

QE を用いた設計手法

QE は非凸制約問題となる制御問題のパラメータ設計法や多目的設計などに有効である．また，パラメータ空間における可能領域の重ね合わせで多目的設計も容易に実現でき，よりロバストでより保守的でない解を求めることができる． さらには，それらの特長を有効に活かすには，実行可能解の可視化が重要であるが，実行可能解が半代数的集合で得られるので，実行可能領域の可視化が容易にかつ任意の精度で正確に可能となる．

従来からシステムのモデリングや設計問題の記述まで，制御をはじめとする工学および理学の分野において，多項式制約は非常に多く用いられてきた．したがって，実に広範な範囲の設計の問題が，不等式制約問題の代数的算法である QE の問題として自然に扱うことができる．

このように数式処理を用いるアプローチは，問題の定式化や解法に非常に適した性質を持っており，数値計算による設計に対して，相補的な機能を提供できることが期待できる．以下数値計算との相補性を**表 -1** にまとめる．

	数値計算	数式処理
設計手法	シミュレーション繰り返し設計／凸最適化	パラメータ空間法によるロバスト設計
特徴	・解は実行可能解（点） ・近似解 ・知識経験に依存 ・“とりあえず解”で妥協 ・存在しない解を追って ・複数仕様設計が困難	・解は実行可能領域 ・正確な解（非凸／解の存否も） ・系統的な手順 ・より良い解 ・複数仕様設計が容易
計算効率	○	×

表 -1　数値計算と数式処理の関係（相補性）

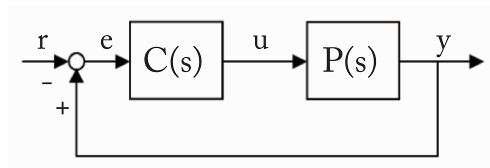

図 -4　フィードバック制御系

数式処理を用いたロバスト制御系設計

これまで述べてきた数式処理による最適化の実際の応用事例を示す．ここでは，数式処理を用いた制御系設計への適用について紹介する．これは，たとえば化学プラントの制御系からハードディスクのアームの設計といった，ものづくりにおける広範な対象に有効な設計手法となっている．

ここでは，QE に基づくパラメータ空間法の一例として，産業界で制御器として頻繁に用いられる PI 制御器（設計パラメータ 2 つの 1 次の制御器）によるフィードバック制御系の設計事例を紹介する．式の導出など詳細は文献 4) を参照されたい．

具体的には**図 -4** で示されるフィードバックシステムを考える．ここで，$P(s)$ は制御対象のプラント，$C(s)$ は PI 制御器であり，以下で与えられるとする：

$$C(s)=x_1+\frac{x_2}{s},\quad P(s)=\frac{1}{s+1}$$

制御器 $C(s)$ はパラメータ x_1, x_2 を持つ．ここでの設計問題は，2 つの重要な制御系設計仕様（(a) 低周波帯域の感度制約と (b) 高周波帯域の相補感度制約）を同時に満たす制御器 $C(s)$ のパラメータ x_1, x_2 を求めることである．

まず，制御系設計仕様の 1 つである感度関数

$$S(s)=\frac{1}{1+P(s)\,C(s)}$$

に対する低周波帯域でのノルムの制約 (a)

$$\|S(s)\|_{[0,1]}=\max_{0\leq\omega\leq 1}\|S(i\omega)\|<0.1 \qquad \text{(a)}$$

を考える．**図 -5** は，縦軸がゲイン（ノルムの大きさ），

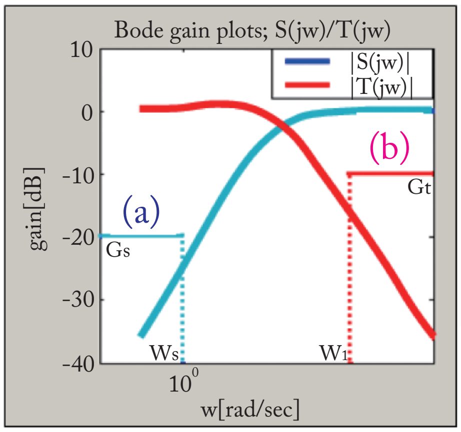

図 -5　ボーデ線図における感度・相補感度の制約

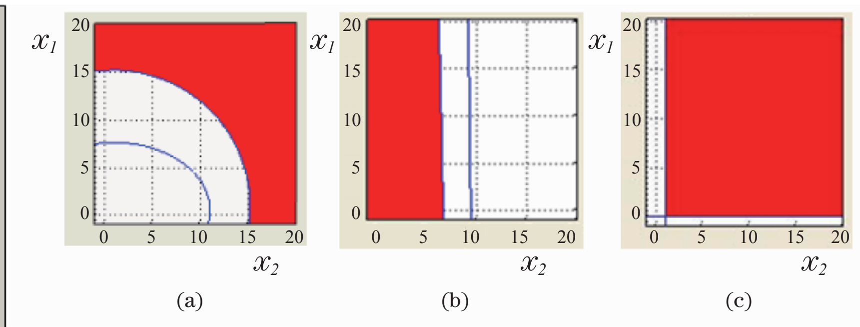

図 -6　各仕様に対する x_1, x_2 の実行可能領域

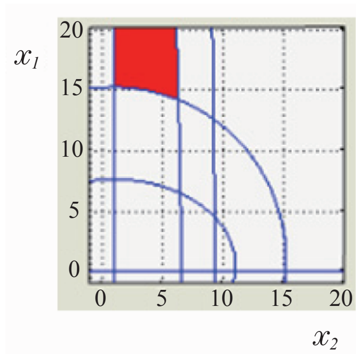

図 -7　すべての仕様を満たす x_1, x_2 の実行可能領域

横軸が周波数を表したものでボーデ線図と呼ばれる．仕様 (a) は，ボーデ線図における $S(s)$ のノルムの曲線を低周波帯域で制限することを要求しており，図 -5 の (a) に対応する．

(a) は，等価な QE 問題

$$\forall_z > 0\ (x_2^2 - 2x_2 + x_1^2 - 99)z^3 + (3x_2^2 - 4x_2 + 2x_1^2 + 2x_1 - 99)z^2 + (3x_2^2 - 2x_2 + x_1^2 + 2x_1 - 99)z + x_2^2 > 0,$$

に帰着される．ここで，QE を適用するとこの条件は x_1, x_2 に関する等価な条件

$$(P_3 \leq 0 \land x_2 \neq 0) \lor (P_1 \geq 0 \land P_2 > 0) \lor (P_5 \geq 0 \land P_1 \geq 0 \land x_2 \neq 0)$$

に変換できる．ここで，$P_i\,(i = 1, 2, 3, 5)$ は，QE によって導かれるパラメータ x_1, x_2 に関する適当な多項式で，図 -6 (a) の赤い非凸領域部分が x_1, x_2 の可能領域となる．

次に，相補感度関数

$$T(s) = \frac{P(s)\,C(s)}{1 + P(s)\,C(s)}$$

に対する高周波周波帯域でのノルムの制約 (b)

$$\| T(s) \|_{[20,\infty]} \equiv \max_{20 \leq \omega \leq \infty} \| T(i\omega) \| < 0.05 \qquad \text{(b)}$$

を考える．この仕様は，以下の QE 問題に帰着される．

$$\forall_z > 0\ z^3 + (-2x_1 + 1199)z^2 + (-2x_2 - 399x_1^2 - 1598x_1 + 479201)z - (399x_2^2 - 800x_2 - 159600x_1^2 - 319200x_1 + 63840400 > 0.$$

同様に QE により x_1, x_2 に関する等価な条件 $P_6 < 0$ を得る．ここで，

$$P_6 = 399x_2^2 + 800x_2 + 159600x_1^2 + 319200x_1 - 63840400$$

である．図 -6 (b) の赤い部分が x_1, x_2 の可能領域となる．

さらに，Hurwitz の判定条件より得られるシステムの安定性の条件を示したのが図 -6 (c) である．

パラメータ空間設計法の利点の 1 つは，複数の設計仕様に対する対応が容易にできることにある．ただ単にそれぞれの仕様を満たす制御器のパラメータ x_1, x_2 の可能領域の重ね合わせ (条件式の論理積) をとればよい．したがって，この例においては，図 -6 の各図の可能領域の重ね合わせにより，図 -7 で赤く示されている非凸領域を得る．これが 2 つの設計仕様と安定性を満たす x_1, x_2 の可能領域である．

数値／数式ハイブリッド最適化の実用化基盤構築とその展開

数式処理による最適化の実用化へ向けて

数式処理を導入するさまざまなメリットを述べてきたが，産業界における実際のものづくりにおいて実用化されるためには計算効率と扱える問題のサイズの向上が至上命題である．すなわち，数式処理計算の利点を活かすには，数値計算と比べて計算量に大きな制約がある点を克服する必要がある．ここでは，そのために有望と思われる方向性について簡単に説明する．

当 CREST プロジェクトにおいては，以下の 2 つの方向を軸として数式処理に基づく手法の実用化を目指している (図 -8 参照)：

(1) 数式処理技法の進化：継続的な数式処理の代数的アルゴリズムの改良は重要である．中でも特に，対象となる問題の構造を利用した効率的アルゴリズムの開発が有効である（本稿中で紹介したロバスト制御系設計

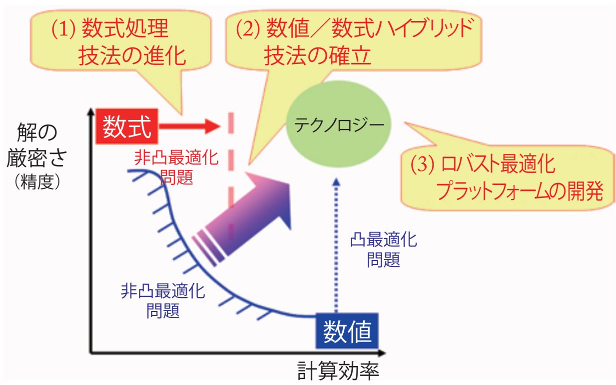

図 -8　数値／数式ハイブリッド最適化

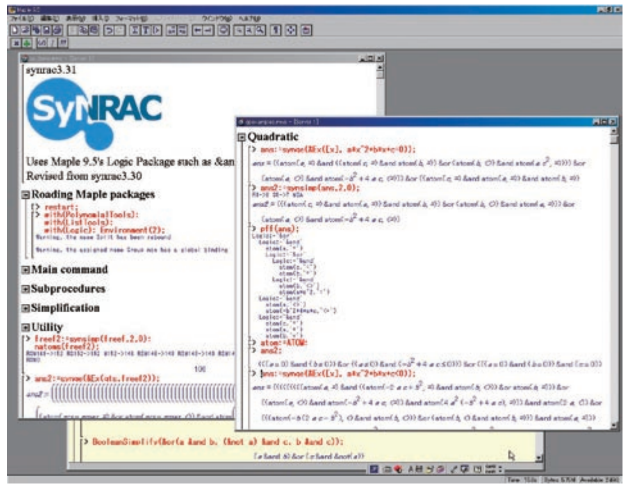

図 -9　SyNRAC のスクリーンショット

手法はその良い例で，実際に多くの設計問題が同じ形の制約問題に帰着されて効率的に解くことで実用的な手法となっている）.

(2) 数値／数式ハイブリッド技法の確立：(1) だけでは効率向上に限界があるため，表 -1 に示した数式処理の利点と数値計算の利点を兼ね備えた計算手法（数値／数式ハイブリッド最適化）を確立することで高速化を図る．現在，数値／数式ハイブリッド計算として，いくつかのアプローチで計算技法の確立を目指している．たとえば以下の方向性を考えている．

- 数式処理アルゴリズムにおいて記号・代数計算では非常に時間がかかる部分に，数値計算を導入する．そのとき，計算精度を保証しながら計算を進め得る仕組みをうまく導入することで数式処理アルゴリズムの利点は損なわないようにする．数値計算の結果が信頼できない場合にのみ正確な記号・代数計算を行う．この実現には，精度保証付き数値計算との組合せが有効となってくる[6]．
- 数式処理の計算を用いて問題をより数値計算に適した制約問題へ帰着して，数値的手法を用いることで，計算結果の精度向上・保証が可能となる[7]．

そのほかにも，実用化に向けたさまざまな方策が考えられる：非凸数値最適化問題を解く場合に，緩和した凸問題を数値的に解くことや，もともと実行可能解の可能領域が(一部でも)既知である場合に，実行可能解の情報を用いることで数式処理に基づく最適化を効率化することなどである．また，設計対象が多くの設計変数を持つ場合などには，統計的手法を用いたり，設計者の経験的知見を十分に活かすことで，すべての変数の中から主要な変数を絞り込むことができることも多く，それにより問題の規模を小さくすることが可能である．さらに，大規模計算（並列計算，グリッド計算）を積極的に利用して，最大限計算機の資源・パワーを利用する方向も今後の有効な方向性である．

プラットフォームの構築

数値／数式ハイブリッド最適化の実用化にとって実際のユーザが使いやすいツールやプラットフォームを構築し提供することが重要である（図 -8 (3)）．ここでは，我々の CREST プロジェクトにおいて開発中のツールについて紹介する．

数値／数式ハイブリッド最適化ツール：本稿で紹介した QE のツールとしては現在いくつか存在するが[3]，我々は QE だけでなく，QE のアルゴリズムに基づいた数値／数式ハイブリッド最適化手法まで含んだツールを SyNRAC (Symbolic-Numeric Toolbox for Real Algebraic Constraints)（**図 -9**）という名称で数式処理システム Maple 上のツールボックスとして開発中である[5]．

パラメトリック・ロバスト制御系設計ツール：我々は，SyNRAC を計算のエンジンとして，本稿中で示した数式処理を用いた設計手法に基づく汎用的なロバスト制御系設計ツール（**図 -10**）も開発中である[4]．これまでの数値的なシミュレーションによる制御系の解析手法を融合した形で MATLAB のツールボックスとして実装されている．このツールを利用することで，設計者は設計対象のモデルと設計したい制御器を入力し，設計仕様を入力するだけで，設計仕様を満足する制御器のパラメータが取り得る可能領域を，パラメータ空間中領域として明示的に可視化された形で得ることが可能となる．

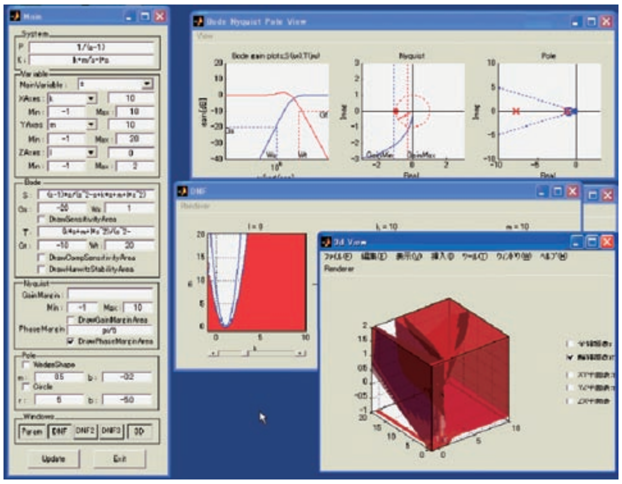

図 -10　Parametric Robust Control Toolbox のスクリーンショット

図 -11　Algebraic Biology 2007

他分野への展開

本稿で紹介した最適化の手法の適用範囲は，非常に広範な分野にわたる．ここで制御系設計の事例を紹介したが，最近では数式処理を利用した設計手法がものづくりへのさまざまな分野で注目されてきており，たとえば，制御系設計，回路設計，信号処理や自動車づくりにおけるさまざまな設計など多岐にわたってきている．

また，ここで述べた手法はものづくりだけではなく，教育の分野，さらには理学の分野への広がりを見せている．数理モデルで対象を記述できる対象（系）の解析にも同様に有効であることから，物理系や生体系の解析やモデルのパラメータ決定などにも適用する試みも多く現れてきている．特に，システムズ・バイオロジーにおいては，数式処理の代数的算法を基礎とした解析アプローチも数多く提案されてきており [2]，代数的な手法に基づく生物学という分野も現れ，国際会議 “Algebraic Biology” が開催されるまでになっている（図 -11）．

おわりに

本稿では，さまざまなものづくりにおいて，これまでの数値計算に基づくシミュレーション技術に数式処理に基づく手法を導入するメリットについて紹介してきた．今後，その実用化に向け，各適用分野での具体的な適用の方法論（モデル化や定式化等）も同時に検討していく中から，数値／数式ハイブリッド計算に基づく新しいシミュレーション技術が確立されていくことを期待している．

最後に，本稿がこの新しい分野に興味を持ってもらうための一助になれば幸いである．

謝辞　本稿で紹介した内容は，（独）科学技術振興機構戦略的創造研究推進事業の支援を受け，数学から計算機科学そして工学まで幅広い分野の研究メンバからなるチームを構成し研究を行ってきた研究成果である．

ここに（独）科学技術振興機構および研究チームメンバの皆様に感謝いたします．

参考文献

1) 穴井宏和，原　辰次：数式処理によるロバスト制御系設計，計測と制御，Vol.44, No.8, pp.552-557 (2005).
2) 穴井宏和，堀本勝久：計算機代数に基づく生物学－Algebraic Biology，人工知能学会誌「バイオインフォマティクス」特集号，pp.77-84 (Jan. 2007).
3) 穴井宏和 編：特集「Quantifier Elimination」，日本数式処理学会学会誌，Vol.10, No.1 (2003).
4) Hyodo, N., Hong, M., Yanami, H., Anai, H. and Hara, S. : Development of a MATLAB Toolbox for Parametric Robust Control - New Algorithms and Functions - : In Proceedings of SICE-ICCAS 2006, pp.2856-2861 (2006).
5) Yanami, H. and Anai, H. : The Maple Package SyNRAC and its Application to Robust Control Design, Future Generation Comp. Syst. 23(5), pp.721-726 (2007).
6) Anai, H. and Yokoyama, K. : Cylindrical Algebraic Decomposition via Numerical Computation with Validated Symbolic Reconstruction, In Proceedings of Algorithmic Algebra and Logic 2005, pp.25-30 (2005).
7) 管野政明：精度保証付き計算を用いた制御系解析・設計，計測と制御，Vol.45, No.5, pp.455-462 (2006).

（平成 19 年 8 月 7 日受付）

穴井　宏和　anai@jp.fujitsu.com
1966 年 9 月 23 日生．1991 年鹿児島大学大学院理学研究科修士修了．同年（株）富士通研究所入社．国際情報社会科学研究所勤務．1999 年より 2000 年まで Universitaet Passau 数学・情報学部客員研究員．現在（株）富士通研究所主任研究員および（独）科学技術振興機構 CREST「数値／数式ハイブリッド計算に基づくロバスト最適化プラットフォームの構築」研究代表者．入社以来，計算機代数のアルゴリズムとその応用の研究に従事．日本数式処理学会，計測自動制御学会，日本シミュレーション学会など各会員．