

解説



Minority Gameの不思議

栗原 聡 NTT未来ねっと研究所
kurihara@t.ecl.net

Minority Game

共通のルールに従いつつも皆が自分の利益追求のみを目的として行動する社会において、それでも皆がそれなりに高い利益を獲得できるしくみについて考えてみる。たとえば、本質的に利己的に振る舞う我々人間によって構成される社会や、我々が構築した市場経済において、社会全体や市場全体が高い利得が得られるしくみは存在し得るのだろうか？ 今回紹介するMinority Game (以降、MG)¹⁾はこのような問いかけを考える上で1つのケーススタディとなる簡単なシミュレーションモデルである。MGは、経済学における複雑系研究の代表的な研究者であるW.B.Arthurが考案したEl Farol's bar問題に大きな影響を受けたD.ChalletとY.-C.Zhangによって1997年に発表された。MGは非常に単純化された金融市場のモデルであり、発表以後、特に米国の経済物理研究者において大いに注目され、数年の間にさまざまな角度から多くの研究が行われた(ここ数年日本においてもMGに関する発表を見かけるようになっていく)。何はさておき、MGを説明しよう(図-1)。

まず、 n 人のプレーヤが2つのグループ(「0グループ」と「1グループ」や、「買いグループ」と「売りグループ」など)のうち、どちらか一方を選択し、少数グループとなったプレーヤ集団が勝ちとなるという簡単な少数派ゲームを行う。少数が勝ちとなる点が味噌である。なるべく多くが勝者となるためには少数グループを選択した人数が多くならなければならない。つまり、仮に101人でゲームを行った場合、少数グループを選択した人数が50人である場合が最も好ましい状態となる。ゲームは、1回の二者択一による勝敗の決定を1回のゲームと

して、これを多数回(100万回など)繰り返して終了とする。そして各プレーヤがどれだけ勝つことができたのかを評価する。さて、各プレーヤはどのようなルールに基づいて行動するとよいだろうか？ すべてのプレーヤが均質なルールを保有するモデルから非均質なモデル、また他のプレーヤの行動を観察しつつ各プレーヤが学習を行い自分のルールを更新させるモデルなど、MGに関するこれまでの研究においてはさまざまなルールに関するシミュレーションが行われている。しかし、本稿ではChalletらがMGを提案した際のルールに焦点を当てたいと思う。これはStandard MGと呼ばれており、プレーヤのルールは均質であり簡潔、そして他のプレーヤの動向を知ることとはできなく、利己的に行動するというものである。にもかかわらず、ゲームを繰り返す過程で、プレーヤ間において、あたかも綿密な調整が行われたか

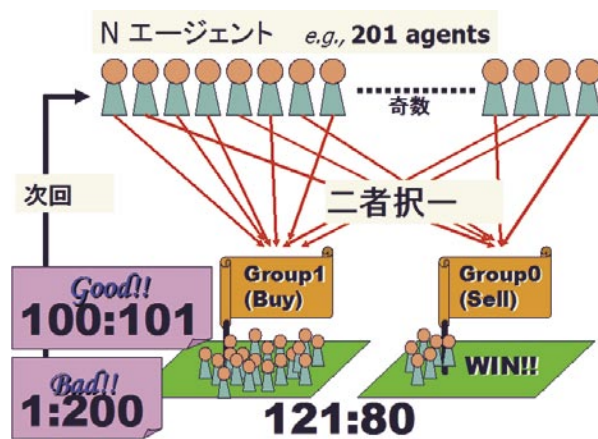


図-1 Minority Game (MG)

次の手

m				
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

図-2 戦略テーブル

のような協調的行動が発現する。そのStandard MGのルールは次のようなものである。

各プレーヤは二者択一を行う際、他プレーヤの動向を見ることはせず、ゲームを開始する前にあらかじめ各プレーヤがそれぞれ用意した戦略テーブル(図-2)のみを使用してどちらのグループを選択するかの判断を行う。戦略テーブルは、過去m回の勝ちグループ履歴と各履歴に対応した次の試行で選択するグループ「次の手」が記載される(図中、0は0グループ、1は1グループを指す)。そして現在の履歴が010である場合、全エージェントが戦略テーブルの010のエントリと、その次の手を見てどちらのグループを選択するかを決定する。たとえば、 $m=3$ という戦略テーブルでは $2^3=8$ 種類の履歴の組合せにする次の手が記載される。すると、戦略テーブルとしては全部で 2^{2^m} ($m=3$ では256種類)種類が存在することになる。戦略テーブルは各プレーヤそれぞれs個保有することができ、ゲームを開始する最初の段階において種類からそれぞれs個をランダムに選ぶ。以降、戦略テーブルの内容の変更や、別の戦略テーブルとの交換はできない。

履歴もゲームを開始する最初の段階においてランダムに生成し、以降勝ったグループに従って履歴を更新する^{☆1}。

戦略テーブルは各プレーヤにおいて次のように使用される。まず、戦略テーブルは自身に対する得点を保有できる。そして初回はランダムにs個の中のいずれかの戦略テーブルを選択し、その戦略テーブルにおいて勝てば、その戦略テーブルに1点を加点、負ければ1点を減点する。2回目以降は常に最も高得点の戦略テーブルを選択し続けるものとする。では、このルールにおいて発現される協調行動とはどのようなものなのであろうか？

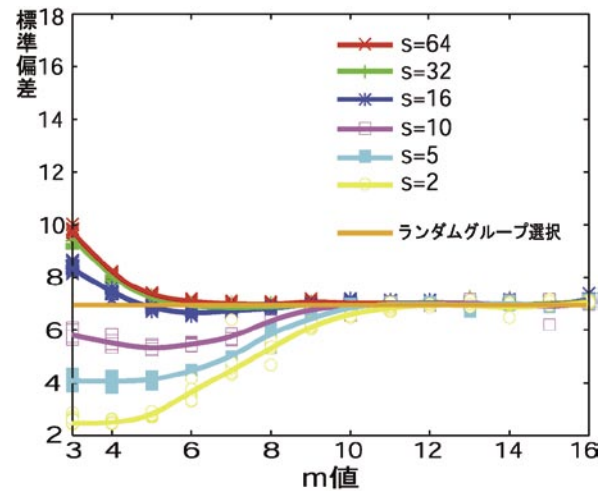


図-3 勝ったプレーヤ数の標準偏差

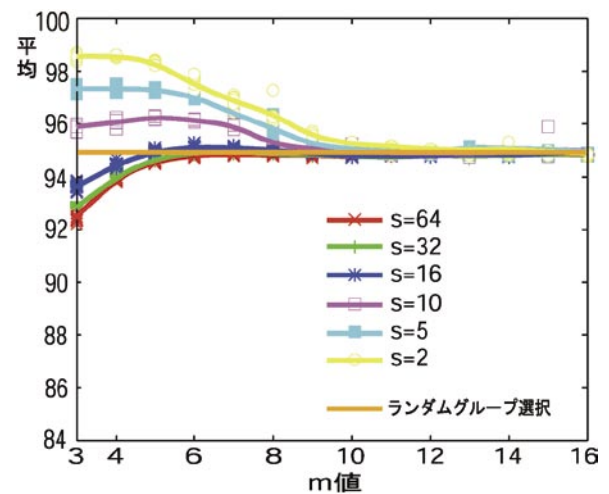


図-4 勝ったプレーヤ数の平均

意外な結果

参加プレーヤ数201人に対して、各プレーヤが保有できる戦略テーブル数 $s = \{2, 5, 10, 16, 32, 64\}$ 、戦略テーブルにおいて参照する履歴の深さ $m = \{3-16\}$ のすべての $\{s, m\}$ の組合せにおいて多数回ゲームを行う。図-3は勝ったプレーヤ数の毎回の標準偏差、図-4は勝ったプレーヤ数の平均を示したものである^{☆2}。単に毎回ランダムに二者択一を上記回数繰り返した場合の標準偏差は約4で、平均は約95である(以降ランダムグループ選択と呼ぶ)。

すると、意外な結果が得られることが分かる。mが

☆1 仮にランダムに生成した履歴が110 ($m=3$)であったとすると、初回のゲームにおいてグループ1が勝てば履歴は101となり、グループ0が勝てば100に更新する。

☆2 10種類の戦略テーブルの初期値に対してそれぞれ100万回のゲームを行った。

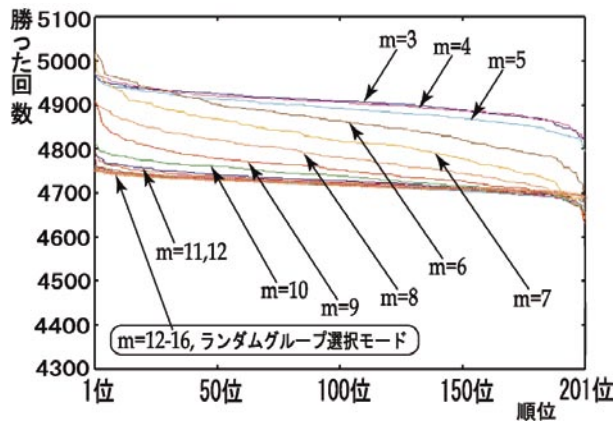


図-5 各m値における各プレーヤーの成績順位

10以下、特に $m = 3, 4$ においてランダムグループ選択よりも標準偏差は小さく、そして平均が高くなっている。

図-5は同じく201体においてゲームを行った際の、各m値における全プレーヤーの勝ちグループに属した回数を成績順に示したものである。 $m = 3, 4$ などでは大勝／大敗するプレーヤーは発生せず、ほぼすべてのプレーヤーがランダムグループ選択よりもよい成績を収めていることが分かる。

これは毎回のゲームにおいて各プレーヤーが互いにほぼ等しい頻度で少数グループに属することができ、かつ少数グループと多数グループが常に均衡するように調整しつつ行動していることを示すものであり、プレーヤー間に何らかの意図的な調整、または複雑な協調行為が発生していることを期待させる。言い換えると、MGでは、単純なルールに従って個々のプレーヤーが利己的に行動するにもかかわらず、プレーヤー全体としても効率的な振舞いができ、ほぼすべてのプレーヤーが高い利益を獲得できているということである。一見m値が大きいく、より多くの過去の勝ちグループ履歴を使用した方が成績が向上するのではと直感的に推測できるところであるが、意外なことに $m > 10$ ではランダム選択モードと同等の結果になってしまう。

この現象はゲームに参加するプレーヤー数にかかわらず確認することができ、標準偏差とm, 参加プレーヤー数nとの間には、m値、n値にかかわらず一貫した関係が存在することもChalletらによって報告されている¹⁾。

意外のからくり

さて、Standard MGのプレーヤーのルールはどこにこのような結果を生み出す要因が隠されているのだろうか？

m値	3	5	9	13
平均	46.6	46.5	43.2	33.7
標準偏差	2.8	2.9	3.0	4.1

表-1 各m値における各プレーヤーの成績順位

★戦略テーブルに潜む第1のからくり

m値が小さい方が少数と多数が均衡するのはなぜなのだろうか。まず、プレーヤー間の行動に違いを与え得る要因がゲーム開始前に設定される各戦略テーブルの「次の手の0と1の並び」にある。

たとえば $m=3$ での戦略テーブルの履歴組合せ数は8種類であるのに対し、 $m=13$ では8,192種類となる。戦略テーブルの「次の手」項はゲーム開始前にランダムに0か1が設定される。よって、ある履歴(r)において全プレーヤーが選択するグループ(0または1)の組合せを{履歴(r): agent0, agent1, ..., agentn}= $(r: 010, \dots, 1)$ とすれば、0と1の出現回数も確率的には等しくなるはずである。つまり、 $m=3$ ではこの組合せを作成する回数が8回であるのに対し、 $m=13$ では8,192回ということである。すると、8回程度この組合せをランダムに作成する程度であれば、出現確率の低い組合せ(たとえば、極端に0または1が少ない組合せ)が実際に出現する可能性は低くなるものの、これを8,192回も繰り返した場合には高くなる。0と1が均等に存在することは、多数対少数が僅差となることであるから、 $m=3$ のように過去最近の履歴に従って行動した方が安定して多数対少数が僅差となる。つまり、「m値が小さい(e.g. $m=3$)場合は、どのような戦略テーブルが与えられたとしても、多数対少数の比率がほぼ均等となる戦略テーブルの組合せが獲得されやすい」ということである。

実際にいくつかのm値において、そのすべてのエントリーでの0と1の組合せにおける少数グループ数の平均と標準偏差を求めてみる。表-1は戦略テーブルの組合せ100種類に対する結果を平均したものである($n=101$)。すると、予想通りm値が大きくなるほど多数対少数の均衡が崩れ、m値が小さい時はそもそも多数対少数が均衡しやすいことを確認することができる。

しかし、m値が大きい場合であっても0と1の並びが極端に不均衡な組合せは極少数であり、この極少数の組合せがどれだけ各プレーヤーの行動に影響を与え得るのかは詳細に調べる必要がある。著者が手作業で調べた範囲では、一度悪い組合せで負けてしまうと、その後の行動に長く影響が出る傾向が見られている。

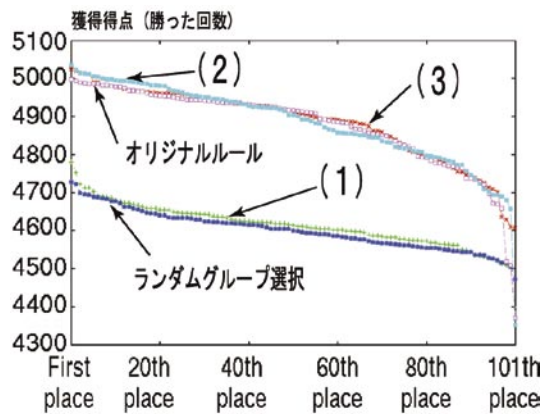


図-6 履歴に従った行動は重要？

★ 履歴に従うことの意味 (第2のからくり)

過去の勝ちグループ履歴を参照して次の手を決定するというルールにもからくりが潜んでいる。たとえば、戦略テーブルの各エントリの参照ルールとして次の3種類を用意し、それぞれによってゲームを行う。

- (1) 各プレイヤーが毎回のグループ選択において、履歴に従うことなく戦略テーブルの任意のエントリをランダムに選択、そのエントリの「次の手」に従ってグループを選択する場合。
- (2) 各試行においてプレイヤーがグループ選択を開始する前にランダムな履歴を生成させ、すべてのプレイヤーがその履歴のエントリを参照して次の手を決定する場合。
- (3) 各プレイヤーそれぞれにおいて、 $m=3$ であれば過去3回の履歴の各組合せに対して、戦略テーブルの8種類のどのエントリを参照するかをあらかじめ決めておき、これに従ってゲームを行う場合(重複はなし、ある履歴に対応して各プレイヤーが参照するエントリの何らかの組合せが決まる)。

すると、図-6に示すように、(1)ではランダム選択と同等の結果となるものの、(2)(3)ではともにStandard MGと同等のほぼ全プレイヤーにおいて高い得点を獲得できることが分かる。この結果は、過去の「履歴」に基づく行動ではなく、「全プレイヤーがある共通のデータを参照するという制約」を与えることがからくりの正体であろうということを示している。つまり、MGではプレイヤーの行動に制約を与えるために履歴を利用していると解釈できるのである。

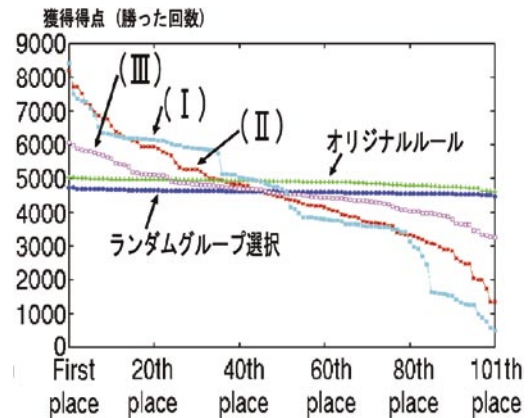


図-7 戦略テーブル加点減点ルールは重要

★ 戦略テーブルの使用ルール (第3のからくり)

からくりとして最後に考えられるのが、勝敗に基づく戦略テーブルへの加点減点ルールである。Standard MGでは勝てば1点加点、負ければ1点減点というランダムウォーク的に得点に変化するルールである。そこで、次の3種類の加点減点ルールを用意し、Standard MGでの加点減点ルールの代わりにそれぞれを使用してゲームを行った。

- (I) 保有する戦略テーブルを機械的に順番に使用
- (II) 勝てば1点加点、負ければ2点減点
- (III) 連勝中でも負ければ0点に戻す

すると、図-7に示すように、いずれのルールにおいてもプレイヤー得点には大きな差が生じ、ほぼ半数の割合で勝ち組と負け組が発生してしまい、Standard MGのようなプレイヤー間の協調的行動は発現しなかった。戦略テーブルの加点減点ルールは、使用する戦略テーブルの使い分けに影響を及ぼし、結果的にプレイヤーの行動に変化をもたらす。たとえば、今回グループ0：グループ1=100：01であった時、たまたまグループ1を選択した1人のプレイヤーのみが次のゲームにおいてグループ0を選択するだけで、グループ0：グループ1=101：100のように、今回勝ちグループに属した100人のプレイヤーが全員敗者となってしまう。つまり、MGでは個々のプレイヤーは他のプレイヤーの動向に依存せず利己的に振る舞いながらも、実は自分の行動は他へ大きな影響を及ぼしており、結果的に自分の行動も影響を受けるという、間接的であるにもかかわらず影響力の大きなインタラクションを行っているのである。

この図-7の結果は第1、第2のからくりだけではStandard MGにおけるプレイヤーの意外な行動は説明で

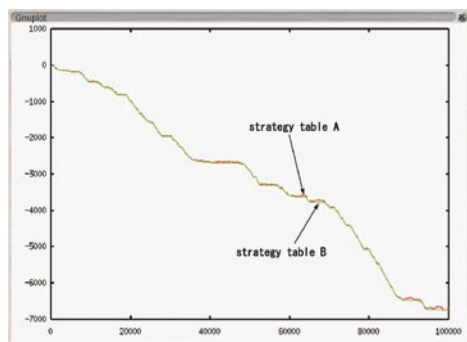
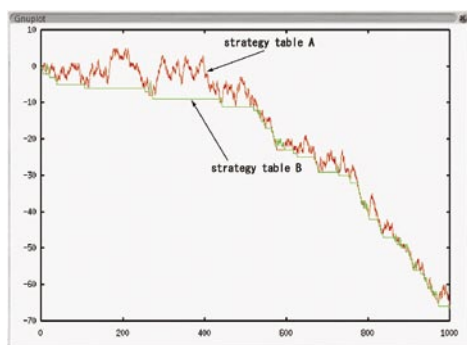


図-8 戦略テーブルの使われ方において発生した自己相似性

きないことを示すものであり、この第3のからくりはプレイヤー同士のインタラクションに大きく影響する部分であることから、3つの中で特に重要であることが推測できる。

さて、Standard MGでのランダムウォーク的な加減点方式にからくりが存在するらしいことは推測できるのであるが、ここで図-8を参照いただきたい。これは $m=3$, $s=2$ で101体のプレイヤーにてゲームを行った際の10位だったプレイヤーにおいて、2つの戦略テーブルの得点の変化をプロットしたものである。注目されるのが一方の戦略テーブルが連続して使用された期間の分布である（階段状の変化の水平部分の分布）。100万回まで

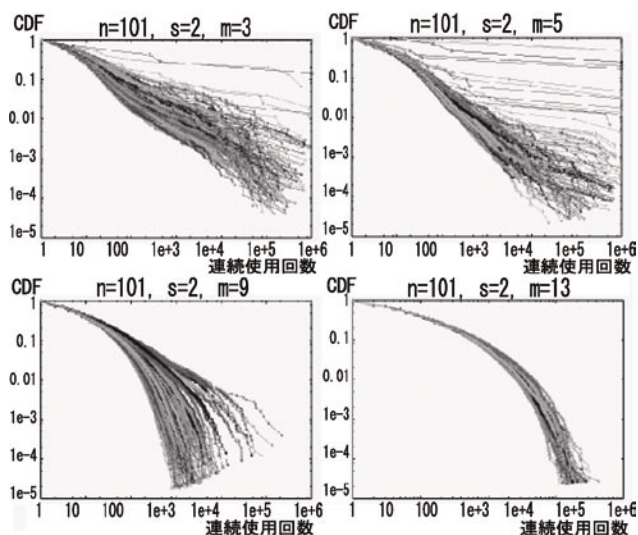


図-9 各 m 値による戦略テーブル使用状況の差異
(それぞれ101プレイヤー分の使用状況を示した)

の結果と10万回、1万回までの結果はいずれも似たような階段形状となっており、いわゆるフラクタル的なグラフの形状となっていることが分かる。そこで、オリジナルのルールについて次のデータを収集する： $m=3, 5, 9, 13$ ($n=101, s=2$) において、各プレイヤーが保有する2つの戦略テーブルにおいて一方が連続して使用された勝負数の累積確率分布を計算した（図-9参照）。高得点を獲得できるプレイヤーは、そもそも与えられた戦略テーブルの組合せがよかったのであるから、片方が連続して使用される期間が長くなるであろうと予測することはできる。そして、興味深いことに、 m 値が小さく（e.g. $m=3$ ）、組織的行動が発生する状況では、すべてのプレイヤーにおいて累積確率分布が冪分布となった。つまり、各エージェントにおいて、ほとんどは短い間隔で使用戦略テーブルの切り替えが発生しているものの、低い確率できわめて長期間に渡って一方のテーブルが連続して使用される状況が発生していたということである。その反面、 m 値が大きく（e.g. $m=13$ ）、ランダムグループ選択と同レベルの結果となる状況では、戦略テーブルの使用形態は冪分布とはならず、一方の戦略テーブルが連続使用される期間には一定の上限が存在した。面白いのは、 $m=9$ であり、過渡期のように $m=3$ と $m=13$ の両方の使用形態が混在している。しかも、各プレイヤーの得点を調べていると、高得点のプレイヤーにおいて冪分布、低得点のプレイヤーでは冪分布とはならないことが分かった。

つまり、戦略テーブルの使用形態を計算することで、各プレイヤーが周りの状況を知らずして、自分が組織的行動の一員となっているかどうかを判定できるということである。たとえば、使用形態に従って戦略テーブルを更

新するなどして、下位のプレーヤが自分の行動に好ましい変化を与えることが可能となるかもしれない！

あらかじめ決められたルールに基づいた行動であり、しかも効率よく行動できている時に自己相似性が発生するのは興味深い事実である。実世界での現象においても、たとえばTCP/IPというあらかじめ決められたルールによって構築されたインターネットにおいて、ネットワークとして最も効率よくデータが流れている時に、データの流れる方に自己相似性が見られることが発見されている²⁾。そしてトラフィックの自己相似性は、通信者間のフィードバックに起因することが知られている。つまり、通信者は他の人の挙動を知らないが、フィードバックによって全体の混み具合をおぼろげながら知ることができ、その相互作用によって系全体を効率のよいものとしている。MGのルールと比べるとインターネットのルールは複雑ではあるが、実世界においても系の振舞いが暗黙的な協調に従っていることはアナロジーとして非常に興味深い。

以上、MGの不思議な現象の要因として考えられる3つのからくりについて検証した。では、この3種類のからくりをMG以外の問題に適用した場合、MGにて見られる現象は発生し得るだろうか？

★El Farol's bar問題にMGのからくりは通用するか？

El Farol's bar問題^{☆3, 3)}は冒頭紹介したように、ChalletらがMGを考案するきっかけとなった競合ゲームである。MGでは多数対少数が均衡することが目的であったのに対し、El Farol's bar問題ではこの分割比率が任意（多数：少数= $n:1$, $n>1$ ）であり、その割合で多数対少数を均衡させることが目的である（MGはEl Farol's Bar問題における分割比率1:1版に相当すると言える）。El Farol's bar Gameに関してもこれまで数々の論文が発表されているが、プレーヤが他のプレーヤの行動を認識できたり、利己的行動以外の行動を取り入れたりなど、ローカルな視野のプレーヤが利己的に振る舞いながらも個および全体としても高い利得を獲得する枠組みから外れたものが多い。

El Farol's bar問題にStandard MGの3つのからくりを適用する最も簡単な方法は、戦略テーブルの仕様を工夫することである。多数対少数の分割比率を $n:1$ ($n>1$) とするためには、戦略テーブルの「次の手」欄の0と1をランダムに配置するのではなく、たとえば0と

分割比率	提案ルール	ランダムグループ選択
1:1	0.95	5.02
1:2	1.75	4.89
1:3	0.61	4.40
1:7	1.06	3.38

表-2 勝ち組プレーヤ数の標準偏差

1の数が $n:1$ となる確率でランダムに生成させればよい。すると必然的に 多数 (0グループ) 対少数 (1グループ) = $n:1$ に分割されることとなる。そして、戦略テーブルを使い分けるルールはStandard MGに従い、ランダムウォーク的な加点減点方法を採用する。ただし、El Farol's bar問題では偏った戦略テーブルを使用することから、常にどちらかのグループが一方的に少数となるので、少数となるグループを選択した際の結果に基づいて加点減点を行うようルールを変更する。

表-2に提案ルールにおける勝ち組プレーヤ数の標準偏差と、 $n:1$ の比率でランダムにグループ選択させた場合の少数グループとなったプレーヤ数の標準偏差を示す ($n=101$, $m=3$, $s=2$, 1,000,000回の勝負を1試行としてこれを10回行った平均)。その結果、提案ルールは簡潔でありながら、ランダム選択に比べていずれの分割比率においても標準偏差は小さく、安定してプレーヤを設定した比率に分割させることができた。ただし、各プレーヤの獲得得点状況に関して、Standard MGに比べると勝敗数に大きな差が生じてしまった。変更した第3のからくりである戦略テーブル使用ルールに関していろいろな試行錯誤が必要であると思われる。

まとめ

MGに関しては冒頭述べたように、さまざまな角度から研究されており、総本山である<http://www.unifr.ch/econophysics/minority/> には、さまざまな m 値を有する異種プレーヤによるシミュレーションや、ルールを大幅に変更した解析、また経済モデルとして議論を展開させた論文などさまざまな研究成果が集められておりダウンロード可能である。

ここ数年、国内の研究会、たとえば本会の「知能と複雑系研究会」や「数理モデル化と問題解決研究会」においてMGに関する研究発表が行われており、メジャー化(?)しつつあるように思う。

☆3 El Farol's barは人工生命研究で有名なサンタフェ研究所内に実際に存在するバーで、店に入れる定員は全研究所人数よりも少ない。このバーでは毎日夕刻イベントが行われ、そのイベントは店が満席である場合が最も盛り上がる。さて、各研究員は何曜日にバーに行けばよいのか？ 当然他の研究員の動向を把握することはできず、自分の判断に任される。バーに行ったが、満席で入れないか、入れてもがらがらでイベントが盛り上がらない場合もある。

MGにはいろいろな研究要素が含まれている。たとえば、多数のローカルな視野を有するエージェントが簡潔な行動ルールに従って行動するにもかかわらず、エージェント全体としての組織的行動が発現する際の知能のことは集合知 (Collective Intelligence) と呼ばれ、近年複雑系研究とも関連しつつ注目され始めている研究分野である。Standard MGはまさに集合知研究としての研究素材としての魅力がある。

また、後半にて紹介した、プレーヤが効率よく行動できているときに見られる自己相似性に関しても大いに研究する価値があるだろう。たとえば、プレーヤの行動に自己相似性が見られない状況において、どうすればこれを修復できるかなどの汎用的知見が得られれば、本稿にて紹介したインターネットのように、効率的な状況において同じく自己相似性が見られる系において、効率が低下した場合の具体的な修復が可能となるかもしれない。当然であるが、MGがそのまま他の多くの協調問題に対して適用できるわけではないものの、ルールが単純なMGに関する研究結果が役に立つ可能性はあるだろう。

MGはルールが簡単ゆえ、1日もあれば十分プログラムできてしまうので、ぜひご自分にてMGの魅力を体感されることをお勧めしたい (本会誌編集長の和田英一先生によるプログラムを付録に付けます)。

参考文献

- 1) Challet, D. and Zhang, Y.-C. : Emergence of Cooperation and Organization in an Evolutionary Game, Physica A 246,407 (1997).
- 2) Fukuda, K., Takayasu, M. and Takayasu, H. : Analysis of Minimal Model of Internet Traffic, Traffic and Granular Flow'01 (Fukui, M., Sugiyama, Y., Schreckenberg, M. and Wolf, D. E. Eds.), Springer (2002).
- 3) Arthur, W. B. : Inductive Reasoning and Bounded Rationality, American Economic Review, Vol.84 (1994).

(平成16年3月12日受付)

付録 (和田先生によるプログラム例)

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

/*m 過去の記録, n player 数, s 戦術数, t 試行回数*/
mg(m,n,s,t){
    int point[n][s];
    int spattern[n][s];
    int currents[n];
    int group[n], jval[n];
    int i,j,k,max,c,mem,won;
    int powm=(int)pow(2,m);
    int smax=(int)pow(2,powm);
```

```
int past;
printf("%d\n",smax);
/*prepare strategies*/
for(i=0;i<n;i++)
    for(j=0;j<s;j++)
        {spattern[i][j]=rand()%smax;point[i][j]=0;}
for(i=0;i<n;i++)
    {for(j=0;j<s;j++)
        printf("%3d",spattern[i][j]);
        printf("\n");}
/*generate past history*/
past=rand()%powm;

/*play t times*/
for(k=0;k<t;k++){
    mem=0;
    /*choose j-th strategy among max point*/
    for(i=0;i<n;i++){
        max=-10000;c=0;
        for(j=0;j<s;j++)
            if(point[i][j]>max)max=point[i][j];
        for(j=0;j<s;j++)
            if(point[i][j]==max)c++;
        printf("i=%d",i);
        c=rand()%c;
        for(j=0;j<s;j++)
            {if(point[i][j]==max)
                if(c==0)break; else c--;}
        printf("j=%d",j);
        jval[i]=j;

        group[i]=(spattern[i][j]>>past)&1;/
        /*decide group*/
        printf("gr=%d %n",group[i]);
        if(group[i]==1)mem++;
    }
    won=(mem<(n/2.0));
    printf("#1's=%d won=%d\n",mem,won);
    past= %d %n",mem,won,past);
    for(i=0;i<n;i++){
        j=jval[i];
        if(group[i]==won)point[i][j]++;/*update point*/
        else point[i][j]--;
        for(j=0;j<s;j++)printf("%2d",point[i][j]);
        printf("\n");
    }
    /*update past history*/
    past=((past<<1)+won)%powm;
}

main()
{ mg(4,7,5,5); }
```