

クラスター表現による高次元科学データへの高効率アクセス

長澤 幹夫

超高速ネットワーク・コンピュータ技術研究所 (UNCL)

m-nagasa@crl.hitachi.co.jp

三次元科学データの多くは、ポリゴンではなく、ボリュームデータとして表現されることが多い。この三次元科学データへの高効率アクセスを可能にするには、データの標準表現と圧縮アルゴリズムが重要となる。そのため、ボリュームデータのクラスター表現を提案する。これは、与えられた変数の配列表現から、広がりを持つ粒子分布を得ることによって、任意の圧縮レベルでボリュームデータを表現するアルゴリズムである。圧縮レベルを制御できることは、巨大データの保存や、最適な通信帯域でのデータ伝送に利用できる。また、本手法は、空間解像度変換にも対応し、圧縮したままデータを可視化することも可能である。

SCIENTIFIC VOLUME DATA ACCESS USING CLUSTER REPRESENTATIONS

Mikio NAGASAWA

Ultra-high Speed Network and Computer Technology Laboratories (UNCL)

1-280, Higashi-Koigakubo, Kokubunji, Tokyo 185 Japan

m-nagasa@crl.hitachi.co.jp

Three-dimensional scientific data consist of arrays of floating digits. Thus, an effective compression algorithm and a standard representation of such volume data are important in the multimedia communications. In our cluster representation, the volume data is encoded as a 3-D distribution of smoothed particles. Each particle, with an internal distribution profile, is assigned to have the shared value and the spread radius. In the decoding process, the expectation value is calculated by the superposition of clustering particles. This algorithm can adapt the spatial resolution by controlling the total number of particles and the particle radius. As a result, the direct volume visualization of the compressed data becomes possible.

1. 科学データサーバー

1.1 分散計算環境の広域化

現在、マルチメディア通信の主役として、音声や画像の高効率通信が研究されているが、仮想現実感の実現や、遠隔協調科学シミュレーションの実現には、三次元以上の高次元多変量データの通信が必要となってくる。特に、Gbit/sクラスの高速通信網が整備されると、医薬品設計に遺伝子や分子原子の三次元構造データや、遠隔医療の診断に、CT-ScanやMRIの断層写真から造られたボクセルを参照したりする大型データアクセスが頻繁に行われることになる。国会図書館や物理定数を載せる理科年表を発行する国立天文台のような機関のサービスも当然、変わっていくと思われる。科学シミュレーションがアクセスするデータは、ひとつの物理定数だけではなく、高次元のベンチマークデータに変化していく。しかしながら、現状の科学シミュレーションが扱うような数百Mbytesの高次元データを最大解像度で生成、転送することには、スーパーコンの高速バス程度の通信帯域が要求されてしまう。^[1]そのため、実際のユーザーからの高効率アクセスを可能にするには、高次元科学データの特質を活かした圧縮方式の開発が必要となってきている。

1.2 ポリゴンの高効率アクセス方式

三次元ビデオゲームなどにおいては、幾何学的オブジェクトの多くは、ポリゴン(多面体)の集合によって表現されている。そのため、グラフィックスワークステーションにおいて、このポリゴン処理を最適化するハードウェア設計がなされている。現在、我々は、CGで代表的に使われるポリゴンの圧縮方式について、隣り合うポリゴンを、ある閾値のもとに、法線ベクトルでグルーピングし、粗視化していく方式の開発を進めている。^[2]このような、圧縮パラメーターを導入し、通信の品質パラメーターに写像することによって、通信帯域を有効に利用したデータアクセスが可能となる。

1.3 ポリゴンからボクセルへ

ポリゴンデータは、GWSでのハードウェアによる高速処理の研究が進んでいるが、三次元科学シミュレーション出力の多くは、ポリゴン集合ではなく、ボリュウムデータをそのままの形、つまり三次元スカラー配列 $\rho(I, J, K)$ として表現することが多い。密度や温度のスカラーデータ、速度場や電磁場のベクターデータ、医学分野の核磁気共鳴ボクセルデータなどである。これらの大規模データも、もし、ボリュウムデータの標準表現と効率的な圧縮アルゴリズムがあれば、ネットワーク環境でのマルチメディアのなかで、重要なメディアのひとつとして利用できるようになると期待できる。

その高次元データ表現と高次元データ圧縮の目的のために、この論文では、平滑粒子によるクラスター表現を提案する。これは、ある与えられた変数に対する元々の配列表現から、いくつかの圧縮解像度レベルで、ボリュウムデータを得るアルゴリズムである。任意のスケラブルな圧縮レベルでデータを表現できることは、ネットワーク環境にあって巨大データをアーカイブしたり、定められた通信帯域でリアルタイムにデータ伝送するために重要なことである。

2. ボリュウムデータの表現

ボリュウムデータを表現するマクロスコピックなモデルは数多い。これらのモデルは一般に、ボリュウムが直交ボクセルに分けられるオイラー形式か、データ値を粒子分布に割り当てるラグランジ形式を用いる。また最近では、ウェーブレット変換が、二次元画像圧縮に用いられてきている。^[3]そのようなスペクトル法の一つでは、関数形の表現が使われる。我々のクラスター表現で使う平滑粒子もまた、核関数の性質が、位置座標と広がりのパラメータを持つ孤立波である点で類似する。ただし、ウェーブレットの関数形が、純粋数学的な基底をなすのに対して、平滑粒子は、物理的かつ統計的な意味付けがなされる。これらは、確率分布関数に対応するのである。つまり、比較的に一樣なデータを主な対象とするボクセル表現に対して、平滑粒子によるクラスター表現は、たとえば、“分裂片”、“中空”、“自由表面”、あるいは、“多成分系”といった複雑な三次元データ構造を扱える柔軟性を具えている。

他にも、三次元ボリュウムデータの表現としては、サイクロイドを用いるもの^[4]、粒子のパッチをあててポリゴンの分布を均一化した表現などが研究されている。^[5]

クラスター表現を得るアルゴリズムは、

- (1) 与えられたボリュウムデータ内に、半径一定の平滑粒子を任意分布させる。
- (2) 高い解像度を要求される領域に分布する粒子の半径を縮小し、より多くの粒子を集めてクラスター化する。
- (3) 粒子が従う仮想的な運動方程式を数値積分することにより、粒子位置と半径の安定状態へ緩和させる。
- (4) 得られた粒子のクラスター表現から、統計期待値として、参照したいボリュウムデータ値を算出する。

この中で、鍵となるステップは、粒子同士に二体間の斥力と粘性抵抗が働くと仮定するところの、粒子分布の緩和過程計算である。

3. 平滑粒子のクラスター表現

クラスター表現の基礎となる要素として、流体シミュレーションなどで用いられる平滑粒子を応用する。^[6]

最初、ボリュームデータは、空間的に広がりを持つ N 個の平滑粒子の集合として扱われる。平滑粒子は、等しく分配された仮想質量 $m_0 = M/N$ と存在確率の内部分布関数 $W(\mathbf{x}, h)$ を持つ。これらの粒子は、ラグランジ座標系を運動し、その分布から、オイラー座標系でのボリュームデータ値の期待値が算出される。

粒子が、全くのミクロな点である場合には、原理的には、 10^{23} 個もの分子動力学の計算結果として、気体の熱力学的なボリュームデータ値が求まることになる。一方、平滑粒子は、マクロスコピックな存在であり、標本要素あるいは、統計的確率分布と呼べるものである。

数学的には、平滑粒子の核関数 $W(\mathbf{x}, h)$ の重ね合わせによって、ボリュームデータの期待値 $\langle \rho \rangle$ が計算される。

$$\langle \rho(\mathbf{x}) \rangle = \int W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) \rho(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (3.1)$$

確率の正規化条件は

$$\int W(\mathbf{x}, h) d^3\mathbf{x} = 1 \quad (3.2)$$

離散系における積分は、モンテカルロ法と同様に得られ、

$$\rho_i(\mathbf{x}_i) = \frac{M}{N} \sum_{j=1}^N W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h_j) \quad (3.3)$$

ただし、

$$M = \int \rho(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} \quad (3.4)$$

ここで、 i 番目の粒子の重心位置でのボリュームデータの期待値が ρ_i で、これは近傍の粒子からの重ね合わせの寄与を受けている。 h_i は、 i 番粒子の平滑半径である。

クラスター表現では、通常の格子点間の補間計算は必要ないため、着目する標本点が、格子の変形交差の影響を受けたり、非線形の変形による誤差の拡大などを被ることがない。したがって、クラスター表現は、不均一な変形した高次元データの表現に適しているといえる。

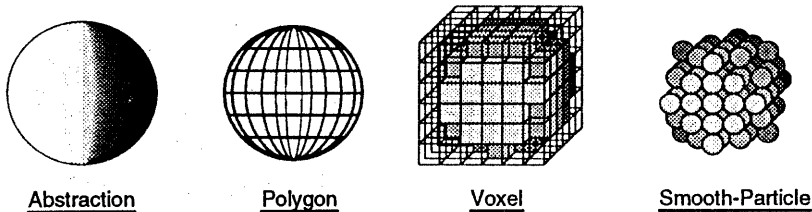


図.1. 高次元科学データの表現。球対称の中心集中分布を、等値面ポリゴン、一様ボクセル、平滑粒子クラスターで表現する場合。

3.1 確率分布の積分核関数

ウェーブレット変換の場合も、様々な基底関数の選択があり得る。^[3] 同様に、平滑粒子法にも核関数の任意性があるが、この核関数の満たすべき条件については、Parzen の定理において一般化されている。

$$W(\mathbf{x}, h) = \frac{1}{h^3} K\left(\frac{\mathbf{x}}{h}\right) \quad (3.5)$$

ここで、 $K(u)$ は、以下のような Borel 関数であればよい。

$$\int K(u) du = 1, \quad \int |K(u)| du < \infty, \quad \lim_{u \rightarrow \infty} |u^2 K(u)| = 0 \quad (3.6)$$

このとき、期待値の収束性が以下のように保証される。

$$\text{If } \lim_{N \rightarrow \infty} h = 0, \text{ then } \lim_{N \rightarrow \infty} \rho_i(\mathbf{x}_i) = \rho(\mathbf{x}) \quad (3.7)$$

この報告では、上の条件を満足する Borel 関数として、ガウス型の核関数を用いて、検証を行なう。

$$W(\mathbf{x}, h) = \frac{1}{\pi \sqrt{\pi} h^3} \exp(-|\mathbf{x}|^2 / h^2) \quad (3.8)$$

3.2 符号化方式

平滑粒子クラスター表現を得る符号化の過程において、まず、与えられたボリュームデータ領域に対して、粒子の適切な位置決定をおこなわなければならない。この配置計算のために、標本点に相当する平滑粒子は、ポテンシャル力と、二体間の斥力、そして粘性減衰力が作用するとして、運動をシミュレートされることになる。また、この運動方程式系を閉じさせるために、平滑粒子の物性を決める構成方程式と外場となるポテンシャルが必要である。

ポテンシャルについては、符号化すべきボリュームデータ $\rho(\mathbf{x})$ をソース項とする Poisson 方程式を解くことにより、決定する。

$$\Delta \psi(\mathbf{x}) = 4\pi \rho(\mathbf{x}) \quad (3.9)$$

このポテンシャル相互作用を用いることによって、複雑な表面積計算などが不要となり、非常に一般的な形で、表面条件を取り扱うことが可能になる。

平滑粒子の構成方程式は、ボリュームデータ自体の分布の特徴を、粒子分布の特徴として反映できるように決定すべきである。この特徴抽出を可能にするために、隣同士が必ず重なり合う部分を持ち、個々の平滑粒子の圧縮度に影響する圧縮パラメータを導入する。これは、粒子ガスの物理シミュレーションの場合の比熱比に相当するパラメータであ

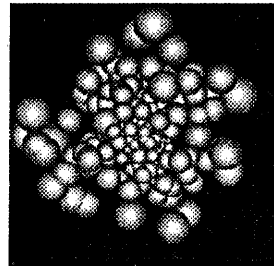
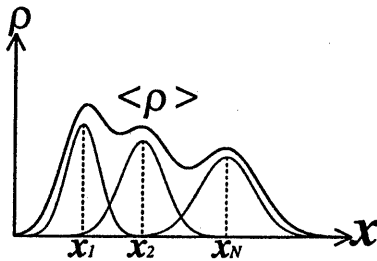


図2. クラスター表現からの期待値 $\langle \rho \rangle$ の計算。平滑粒子の核関数の重ね合わせによる。右図は、クラスター表現の模式図。

る。つまり、粒子間斥力となる圧力項を、ポルトロピック気体の状態方程式に従うものと仮定し、ポルトロピック指数 p を用いる。

$$\frac{P}{P_0} = \left(1 + \frac{1}{p}\right)^{-1} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1+1/p} \quad (3.10)$$

したがって、平滑粒子クラスター表現による符号化は、 ρ , p そして P_0 といったパラメーターに依存することになる。

ポリウムデータが一様な値を持つような単純な場合は、この指標 p を 0 とする指定が最も適切な符号化を可能とする。なぜなら、ポルトロピック指数 $p = 0$ は、非圧縮流体の性質を表わしており、強い圧力勾配力によって、粒子分布もまた均一にならざるを得ないからである。この場合、ポリウムデータの持つ主な情報量は、表面構造として表われることになる。

指標 p を大きくしていった場合、圧縮性の高い気体が部分的に高密度の領域を持つことに相当するため、ポリウムデータの解像度は、平滑粒子の集中度という形で、より深く連続的な階層構造を持って適合化される。

このような性質を付与された平滑粒子に対する運動方程式は、次のようになる。

$$\frac{dv_i}{dt} = -m_0 \sum_{j=1}^N \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \nabla W(\mathbf{x}_j, h_j) - m_0 \nabla \psi(\mathbf{x}_i) - \varepsilon \mathbf{v}_i \quad , \quad (3.11)$$

ここで、 $\mathbf{x}_j$ と $\mathbf{v}_j$ は各々、 j 番の粒子の位置と速度である。

式 (3.11) の右辺第一項は、粒子間斥力を引き起こす圧力勾配項。第二項は、式 (3.9) から得られるポテンシャル力である。粒子は、緩和過程を経て、最適配置に落ち着く。このための粘性減衰力が第三項であり、収束の速さを係数 ε で制御する。

3.3 復号化方式

平滑粒子クラスター表現から、ポリウムデータを復号するには、粒子分布から得られるボクセル上の重みを計算することになる。これには、いくつかの方法があり得る。最も単純な期待値の算出方法は、ボクセル内に位置する粒子が持つデータ値を積算するだけの方式である。一次精度の方法は、これにボクセル格子点と粒子座標の距離を考慮した重み付けをして、粒子の持つデータ値を各ボクセルに分配する。さらに、二次精度の場合には、粒子位置とボクセル境界でつくるサブボクセルの体積比に応じて、値を分配することになる。平滑粒子クラスターからの期待値の求め方は、粒子とボクセルとの位置関係でなく、任意の空間座標で期待値の得られる統計平均の手法に依っている。

平滑粒子表現のデータセット $\{(m_0, \mathbf{x}_i, h_i) \mid i = 1, N\}$ から、任意の空間位置 $\mathbf{x}$ でのデータ値の復号化は、次の積分計算によりなされる。

$$\rho(\mathbf{x}) = \frac{m_0}{\pi\sqrt{\pi}} \sum_{j=1}^N \frac{1}{h_j^3} \exp(-|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|^2/h_j^2) \quad . \quad (3.12)$$

この表現変換の特徴として、平滑粒子クラスターは、系の積分不変量を保存することができるという性質がある。一般には、符号化と復号化に伴う内挿補間計算には数値誤差が入り込む。ところが、平滑粒子クラスター表現は、局所的な補間誤差とは独立に、ポリウムデータの復号化が可能なのである。たとえば、ポリウムデータが質量密度を表わす場合、系の全質量は変換の前後において保存される。

3.4 クラスター表現におけるダイナミックレンジ

一定の平滑粒子数で、空間解像度を向上させる最適化を考察する。もちろん、分裂や合体によって粒子数を変化させることで、解像度を調整することは可能である。しかしながら、ネットワーク環境でのデータアクセスを考慮した場合、なるべく一定の通信帯域でデータ伝送できることが望ましい。そのため、ここでは、粒子数を変化させずに解像度の向上をはかる。

標本点位置の最適化を行ない、平滑粒子クラスターのダイナミックレンジを制御できる重要なパラメーターのひとつは、平滑半径 h である。これは、個々の粒子の空間解像度に対応している。Monte Carlo 法のように一定半径の粒子を使って統計期待値の計算を行なった場合、粒子の集中と散逸が、表現できるデータの最大最小の比、つまりダイナミックレンジを制限してしまう。

非常に集中度が大きい状況では、粒子はお互いに接し合う体心立方格子のような配位になるか、あるいは、圧縮指数 p が大きい場合には、完全に重なりあってしまう。また逆に、分布が過疎な場合、粒子間距離が大きくなり、ある打ち切り半径 (e.g. $R \sim 2h$) を越える領域での期待値が不定になってしまう。

$$(\text{cut off} \sim 2h) \quad \frac{1}{8} \lesssim \frac{\rho}{\rho_0} \lesssim \begin{cases} 9 & (\text{cubic center}) \\ N & (\text{overlap}) \end{cases} \quad (3.13)$$

体心立方格子配位の場合、ダイナミックレンジは、粒子数 N に依存しなくなる。したがって、いくら粒子数を増やしても、空間解像度は向上するものの、表現できる値の幅は、相対的には拡大しないことになってしまう。

他方、粒子半径を次の式のように変化させることができれば、

$$h_i = \left(\frac{m_0}{\rho(x_i)} \right)^{1/3} \propto N^{-1/3}, \quad (3.14)$$

ボリュームデータは、稠密に分布する平滑粒子クラスターによって表現されることになる。そして、この適合型制御によって、平滑粒子表現は、非一様なボリュームデータを高い効率で圧縮表現できるという長所をもつことになる。

しかしながら、ボリュームデータ値のない領域を表現する時には、注意が必要である。それは、標本点の少ない低密度領域の構造は、平均的な外挿計算によって算出されるという事実である。この領域では、平滑半径の大きい粒子によって期待値計算されるために、より広い領域の情報が含まれ、局所的な再現性が劣化してしまう。ただし、この短所も次のような対策方法が考えられている。そもそも、値の小さい領域は、重要度も小さいと考えられること。さもないければ、元々のデータの逆数を用いてから、平滑粒子クラスター表現を施し、重要度の高い領域の精度を維持することが可能である。

4. 数値計算例

我々は、図 4 に示すような中心集中を持つ三次元球状分布のボリュームデータについて、この平滑粒子クラスター表現を応用し、そのデータ圧縮効率を検討した。

クラスター表現を得る符号化には、外場ポテンシャルの中を運動する三次元平滑粒子をシミュレートすることになる。標準的な初期条件を設定するため、最初、粒子の位置は、乱数にしたがって分布させることから始める。このテストデータは、局所的な曲率半径が、ボリュームデータの広がりスケール R に対して、 $0.1R$ 程度の空間構造を持ち、データの最大値が、平均値 ρ_0 に対して $\rho_{\max} \sim 53\rho_0$ となっている。

クラスター表現は、 $N=400$ 個の平滑粒子を標本点として行なった。その結果、中心部分では、 $h \sim 0.03R$ の高い解像度に相当する平滑粒子配位が得られた。これと同等の解像度を、大きさ一定のボクセル集合で得ようと思うと、 $N_v = 30^3 = 27000$ 個のボクセルが必要になってしまう。

このテスト結果は、平滑粒子によるクラスター表現が、ボリュームデータの圧縮に効果的であることを示している。ただし、表面近傍は、少ない数の平滑粒子で表現させているため、ここでのデータの再現精度は低くなっている。

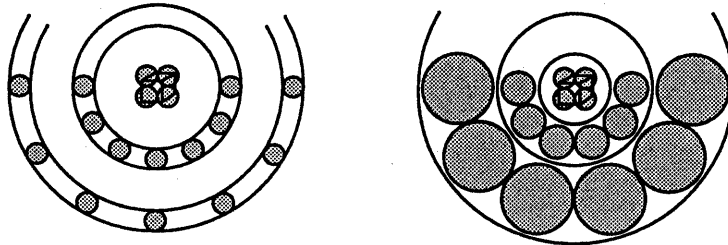


図3. クラスター表現におけるダイナミックレンジの違い。一定半径の粒子によるボリュームデータ表現は、ダイナミックレンジが狭く、平滑粒子は、平滑半径を制御することにより、空間解像度を高める。

符号化計算は、反復計算であり、ある収束条件のもとに計算を打ち切るわけだが、その条件としては、与えられたデータ値と、その反復ステップでの平滑粒子クラスター表現から得られる期待値との誤差が1%以下になることとした。なお、この符号化計算は、30MIPS程度のWSによって行われたが、数分のCPU時間が必要であった。

この符号化緩和計算をさらに進めていくと、粒子分布は、結晶格子状の配位に近づき、粒子による構造化格子の作成も可能である。しかしながら、これは実際的ではない。なぜなら、この収束の速さは指数関数的に遅くなってくる。それに、この研究のおもな目的は、高次元ボルテームデータをアクセスしやすい表現に圧縮することであり、標本点の構造化までは現状では、含めていない。

4.1 アルゴリズムの最適化

計算の高速化のために、我々はブロックソート法を導入し、近傍粒子からの寄与を前処理してから積分している。式(3.11)の第一項において N 個の粒子の直接和計算は、 $O(N^2)$ となる。我々のブロックソート法は、遠方の粒子からの寄与を打ち切ることにより、典型的には、 $O(N^{1.2\sim 1.5})$ となっている。^[7]そのため、導入するカットオフ半径 $h * c$ は、データ表現全体の精度を保証するように設定される。具体的には、ガウス型核関数 $W(r, h)$ の場合、 $c = 2.5$ を用いた。(図5)

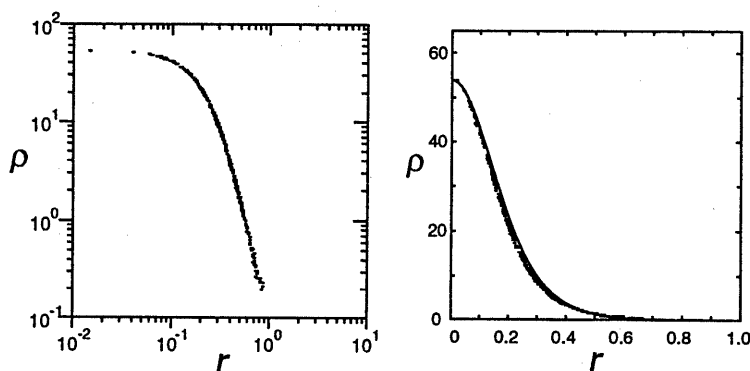


図4. クラスター表現の例。中心集中した三次元球対称分布のボルテームデータ ρ (実線)と $N=400$ 個の平滑粒子クラスターにより表現される標本値 ρ_i (点)を極座標にプロットした。実効的な解像度は、この例で $N_v = 30^3 = 27000$ 個の一樣ボクセルに相当する。

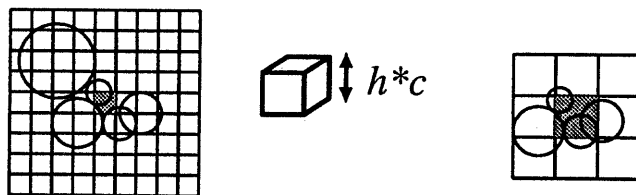


図5. 近接粒子からの寄与を計算するためのブロックソート法。平滑粒子サイズ h の変化に応じて、階層的なブロック構造を利用する。ブロックサイズは、所属する粒子の核関数 $W(x, h)$ のカットオフ半径 $h * c$ から決定する。

4.2 圧縮形式での可視化

ボリウムデータが、あるウェーブレット基底の集合で表わされる場合、ボリウムレンダリングの専用処理アルゴリズムが、既に考案されている。^[8] また同様に、平滑粒子表現に対するボリウムレンダリングのパイプラインも存在する。^[9]

平滑粒子の球対称性のおかげで、このボリウムレンダリングでの不透明度計算は単純化される。

$$\alpha(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \propto \exp(-|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|^2/h^2) \quad , \quad (4.1)$$

通常のボクセルのような、交線計算が不要になるからである。また、核関数が滑らかなので、エリアス処理の必要もない。さらに、光学的深さの計算も、解析関数の寄与を積算することになり、精度の高い積分が可能になっている。

$$\sigma(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \propto \text{Erf}(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|/h) \quad . \quad (4.2)$$

したがって、解像度が低い、少ない数の平滑粒子クラスター表現からの直接レンダリングは、霧のような画像となってアクセスできることになる。

5. まとめ

今回提案した平滑粒子クラスターでの高次元データの表現方法の特徴と変換アルゴリズムをまとめる。

- (1) 平滑粒子クラスター表現は、ボリウムデータを N 個の粒子集合に分割する。個々の粒子は、質量、座標、広がり属性データ構造 $\{m_i, \mathbf{x}_i, h_i\}$ を持つ。
- (2) 粒子は、個々に内部密度分布関数 $W(\mathbf{x}, h)$ を持つ。ボリウムデータの内挿値は、この分布関数の重畳によって得られる。適合型の粒子スケール h によって、解像度向上の高い効率化がはかれる。また、粒子スケールの導入によって、局所集中したボリウムデータと一様なデータの両方に、適切な圧縮スキームとなる。
- (3) 符号化と解読の両プロセスとも安定な演算となる。なぜなら、粒子運動のシミュレーションが、この圧縮法の基礎であり、粒子の記述は、ラグランジュ座標上で行なっている。特に、表面の情報が重要な場合には、クラスター表面粒子として無限大の慣性を持つ粒子を配置することにより、符号化緩和計算に例外を設けずに、内部領域の粒子と共通の運動方程式で積分できる。
- (4) 高い空間解像度を得るには、多数の標本粒子が必要となるが、一般に、元の三次元ボリウムデータよりは、平滑粒子データのほうが小さいデータサイズとなる。
- (5) 平滑粒子クラスターは、個々の粒子サイズを局所密度に応じて変化させるため、ボリウムデータ内の急激な変化勾配をもつ部分に対して、空間解像度を調整する機能を持つ。集中度パラメータ p の調節は、約二桁にわたる解像度調整の自由度を提供している。
- (6) 平滑粒子のデータ形式を、計算流体力学シミュレーションのフォーマットとリンクさせることは容易である。また、平滑粒子のデータ形式を、直接ボリウムレンダリングする方法も既に開発されている。

文 献

1. M. Nagasawa, *Signal Processing of HDTV* (ed. H. Yasuda and L. Chiariglione, Elsevier, Amsterdam) 3(1992)621-628
2. D. Nishioka and M. Nagasawa, 情報処理学会第 50 回全国大会論文集 (1995)6C10
3. C. K. Chui, *Introduction to Wavelets* (Academic Press, San Diego)(1992)
4. Y. L. Srinivas and D. Dutta, *Visual Computing* (ed. Kunii, Springer-Verlag)(1992)781-791
5. G. Turk, *Computer Graphics* 26(1992) 55-64
6. R. A. Gingold and J. J. Monaghan, *Mon. Not. R. astron. Soc.* 181(1977)375-389
7. M. Nagasawa, *Nagare* 10(1992) 229-239
8. S. Muraki, *Proc. of Visualization '92* (IEEE CS Press)(1992)21-28
9. M. Nagasawa and K. Kuwahara, *Scientific Visualization of Physical Phenomena* (ed. N.M. Patrikalakis, Springer-Verlag Tokyo)(1991)589-605