2004－GI－12　(8)
2004／6／18

囲碁ヨセ計算における近似法

二宮勘輔
日本福祉大学社会福祉学部
E-mail: nino5678@n-fukushi.ac.jp

概要　囲碁のヨセの局面で独立な部分のゲームの木が与えられているとき、最大の部分はどこかを近似的に判定する計算方法を、部分のゲーム木を 2 分木に分解する手法を用い調べた。　その結果、単純な型のゲーム木の場合は、従来の近似法である平均近似と逆ヨセ 2 倍法に比べ、はるかに正確な近似法を見出した。さらに、より複雑な一般敵的なヨセ局面に対しても、ある種の近似法が極めて有効であることを示した。

A Method of Approximate Calculation in Go Endgame

Kansuke Ninomiya
Faculty of Social Welfare, Nihon Fukushi University
E-mail: nino5678@n-fukushi.ac.jp

Abstract In this paper we investigated methods of approximate calculation to decide the most valuable move in Go endgame. We analyzed by dividing local independent game trees which are components of a Go endgame into binary trees. We discovered that in cases of some simple local game trees there is a extremely effective method more than usual method like the mean value approximation. We also showed in cases of general and complex game, a kind of approximate calculation leads to almost correct decision.

１．はじめに

コンピュータ囲碁が困難である根本要因が探索空間の膨大さにあることはよく知られている。しかし，ヨセの局面では探索空間はかなり限られてくる。それは囲碁のヨセの局面が、比較的少数の独立な部分に分けられ、しかも各部分の対するゲーム木が単純である、すなわち分岐数も深さも比較的少数に限定されているからである。さらに，ヨセの部分に対する手順は多くの場合に定型化されており，着手が一意的に決まっている。つまり，多くの場合に部分のゲーム木の各分岐が白黒 1 手ずつに限られ，部分のゲーム木は２分木になっている。このことから、筆者は以前、ヨセの部分木を２分木に分解して表現するならば、２分木特有の規則性を適用することによって、厳密な最適手を判定するための探索空間が大幅に省略できることを示した[1,2]。

しかし、探索空間が大幅に省略できても、探索空間はなお膨大であり、コウ無しであっても例えば最大 10 目前後の中ヨセといった実戦の局面に

対応し、実用的時間内に最適手を厳密に見出すプログラムをつくることはきわめて困難であるように思われる。そこで実用的なコンピュータ囲碁にとっては、ヨセの局面でもどうしても近似計算が必要である。以下ではより正確で、効率的なヨセの近似計算法を探求する。できれば、上記のような中ヨセ（コウ無し）で 1、2 目の誤差の範囲で最適手を判定するプログラムをつくること目標として想定する。

専門棋士の間では、ヨセの近似計算法として、先手優先を基本としながら平均近似法や逆ヨセ 2 倍法といった手法が持ちられる。筆者は以前に、ヨセの部分を２分木で表現するならば、これらの近似法の評価が効果的にできることを示した[1,2]。以下ではこれらの評価を手がかりしながら、より有効な近似法を提唱する。

２．２分木と境界線グラフ

ヨセは独立した部分局面の集合からなる。各部分の手順は多くの場合は限定されていて、着点の候補は 1 箇所ないし、２，３ヶ所に絞られる。無論、ヨセであっても、着点の候補を絞ることはゲームの中心的課題である。しかしここでは、それらはすでに決まっていて、しかもそれぞれの手順での部分のスコア（黒の地から白の地を引いた値）も与えられているところから出発する。問題は、どの部分をどういう順序で着手して行けば黒にとって最大、白にとって最小の最適スコアになるかであり、計算の側面のみに焦点が当てられる。

各部分の手順をゲーム木に描けば、一般には複数の着点の候補があるので多分木となる。任意の多分木は 2 分木に分解できるが、ヨセの場合は分岐数が少ないので分解しても生成される２分木は多くないし、はじめから２分木となっていることも少なくない。このため、以下では全ての部分木が２分木で描かれているところから出発する。

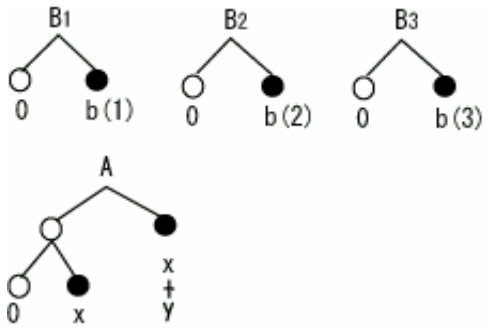

図１　部分のゲーム木

最も簡単なのは単純後手ヨセである。単純後手ヨセとは白黒のどちらかが 1 手打てば終結する部分で、部分木は図１の B_i のような深さ１の２分木となる。単純後手ヨセ部分木 Bi のスコアは白が打った場合を 0 とし、黒が打った場合を b(i)で表すとする。これで一般性を失わない。また、見合いの考えかたを適用すると、同じ大きさの単純後手ヨセが偶数個あればその分は後回しにしてもよいので、最適手判定に際しては、ある大きさの単純後手ヨセの部分は 1 個しかないとみなしてもよい。複数の単純後手ヨセはスコアの差（出入り値）b(i)の大きい順に番号を付け、

$$b(1) > b(2) > b(3) > \cdots$$

とする。

言うまでもなく、単純後手ヨセのみの場合はヨセの最適手順は白黒どちらでも大きい順に B_1、B_2、B_3・・・と打つことである。ゲーム終了後のスコアの総計は黒先着なら b(1)+b(3) +b(5)＋･･･であり、白先着なら b(2) +b(4)+b(6)＋･･･である。黒先着の場合と白先着の場合のスコアの差（先手後手の出入り値）e(1)は

$$e(1) = b(1) - b(2) + b(3) - b(4) + \cdots$$

である。なお、e(i)を次のように定義する。

$$e(i) = b(i) - b(i+1) + b(i+2) - b(i+3) + \cdots$$

次に簡単なヨセは、片側深さ２の部分が 1 個と任意個の単純後手ヨセからなる局面である。片側深さ２の部分とは、例えば黒が先着すれば 1 手で終結するが白が先着するとその後に白黒双方も

う１手が残る場合で、部分木は図１の A のように表される。白黒を入れ替えた場合もある。複数の単純後手ヨセに片側深さ２の部分が１個加わると、先手や逆ヨセといったヨセ一般に内在する部分間のさまざまな関係が現れる。いわばこれは一般的なヨセの本質を凝縮した原型のようなものになるので、まずはこの場合の分析からはじめる。

図１の A のように、A を○●の順に打った場合のスコア S（A, ○●）と○○の順に打った場合のスコア S（A, ○○）、A を●が打った場合のスコア S（A,●）の間の差（出入り値）を

x= S（A, ○○）－S（A, ○●）

y＝S（A,●）－S（A, ○○）

とする。

部分の集合｛$A,B_1,B_2,B_3 \cdots B_n$｝に対する最適手は当然 A か B_1 であるが、どちらであるかはパラメーター（x,y,b(1),b(2),b(3),・・・,b(n)）の値に依存する。x＞b(1)の場合は、白番なら A が先手であるから当然 A が最適手であるが、黒番なら A は逆先手であり、A か B_1 かは一概に言えない。x＜b(1)の場合は白黒双方にとって A は後手の部分になる。この場合も A か B_1 のいずれに先着すべきかは（x,y,b(1),b(2),b(3),・・・,b(n)）の値による。

以上の全ての（x,y,b(1),b(2),b(3),・・・,b(n)）の場合に、A か B_1 かの厳密な判定は以下の判別式 D_j の正負によって自動的に与えられる[1]。

b(0)=∞、b(n+1)=0 として

b(j)＜x≦b(j-1)のとき

黒番の場合

$$D_j = y - e(1) + \sum_{k=2}^{j-1} (-1)^k (x - b_k)$$

白番の場合

$$D_j = y - e(2) + \sum_{k=2}^{j} (-1)^k (x - b_{k-1})$$

判定は D_j＞なら A、D_j＜０なら B_1 が最適手、D_j＝0 ならどちらでも同じとなる。

いま（b(1),b(2),b(3),・・・,b(n)）を固定し（x,y）を変数として式 Dj＝0 をみるなら、それは１次式であり、（x,y）平面では図２のような直線である。そして Dj＜0 となる点（x,y）と D＞0 となる点（x,y）は Dj=0 を境界線とする上側の領域と下側の領域分かれる。以下ではこのようなグラフを**境界線グラフ**と呼ぶ。

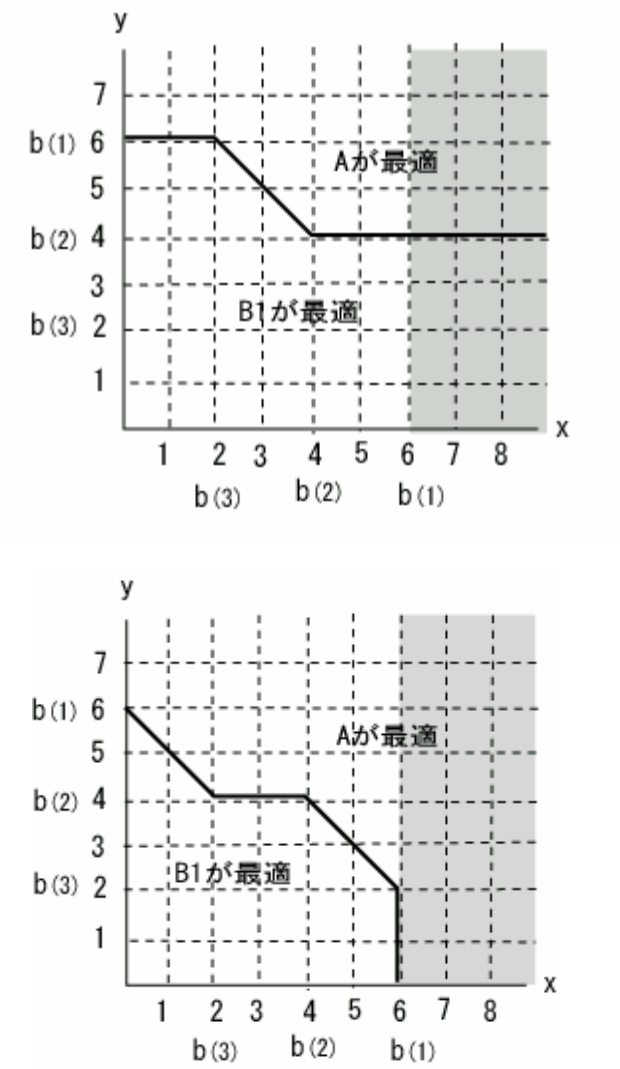

図２　境界線グラフ例(上図黒番、下図白番)

（灰色の部分は上図逆先手、下図先手）

（b(1),b(2),b(3),・・・,b(n)）が与えられれば境界線グラフが決まり、任意の（x,y）に対して計算無しで視覚的に厳密な最適手が判定できる。ま

た、どのあたりの点（x,y）が境界線に近いかも見て取れる。

３． 従来の近似法の評価と新しい近似法

専門棋士によって一般に言われているヨセの原則と計算方法は大まかに言えば以下のようなものである。

① 先手の部分を先に打つ

② 後手のうち逆先手の部分は利得を 2 倍にして計算する（逆ヨセ 2 倍法）

③ 2 着目以降にある後手の部分は黒が打った場合と白が打った場合のスコアの平均のスコアとみなす（平均近似法）

これらは、実戦に適用するにはいろいろと限界があること知られている。まず、先手ないしは逆先手であるかの判断が一般には難しいことである。次に逆ヨセ 2 倍法や平均近似法はしばしば少なくない誤差を生じることである。

先手ないし逆先手であるかどうかを一般的の判定する近似法はあとで触れる。ここではまず、前節の片側深さ 2 の部分が 1 個と複数の単純後手ヨセの局面｛$A,B_1,B_2,B_3 \cdots B_n$｝を対象にして、逆ヨセ 2 倍法や平均近似法の有効性を評価する。この場合、先手ないし逆先手であるかどうかは、はじめから明快である。

前節の A が逆先手であるのは黒番で $x>b(1)$の場合である。逆ヨセ 2 倍法では A を 2y の出入り値を持つ単純後手ヨセとみなす。2y は A に黒が先着した場合と白が先着した場合のスコア差ｙの 2 倍である。したがって最適手が A か B_1 かの判定基準はこの場合は $D=2y-b(1)$の正負による。この近似による判定の境界線グラフの境界線は

$$y=b(1)/2 \qquad \cdots\cdots \quad (1)$$

である。

平均近似法が適用されるのは白黒ともに A が後手となる $x<b(1)$の場合である。平均近似法では、白が A に先着した局面でのスコアをその後白が打った場合のスコア 0 と黒が打った場合のスコア x の平均値 x/2 とみなす。したがって A は最初の局面では出入り値 $y+x/2$ の単純後手ヨセとみなされる。これと b(1)との差が 0 となる境界線グラフの境界線の式は

$$y= -x/2+ b(1) \qquad \cdots\cdots \quad (2)$$

である。

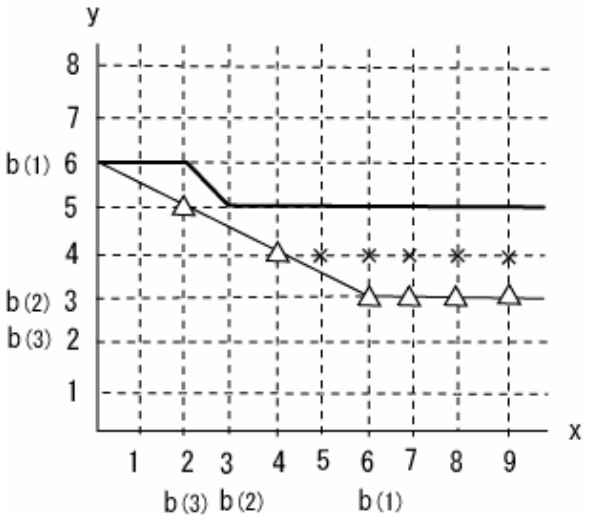

図３ 平均近似＋逆ヨセ 2 倍法の評価例

太線が厳密判定、細線が近似判定(白番)

具体的な（b(1),b(2),b(3),・・・,b(n)）の事例について、境界線グラフに逆ヨセ 2 倍法と平均近似の境界線を描き、厳密判定の境界線と比べてみたのが図３である。図の×印の点では近似判定が誤る場合であり、△印の点は近似判定の境界線上にあって A でも B_1でもよいと判定されるが、厳密判定からみるとどちらかが誤っている。ケースによっては両境界線がほぼ一致し近似がほぼ正しい結果をもたらす場合もあるが、そうでない場合も少なくない。

表１は様々な（x,y,b(1),b(2),b(3),・・・,b(n)）の値の場合に近似法がどれだけの割合で誤った判断に導くかを検証したものである。対象にしたのは n=3、b(1)＝６の場合で $1\leqq b(3)<b(2)<b(1)$を満たす全ての整数の組（b(1),b(2),b(3)）の計 10 通りの各々に対し、黒番では、$0<x\leqq 8$ および

0＜y≦6 を満たす整数の組（x,y）48 組、総計で 480 組、白番では、先手の領域を除き 0＜x＜6 および 0＜y≦6 を満たす整数の組（x,y）30 組、総計で 300 組の場合である。

表１　平均近似＋逆ヨセ 2 倍法の誤る確率

	白番	黒番	計
事例の総計 (a)	300	480	780
誤る事例の数 (b)	9	20	29
誤る確率 1/2 の事例 (c)	12	38	50
誤る確率 (b+c/2)/a	0.050	0.081	0.069

様々な場合で境界線を描いてみると、近似と厳密の両境界線がずれ近似が誤りとなるのは、逆先手の領域が最も多い。厳密判定での逆先手の領域では境界線は常に

$$y = e(1) \quad \cdots\cdots \quad (3)$$

となっている。これは、逆ヨセの利益と先手後手の出入り値 e(1)が拮抗しているのが境界であることを意味する。ある正当な仮定の下で e(1)の統計的平均値は b(1)/2 であることが導かれる[2]。式(２)と(３)を比べると、本来 e(1)とすべきところを、逆ヨセ 2 倍法はその平均で置き換えたことに相当する。平均からずれた場合に誤差を招くのである。人間の場合はｂ(1)/2 は見当が付けやすいが e(1)は計算しにくい。専門棋士が手どまりまで読んで計算しているのが e(1)にあたるであろう。コンピュータでは e(1)の計算は簡単である。したがって、以下では逆先手の場合の近似判定方法の境界線を式（3）とする。もっとも、これは近似でなく厳密判定である。

平均近似法が適用される領域でも、逆ヨセ 2 倍法ほどではないが誤りが生じている。これも厳密判定法にできるだけ近い新しい近似判定法が望まれる。厳密判定の境界線は、よく見ると、つねに(0,b(1))を始点として凹凸をくり返しながら右下方向伸び、白番では必ず(b(1),e(2))に到っている。黒番では同様に(0,b(1))を始点として(b(2),e(１))に到っている。このことは判別式からも言えるし、n や（b(1),b(2),b(3),・・・,b(n)）の値によらない。そして、これら 2 点を結ぶ直線が厳密判定の境界線にほぼ沿っている。ほとんどの場合、平均近似の境界線に比べて厳密判定の境界線に極めて近い。

そこで以下では新しい近似判定法の境界線としてこの直線を採用する。その式は恒等式 e(1)＋e(2)= b(1)　を用いて変形すると、

$$\text{白番：} \quad y = -e(1)/b(1)x + b(1) \quad \cdots \quad (4)$$

$$\text{黒番：} \quad y = -e(2)/b(2)x + b(1) \quad \cdots \quad (5)$$

である。これらの式では x の係数が平均近似の境界線の式(2)の 1/2 から e(1)/b(1)、e(2)/b(2)に置き換わっている。これらは 0 から１の間の値をとるが、これは、平均近似が白黒が半々の権利をもつことを想定しているのに対し、後手着手の利得と相手に先手を渡して失う損失に応じて白黒の権利の強さが変わることに対応している。

以上で片側深さ２の部分が 1 個と複数の単純後手ヨセに対する、平均近似と逆ヨセ 2 倍法にかわるより改善された近似判定法が求められた。この新しい近似法を、以下では**出入り値補正近似法**と呼ぶことにする。図４に出入り値補正近似による

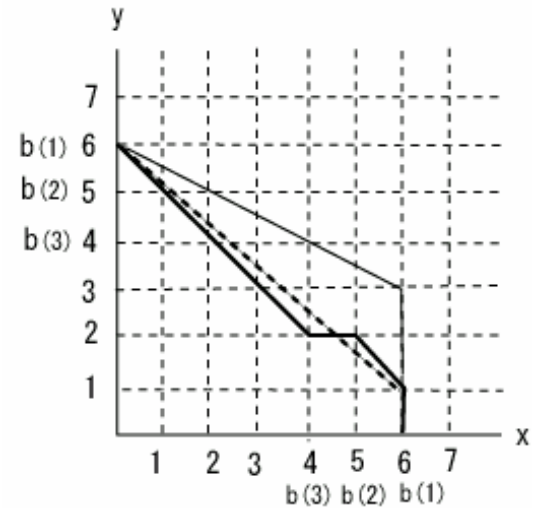

図４　出入り値補正近似の境界線（太破線）
（太線は厳密、細線は平均近似）

境界線グラフの例を示した。当然ながら厳密判定の境界線に極めて近い。

出入り値補正近似法が実際どれだけ正確かを表１と同じケースを対象に検証した結果を表２に示した。これでも誤る場合がわずかに存在するが、平均近似＋逆ヨセ 2 倍法に比べ桁違いに誤る確率が小さくなっている。誤った場合の正しく打った場合と比較した総スコアの損失も表１では最大 2 目、表２では最大１目と改善された。

表２　出入り値補正近似の誤る確率

	白番	黒番	計
場合の総計 (a)	300	480	780
誤る場合の数 (b)	0	2	2
誤る確率 1/2 の場合 (c)	2	2	4
誤る確率 (b+c/2)/a	0.003	0.006	0.005

４．複雑なヨセの場合の近似法

前節で提唱した出入り値補正近似法は、深さ２の 2 分木を単純後手ヨセの深さ１の 2 分木に繰り上げる方法である。その長所は近似の正確性のほかに、繰上げがいわば分離独立して扱える点である。対象となる 2 層目の２分岐のみをあるスコアの終端に置き換えればよく、A の近隣のノードは一切変えないことである。しかも繰り上げ後のスコア（図５のｚの値）は、対象となる 2 層目の終端のスコア差 x と単純後手ヨセの間のスコア差の値（x,b(1),b(2),b(3),・・・,b(n)）のみで決まり、A の隣接のスコアに依存しない。この特長は元になる平均近似＋逆ヨセ 2 倍法から受け継いだものである。ｚの値は表 3 の式で与えられる。これまでは白側が深さ２の片側 2 分木を例にしてきたが、黒側が深さ２の片側 2 分木の場合も同様に扱え、同様なスコアｚが定まる。

先手の場合は別な繰上げ操作が必要となる。先手の場合は必ず手番側が着手し必ず相手が受けるので、先手であることは対象とするノードの親のノードのスコアが決まっていることと等価である。したがって、白側が深さ２の片側 2 分木で深さ１の白番が先手なら、図５に示すように、それはスコア x だけのゲーム木、いわば深さ０の 2 分木に繰上げられるべきである。先手の場合深さが 2 だけ繰り上がることになる。

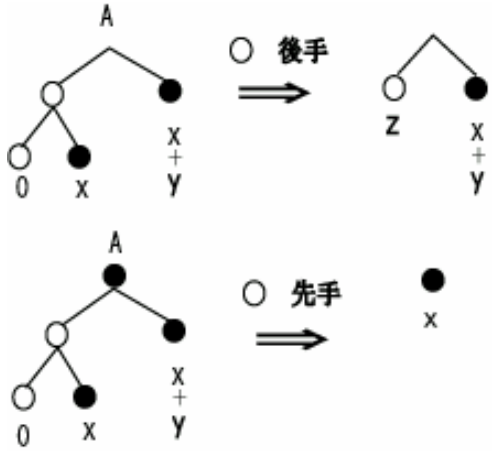

図５　部分木の繰り上げ

表 3　繰り上げ後のスコア z

	双後手 (x<b(1))	白先手 (x＞b(1))
白番	(1-e(1)/b(1))x	先手
黒番	(1-e(2)/b(2))x	x－e(2)

以上の繰上げルールはなにも深さ２の 2 分木１個＋単純後手ヨセの場合しか適用できないのではでは無い。任意の深さの 2 分木の任意のノードの２個の子ノードのスコアが決まっていて、しかもそのノードが着手される局面で他には単純後手ヨセしか存在しないとするなら、繰上げルールは適応可能である。もしある任意の深さの 2 分木の全てのノードでこの条件を満たすなら、最も深いところのノードから始めて、次々に繰り上げしていくことで、最終的にはそれはあるスコアの単純後手ヨセか、スコアだけが与えられた深さ０の 2 分木となる。

深さが任意の 2 分木 A が 1 個と任意個の単純後

手ヨセ B_i からなる局面では、このような制約条件を満たされる。A のあるノードが着手される局面で残された Bi は、そのノードに至るまでに打たれた B_i の回数ｔが分かれば決まる。ｔは A の手抜きの回数であるから、その値は A の頂点からそのノードにいたるパスにおいて、同じ色を連続して通過する回数を数えると与えられる。残された B_i のうち、最大のスコア差の B_k（k=1+t）を改めて B_1 とみなし繰り上げを行えばよい。

手抜き数ｔはすでに前節までに取り上げた A が片側深さ２の場合に表れている。これまで手番やノードの色によって b(1)、 e(1)、 b(2)、e(2) などと使い分けてきたが、これらは皆統一して b(1＋ｔ)、e(1＋ｔ)で表現できる。

以上のように、深さが任意の 2 分木が 1 個と任意個の単純後手ヨセからなる局面では出入り値補正近似法がフルに適用できて、近似的な最適手が、簡単にきまる。表４は様々なタイプとスコアの 2 以上の深さの 2 分木の具体的事例に対して繰上げ操作を行い、この近似の正確さを調べた結果である。事例のなかの深さの最大は４であった。結果は予想通り満足すべきものであった。

表４　繰り上げ操作法による誤り率

事例の総数(a)	誤る事例の数(b)	1/2 誤る事例の数(c)	誤る確率 (b+c/2)/a
455	8	8	0.026

1 点だけ補足しなければならない。先手の繰り上げ操作を機械的に行うと大幅な誤りが生じることがある。それは図５のｙが負になる場合である。この場合は先手側が打つとかえって損になる場合で、双方が打たずに終結するのが最適となる不条理な部分木[2]になっている。本来の正常な手の 2 分木では起こりえないが、下から近似を重ねながら繰り上げた結果、浅いところで不条理な 2 分木になってしまうことがある。本来ならば繰り上げ操作のなかに何らかの禁則処理を定めるべきところだが、表４は不条理になった場合は人為的に事例から省いて得た結果である。

深さ 2 以上の 2 分木が 1 個だけでは実戦的ヨセに対応できない。複数個の深さ 2 以上の 2 分木がある場合の近似法が必要とされる。ところがこの場合、繰り上げの操作はできない。なぜなら、繰上げの対象となる深さ 2 以上の 2 分木以外が単純後手ヨセだけでなくなるからである。

そこで考えられるのは、最初に全ての 2 以上の深さの 2 分木を何らかの方法で暫定的に深さ１の単純後手ヨセとみなし、次は繰り上げの対象となる 2 以上の深さの 2 分木 1 個と残りの暫定および本来の深さ１の単純後手ヨセの局面として繰上げ操作を行うことである。これを全ての深さ 2 以上の 2 分木に対して行えば、すべての 2 分木が単純後手ヨセか手番先手のスコアだけの部分とみなされ、最適手の判定が可能になる。なお、最初の暫定的後手ヨセを求める方法としては深さ 2 以上の 2 分木は当該のもの以外はないと仮定して当該の 2 分木を繰上げていけばよい。また、2 回目の繰上げの結果を 2 次的暫定後手ヨセとみなし、3 回目の繰上げを行うこともできる。

これらはいわばまず暫定的相場を設け、それへの反応によって次なる相場を定めていくプロセスであるが、以下では**繰り込み操作法**と呼ぶことにする。

繰り込み操作法の成否を、具体的な複数個の深さ 2 以上の 2 分木がある場合の局面で当ってみた。だだし、繰り込み操作法の具体的適用に当たっては、前述の 2 以上の 2 分木が 1 個の場合の不条理の補正のほかに、さらに新たな補正が必要であった。それは暫定単純後手ヨセを求める際に先手となる浅い層のノードの扱いである。異なる 2 分木の中の相手側の先手との競合がおきると、しばしば大きな誤りにいたることがわかった。そこで暫定ヨセを求める段階では、先手であっても深さ 1

のノードである場合に限り後手の扱いとした。その結果暫定ヨセは全て単純後手ヨセとなった。

このような補正を加え、2 度の繰り込みによって暫定的単純後手ヨセを設定する方法で、さまざまなタイプの 2 分木と様々なスコアに対し、繰り込み操作方法による近似がどのくらい誤りなく厳密判定の最適手を言い当てるかを調べた。まだ調べた事例数は多くないので過渡的な段階であるが、結果は表５のようであった。おおむね満足すべき正解率であった。なお、誤った場合でも正しく打った場合と比較した総スコアの損失は最大 2 目であった。これも一応初期の目的にかなったものである。

表５　繰り込み近似法による誤り率

事例の総数 (a)	誤る事例の数 (b)	1/2 誤る事例の数 (c)	誤る確率 (b+c/2)/a
351	10	4	0.034

なお、事例の対象にしたのは、厳密判定が一定時間のなかで可能な範囲ということで、最大の部分木数 7 個、最大の深さ４、深さ 2 以上の部分木数は 3 個以下の場合であった。例えば図６のスコアｐ、ｑ以外の値を固定し、ｐ、ｑの整数の組をある範囲で流した。

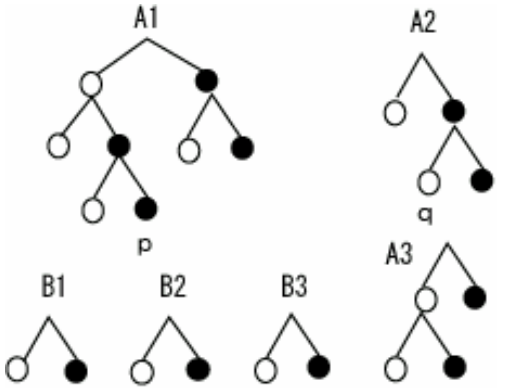

図６　誤り率を計算した事例の一部

(p、q を変動、他のスコアは固定)

なお、この繰り込み操作法のプログラムを、専門棋士がヨセの分析の対象にした実戦的事例２題[3]に応用してみたところ、最大のヨセ場について専門棋士と同じ判定を短時間のうちに下した。これらの部分木数は 15 個程度、最大の深さ５、深さ 2 以上の部分木数は 8 個程度であった。このことは、このプログラムが、計算の部分に関しては、実戦のヨセにも耐えうるものであることを示す。

５．まとめ

囲碁のヨセの局面で独立な部分のゲームの木が与えられているとき、最大の部分はどこかを近似的に判定する方法を、部分のゲーム木を 2 分木に分解する手法を用い調べた。

その結果単純後手ヨセ以外には深さ 2 以上の部分が１個の場合は、従来の近似法である平均近似と逆ヨセ 2 倍法に比べ、はるかに正確な近似法である出入り値補正近似法を見出した。

さらに、より複雑な実戦的なヨセ対しても、出入り値補正近似法に加えて繰り込み操作法を用いると有効な判定ができることを示した。

参考文献

[１]　二宮勘輔、“ 囲碁ヨセにおける最適手判別法 ” 第８回ゲームプログラミング予稿集、ゲーム情報学研究会、pp158-160、2003

[２]　二宮勘輔、“ 囲碁寄せゲームの理論と計算 ” 日本福祉大学情報社会学論集第６巻、pp17-38、2003

[３] 片岡聡 “ ヨセで勝率を上げる方法 ”「囲碁研究」第 17 巻２月号、日本囲碁連盟、 pp93-97、2001