

コンピュータブリッジによるカウントシグナル

小田和友仁 村上隆志 小林紀之* 上原貴夫

東京工科大学 * 富士通研究所

ディフェンダーのプレイは、パートナーのハンドが見えないので、ディクレアラーのプレイより難しい。そこで、ディフェンダーは自分のハンドに関する情報を伝えるシグナルによりパートナーと協調をはかる。我々は、先に、ブリッジにおける各プレイヤーをエージェントとしてモデル化する方法を提案した。このエージェントは、他のエージェントのハンドを推論するとともにそのエージェントから見た自分ハンドも推論し、これらのイメージに基づいて行動を決定する。本論文では、このモデルをシグナルに関する判断に応用する。すなわち、自分から見た世界(ディール)だけを考えるのではなく、各プレイヤーから見た世界も対象として行動を決定するゲーム木探索アルゴリズムを提案する。

Count Signaling Algorithm of Computer Bridge

Tomohito Otawa, Takashi Murakami, Noriyuki Kobayashi*, Takao Uehara
Tokyo University of Technology * Fujitsu Laboratories Ltd.

Defending is harder than declaring in the game of contract bridge. Defensive signals are the tools to help information exchange between defenders. We have proposed an agent model of the bridge player. In this paper, the defender agents use count signals. In general, the value of a count signal to its partner will outweigh any benefit that declarer can draw from it. However, this will not be the case when it saves declarer a guess in the suit itself. In our signaling algorithm, a defender agent estimates the effects of a signal both to its partner and to declarer, and the agent uses the signal only when the information helps the partner more.

1. はじめに

不完全情報ゲームであるブリッジには、チェスなどの完全情報ゲームとは異なる難しさがある¹⁾。ブリッジにおけるプレイは、コントラクトを達成しようとするディクレアラー側と、これを阻止しようとするディフェンダー側に分けて考えられる。ディクレアラーのパートナーはダミーとよばれ、最初のカードが出された直後にハンドをテーブル上に開き、以後のプレイはディクレアラーが代行する。したがって、ディクレアラーは自分達のハンドを見て、コントラクトを達成するためのプランをたてることができる。これに対して、ディフェンダー側は、ダミーのハンドは見えるが、ディクレアラーはもちろん、パートナーのハンドも見えないのでプレイはより難しくなる²⁾。そこで、ディ

フェンダーは自分のハンドに関する情報(あるいは自分の意図)を伝えるシグナルによりパートナーと協調をはかる。

現在のコンピュータブリッジでは、可能性のある多数の世界(ディール: 4人のプレイヤーに配られたハンド)のおのおので完全情報ゲームを解くことにより近似解を求めるモンテカルロシミュレーションが主流である³⁾。ここでは、ディクレアラーのために用意したプレイのアルゴリズムをディフェンダーにも適用することが多い。この手法では、自分のハンドは他のプレイヤーにも見えている(ベストプレイをする)と考えてカードを選択するので、自分のハンドに関する情報を伝えるシグナルを出す必然性がない。したがって、通常アルゴリズムとは別に、特定の状況でシグナルを出すような知識(プログラム)を組み込む必要がある。

我々は、先に、ブリッジにおける各プレイヤーをエージェントとしてモデル化する方法を提案した^{4) 5)}。このエージェントは、他のエージェントのハンドを推論するとともにそのエージェントから見た自分ハンドも推論し、これらのイメージに基づいて行動を決定する。本論文では、このモデルをシグナルに関する判断に応用する。探索をおこなうときに、自分から見た世界(ディール)だけを生成するのではなく、各プレイヤーに対応したエージェントから見た世界を生成し、これにしたがって行動を決定するアルゴリズムを提案する。そして、これがブリッジにおけるディフェンダーのプレイにおいて有効であることを示す。

2. ディフェンスのシグナル

ディフェンスのシグナルにはつぎの3種類がある⁶⁾。

(1) アティチュードシグナル

基本的には、ハイカードはそのスートの継続要求を示す。

(2) カウントシグナル

基本的には、ハイ・ローの順で出せばそのスートが偶数枚、ロー・ハイの順で出せば奇数枚であることを示す。

(3) スートプリファランスシグナル

基本的には、ハイカードはランクの高いスート、ローカードはランクの低いスートの選好を示す。

アティチュードシグナルを使うか、カウントシグナルを使うか、両方を使い分けるかなどを事前にパートナーと約束し、敵にもその約束を知らせておかなければならない。

コンピュータブリッジに組み込む立場で考えると、カウントシグナルの実装が他に比較して容易である。本論文では、(2)のカウントシグナルの実装について述べる。

3. カードプレイのアルゴリズム

見えていないカードの可能な分布(世界)を多数生成し、各世界でダブルダミーブリッジ(4人のハンドを見た上でのプレイ)のミニマックス値を求め、選ばれた候補の中から全体として良さそうな行動を選ぶ方法が何人かの研

究者により提案された。Ginsberg の GIB もこの方法をもちいている³⁾。

Ginsberg は、行動の候補の集合を M としたとき、つぎのようにして一つの行動(つぎに出すカード)を決定している。

[アルゴリズム 1]

[ステップ 1] それまでのビッドおよびプレイと矛盾しないようにカードをくばり、ディールの集合 D を作る。

[ステップ 2] 各ディール $d \in D$ ごとに、各行動 $m \in M$ を選んだらどのような結果になるかダブルダミーで評価してスコア $s(m, d)$ を計算する。

[ステップ 3] $d \in D$ が最大となるような行動 m を選ぶ。

第5節では、このアルゴリズムを基本としてカウントシグナルの解釈プログラムを実装する方法と、それをもちいたディフェンダーの協調についてのべる。第6節では、このアルゴリズムの問題点を指摘し、カウントシグナルを出すべきかどうか自律的に判断するための新しいアルゴリズムについて提案する。

4. エージェントモデル

著者は各プレイヤーを知識と仮説推論機構をもつエージェントとしてモデル化した。ビッドに関する知識はビッドの決定とビッドしたプレイヤーのハンドを推論する両方の目的で使われる⁴⁾。プレイに関する知識は主にハンドの推論に使われる⁵⁾。本論文の実験においては、次節で示すカウントシグナルに関する知識(制約論理プログラム)を追加した。

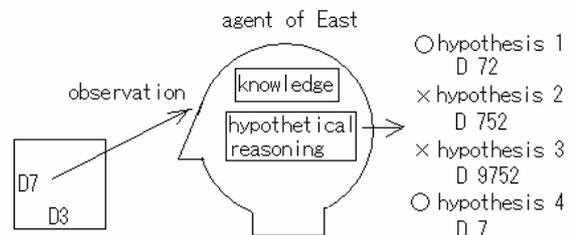


Fig.1 Reasoning by agent
図1 エージェントによる推論

エージェントは、それまでのビッドおよびプレイを観察し、それと矛盾しないような仮説として、ディールの集合 D を作ることができる。また、第6節のアルゴリズムにおける他のエー

ジェントから見たディールの集合も容易に生成できる。

5. シグナル

5.1 カウントシグナル解読の例

まず, カウントシグナルを解読して正しいプレイを選択する方法を例題で示す(文献7より引用)。

[例題1] 2NT - 3NT というビッドの経過で South がディクレーターとして 3NT のコントラクトをプレイすることになった(2NT は 20 点 - 21 点を示す: A を 4 点, K を 3 点, Q を 2 点, J を 1 点と数え, ハンド中の絵札の点数を合計した)。West のハートの 6 のリードに対して East で Jack を出したが, South の Queen にとられた。ディクレーター (South) はダイヤモンドを出し North から King をプレイしたので, これを取らせるところ, ダイヤモンドの Queen を続けてきた。East は Ace でとるべきか。

S 96		Dealer: South
H 754		Vul: NS
D KQJT6		Bidding: South West North East
C 752		2NT Pass 3NT Pass
S J82	N	H J2
H KT863	W	D A84
D 72	E	C JT43
C Q96	S	Play: West North East South
		H6 H4 HJ HQ
		D7 DK D4 D3
		DQ ?

Fig.2 Deal, bidding and play history of example 1
図2 例題1

この例題では, South のダイヤモンドの枚数が 2 枚であれば Ace でとり, 3 枚であれば取らないのが正解である。

パートナーである West がカウントシグナルを実行した場合に, コンピュータブリッジ(エージェント)がおこなう推論について考察する。パートナーがハイ・ローと 2 枚のダイヤモンドを出した後では偶数枚であることは明らかであり, 問題はない。難しいのは, パートナーが 1 枚目のダイヤモンドしか出していない時点での推論である。

5.2 カウントシグナル解読プログラム

著者は, 制約論理プログラム言語

ECLIPSE[®]をもちいて, 図3のようなカウントシグナル解読方法を実装した。

```

1 read_signal(Player,[Suit,Rank],Deal):-
2   OddSignal #v EvenSignal,
3   OddSignal + EvenSignal #= 1,
4   (new_deal(Deal1),
5    hand_of(Player,Deal1,Hand1),
6    cards_of(Suit,Hand1,Cards1),
7    num_of(Cards1,Num1),
8    odd(Num1,NumIsOdd),
9    low(Rank,Cards1,RankIsLow),
10   EvenSignal #v (NumIsOdd #& RankIsLow)
11  ;
12   OddSignal=0,
13   (new_deal(Deal2),
14    hand_of(Player,Deal2,Hand2),
15    cards_of(Suit,Hand2,Cards2),
16    num_of(Cards2,Num2),
17    even(Num2,NumIsEven),
18    high(Rank,Cards2,RankIsHigh),
19    OddSignal #v (NumIsEven #& RankIsHigh)
20  ;
21   EvenSignal=0,
22   Deal1=Deal,Deal2=Deal.
```

Fig.3 ECLIPSE program to read a signal
図3 シグナルを解読するプログラム(ECLIPSE言語)

5.3 カウントシグナル解読の実験

[例題1の実験]

ここでは, エージェントの推論機構に前記のシグナル解読プログラムを組み込み, 第3節のカードプレイアルゴリズムにしたがって, East のエージェントによるカード選択の実験をおこなった。結果として正しい選択をおこなったが, その過程は以下のように分析できる。
[ステップ1] それまでのビッドおよびプレイと矛盾しないようにカードをくばり, ディールの集合 D を作る。

East の推論の結果にもとづき(前記のプログラムをもちいて制約条件を生成し)無作為に 50 個のディールを生成した。これを調べると, West のダイヤモンドが 2 枚の場合が 45 個, 1 枚の場合が 5 個であった。3 枚以上の可能性がないことは, シグナル解読プログラムが制約条件を生成し, 他のビッドやプレイから推論した制約条件と統合した段階で判明している。なぜならば, East のハンドおよびテーブル上のダイヤモンドをみれば, 所在が不明なカードは, 9, 5, 2 であり, 7 が奇数を示す(最下位)である可能性は 1 枚のときのみである。また,

7が偶数シグナルでWestが4枚と仮定すると、Southのダイヤモンドが1枚となり、Southが2NTとオープニングビッド(各スーツの枚数が極端に偏っていないことが必要条件になっているビッド)をしたことと矛盾する(図1にエージェントによる推論のイメージを示した)。
 [ステップ2]各ディールd Dごとに、各行動m Mを選んだらどのような結果になるかダブルダミーで評価してスコア s(m,d)を計算する。

以下では、ステップ1で生成した50個のディールの内の8個(図4:8ページ参照)を例にして説明をする。

Westのダイヤモンドが2枚(Southが3枚)の場合、Eastが3回目のダイヤモンドをとれば、Northの残りのダイヤモンドはとれなくなる。Westが1枚ならばSouthは4枚あり、EastのプレイによらずNorthのダイヤモンドは4枚とれる。そこで、ダブルダミーでプレイしたときのスコアはつぎようになる。

- s(DA, d₁)= -630, s(D8, d₁)= 100,
- s(DA, d₂)= -630, s(D8, d₂)= 100,
- s(DA, d₃)= -630, s(D8, d₃)= 100,
- s(DA, d₄)= -630, s(D8, d₄)= 100,
- s(DA, d₅)= -630, s(D8, d₅)= 100,
- s(DA, d₆)= -660, s(D8, d₆)= -600,
- s(DA, d₇)= -660, s(D8, d₇)= -600,
- s(DA, d₈)= 100, s(D8, d₈)= 100

ディール d₈ は、Ace でとらないとコントラクトを作られてしまう。d₈のようにAceを出した方がよいディールは50個中に3個あった。また、Southの他のスーツが弱いので(例えばハートがKQ8)ダイヤモンドのAceを出しても出さなくてもコントラクトができない場合が9個あった。また、どちらを出してもコントラクトを作られてしまう場合が1個あった。
 [ステップ3] d_s(m,d)が最大となるような行動mを選ぶ。

図4の8個のディールを例に計算方法を示すと、 $d_s(DA,d)/8 = -546$, $d_s(D8,d)/8 = -75$ となりダイヤモンドの8を出すことが選択される。無作為に生成した50個のディールでは、 $d_s(DA,d)/50 = -549$, $d_s(D8,d)/50 = -83$ となりダイヤモンドの8を出すことが選択される。

我々の試作プログラムは、ダイヤモンド

Queenに8で負ける正しいプレイを選択した。

ちなみに、Westがシグナルを出さなかったとして、Eastの推論結果にもとづき50個のディールを生成すると、Westが3枚の場合が30個、2枚の場合が17個、1枚の場合が3個であった。したがって、シグナルをもちいずに第3節のアルゴリズムを適用すれば、例題1に対して正解を出すことはできない。また、例題1のディールを図5のように変更し、Westがダイヤモンドの2で奇数シグナルを出したときには、我々の試作プログラムのEastは2回目のダイヤモンド(King)をAceでとる正しいプレイをした。このときEastの推論結果にもとづき50個のディールを生成すると、Westが3枚の場合が43個、1枚の場合が7個であった。

S 96		S QT43									
H 754		H J2									
D KQJT6		D A84									
C 752		C JT43									
S J82	<table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td style="padding: 2px;">N</td><td></td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">W</td><td></td><td style="padding: 2px;">E</td></tr> <tr><td></td><td style="padding: 2px;">S</td><td></td></tr> </table>		N		W		E		S		S AK75
	N										
W		E									
	S										
H KT863		H AQ9									
D 752		D 93									
C Q9		C AK86									

Fig.5 Modification of example 1

図5 例題1の修正

6. エージェントとアルゴリズム

6.1 カウントシグナルの発信

カウントシグナルを常に発信することはコンピュータにとって比較的容易であるが、ディクレアラーのプレイを助ける結果になることもある。

S K64		S JT3		Dealer: South									
H 754		H QJ2		Vul: NS									
D AQT		D 8764		Bidding: South West North East									
C KQT4		C 93		1NT Pass 3NT Pass									
S Q985	<table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td style="padding: 2px;">N</td><td></td></tr> <tr><td style="padding: 2px;">W</td><td></td><td style="padding: 2px;">E</td></tr> <tr><td></td><td style="padding: 2px;">S</td><td></td></tr> </table>		N		W		E		S		S A72		Play: West North East South
	N												
W		E											
	S												
H AT8		H K963		S5 S4 ST SA									
D J9		D K53		? ? ? C6									
C J852		C A76											

Fig.6 Deal, bidding and play history of example 2

図6 例題2

[例題2] 図6に示すように, 1NT - 3NT というビッドの経過で South がディクレーアラーとして3NTのコントラクトをプレイすることになった(1NTは12点 - 14点). Westのスペードの5のリードに対して Eastで10(図中ではTと表示)を出したが, SouthのAceにとられた. ディクレーアラー(South)はクラブの6をNorthのKingに向かってプレイした. Westはカウントシグナルをだすべきか. 出さないのが正解である. しかし, 第3節のアルゴリズムでは, 例題1の場合はシグナルを出し, 例題2の場合はシグナルをださないような選択はできない.

6.2 アルゴリズムの提案

カウントシグナルを出すべきかどうか自律的に判断するためのアルゴリズムを提案する. [アルゴリズム2]

プレイヤーPがとりうる行動の候補の集合をMとしたとき, つぎのようにして一つの行動(つぎに出すカード)を決定する.

[ステップ1] それまでのビッドおよびプレイと矛盾しないようにカードをくばり, プレイヤーPから見たディールの集合D(P)を作る.

[ステップ2] 各ディールd ∈ D(P)ごとに, つぎの手順で, 各行動m ∈ Mを選んだらどのような結果になるか評価してスコアs(m,d)を計算する.

[ステップ2-1] 各ディールd ∈ D(P)ごとに, それまでのビッドおよびmを含むプレイと矛盾しないようにカードをくばり, 他の2人のプレイヤーA, Bの立場から見たディールの集合D(A,m,d), D(B,m,d)を作る.

[ステップ2-2] 3つのディールd ∈ D(P), d_a ∈ D(A,m,d), d_b ∈ D(B,m,d)の組ごとに, 行動m ∈ Mを選んだ結果として得られるスコアs(m,[d, d_a, d_b])をダブルダミーで計算する. ただし, プレイヤーP, A, Bはそれぞれディールd, d_a, d_bを仮定して行動を選択するものとする.

[ステップ2-3] 各ディールd ∈ D(P)について[d, d_a, d_b]の全て(n個)に対する平均値s(m,[d, d_a, d_b])/nを求め, これをs(m,d)とする.

[ステップ3] s(m,d)が最大となるような行動mを選ぶ.

6.3 カウントシグナル発信の実験

例題2に, ここで提案したアルゴリズムを適用した場合にはつぎのようになる.

[ステップ1] Westから見たディールの集合D(West)の例を図7に示す.

[ステップ2] 各ディールd ∈ D(West)={d₁, d₂, d₃, d₄}ごとに, つぎの手順で, 各行動m ∈ M={C8, C2}を選んだらどのような結果になるか評価してスコアs(m,d)を計算する(明らかに損をするS_Jと, S₈と同じ偶数シグナルにもちいるS₅は説明を簡単にするために省略した).

[d₁に関するステップ2-1] まず, ディールd₁ ∈ D(West)について, それまでのビッドおよびmを含むプレイと矛盾しないようにカードをくばり, 他の2人のプレイヤーから見たディールを作る. Southの立場から見たディールの集合D(South, C8, d₁), D(South, C2, d₁)の例を図8に, Eastの立場から見たディールの集合D(East, C8, d₁), D(East, C2, d₁)の例を図9に示す.

[s(C8,[d₁, d_{s81}, d_{e81}])に関するステップ2-2] 3つのディールd₁ ∈ D(West), d_{s81} ∈ D(South, C8, d₁), d_{e81} ∈ D(East, C8, d₁)について, 行動C8 ∈ Mを選んだ結果として得られるスコアs(C8,[d₁, d_{s81}, d_{e81}])をダブルダミーで計算する. ただし, プレイヤーWest, South(ダミーであるNorthの代理を含む), Eastはそれぞれディールd₁, d_{s81}, d_{e81}を仮定して行動を選択するものとする. 図10の左半面に示すように, Westはd₁における評価値(図の3段の数値の上段)が最大になる行動を選択し, Southはd_{s81}における評価値(図の3段の数値の中段)が最小になる行動, Eastはd_{e81}における評価値(図の3段の数値の下段)が最大になる行動を選択する.

各状態(節点)で選択権のあるプレイヤーは決まっているので, 他のプレイヤーの評価値は選択された行動にしたがって自動的に決まってしまう. 図10でC8がプレイされた場合には, Southはd_{s81}を仮定してCTでのフィネスを選択し, s(C8,[d₁, d_{s81}, d_{e81}]) = -600となる.

[s(C2,[d₁, d_{s21}, d_{e21}])に関するステップ2-2] 同様に, 3つのディールd₁ ∈ D(West), d_{s21} ∈ D(South, C2, d₁), d_{e21} ∈ D(East, C2, d₁)につ

いて、行動 C2 M を選んだ結果として得られるスコア $s(C2, [d_1, d_{s21}, d_{e21}])$ をダブルダミーで計算する。図中の * は、そのディールにはありえない行動に対応し、評価値が定義されないことを示す。選択は定義された評価値の間でなされる。図 10 右半面に示すように、South は d_{s21} を仮定して CA, CK, CQ をとるので、 d_1 では West の CJ がとれ $s(C2, [d_1, d_{s21}, d_{e21}]) = 100$ となる。

[その他に関するステップ 2 - 2] 同様にして、いくつかの組合せについて評価する。

$$s(C8, [d_1, d_{s82}, d_{e82}]) = -600 \quad (\text{図 11})$$

$$s(C2, [d_1, d_{s22}, d_{e22}]) = -600 \quad (\text{図 11})$$

$$s(C8, [d_1, d_{s83}, d_{e83}]) = -600$$

$$s(C2, [d_1, d_{s23}, d_{e23}]) = 100$$

$$s(C8, [d_1, d_{s84}, d_{e84}]) = -600$$

$$s(C2, [d_1, d_{s24}, d_{e24}]) = -600$$

[d_1 に関するステップ 2 - 3]

$$s(C8, d_1)$$

$$= \{s(C8, [d_1, d_{s81}, d_{e81}]) + s(C8, [d_1, d_{s82}, d_{e82}]) + s(C8, [d_1, d_{s83}, d_{e83}]) + s(C8, [d_1, d_{s84}, d_{e84}])\} / 4$$

$$= (-600 - 600 - 600 - 600) / 4 = -600$$

$$s(C2, d_1)$$

$$= \{s(C2, [d_1, d_{s21}, d_{e21}]) + s(C2, [d_1, d_{s22}, d_{e22}]) + s(C2, [d_1, d_{s23}, d_{e23}]) + s(C2, [d_1, d_{s24}, d_{e24}])\} / 4$$

$$= (100 - 600 + 100 - 600) / 4 = -250$$

[その他に関するステップ 2 - 3]

$$s(C8, d_2) = (100 - 600 - 600 - 600) / 4 = -425$$

$$s(C2, d_2) = (100 + 100 - 600 + 100) / 4 = -75$$

$$s(C8, d_3) = (-600 - 600 - 600 - 600) / 4 = -600$$

$$s(C2, d_3) = (-600 - 600 - 600 - 600) / 4 = -600$$

$$s(C8, d_4) = (-630 - 630 - 630 - 630) / 4 = -630$$

$$s(C2, d_4) = (-600 + 100 + 100 - 600) / 4 = -250$$

[ステップ 3]

$${}_d s(C8, d) = -600 - 425 - 600 - 630 = -2255$$

$${}_d s(C2, d) = -250 - 75 - 600 - 250 = -1175$$

よって C2 を出すことを選択することになる。

7. おわりに

コンピュータブリッジにカウントシグナルを実装する方法について述べた。制約論理プログラム言語をもちいればカウントシグナルを理解するプログラムを比較的容易に作ることができる。そして、シグナルが味方の利益にな

るか敵の利益になるか評価して実行するアルゴリズムを提案した。本論文では、カウントシグナルを出すべきかどうかを自律的に判断することを対象としたが、このアルゴリズムがより一般的な場合にも適用できることを念頭において設計した。著者は先にディセプティブプレイを可能にするために、2人のプレイヤーから見たゲーム木の評価を提案した⁵⁾。本論文では、より一般的に(ダミー以外の)3人のプレイヤーから見たゲーム木の評価を導入し、敵のみならず味方とのコミュニケーションの効果を計算に入れた。実際のハンドを用いたプログラムによる模擬試合の結果からも自律的な判断が有効であることがわかった。

謝辞 Eclipse の使用を許可して下さった

Imperial College の PARC に感謝いたします。

参考文献

- 1) Frank I.: Search and planning under incomplete information: A study using Bridge card play, Springer-Verlag in the Distinguished Dissertations Series (1998).
- 2) 上原貴夫: コンピュータブリッジ, 人工知能学会誌, Vol.16, No.3, pp. 385-392 (2001)
- 3) Ginsberg M. L.: GIB: Steps toward an expert-level bridge-playing program, IJCAI-99 (1999).
- 4) 安藤剛寿, 小林紀之, 上原貴夫: コンピュータブリッジのビッドにおける協調と競合, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J83-D-I, No. 7, pp.759-769 (2000)
- 5) 小林紀之, 上原貴夫: コンピュータブリッジによるディセプティブプレイ, 情報処理学会論文誌, Vol.43, No.10, pp.3056-3063 (2002)
- 6) 桜井恒夫: ディフェンスのシグナルとカードプレイ, エスアイビー・アクセス (1998)
- 7) Bird D. and Smith M.: Defensive Signaling, Master Point Press, Toronto (2001)
- 8) Eclipse: <http://www.icparc.ic.ac.uk/eclipse/>
- 9) 小田和友仁, 上原貴夫: 不完全情報ゲームにおける並列処理, 情報処理学会, ゲーム情報学研究会(2003)
- 10) GIB: <http://www.gibware.com/>
- 11) MicroBridge: <http://www.threeweb.ad.jp/~mcbridge/>

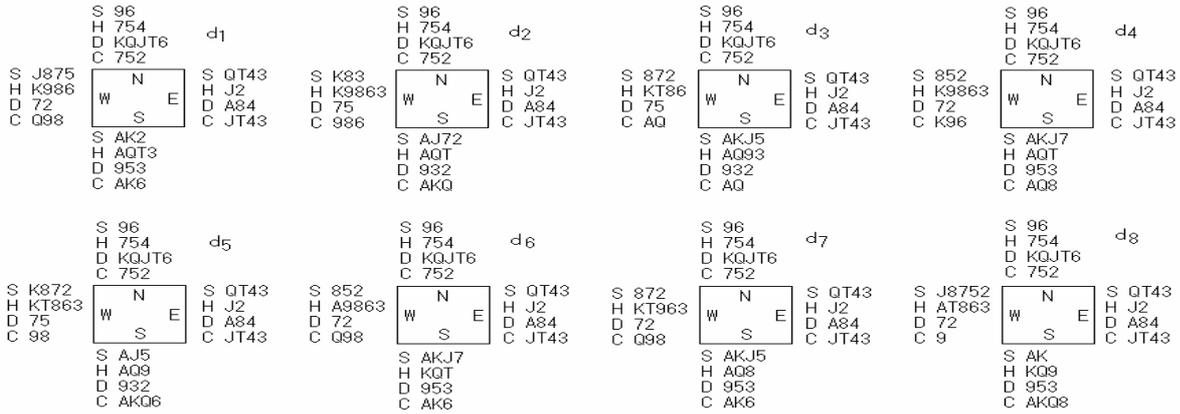


Fig. 4 A Set of deals generated from standpoint of East
 図 4 Eastから見たディールの集合

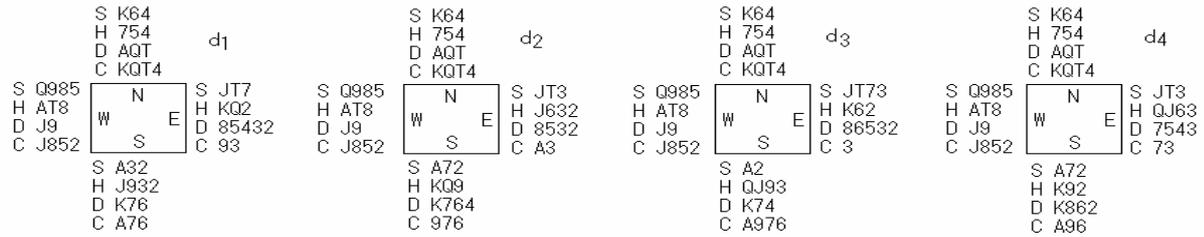


Fig. 7 A set of deals generated from standpoint of West
 図 7 Westから見たディールの集合

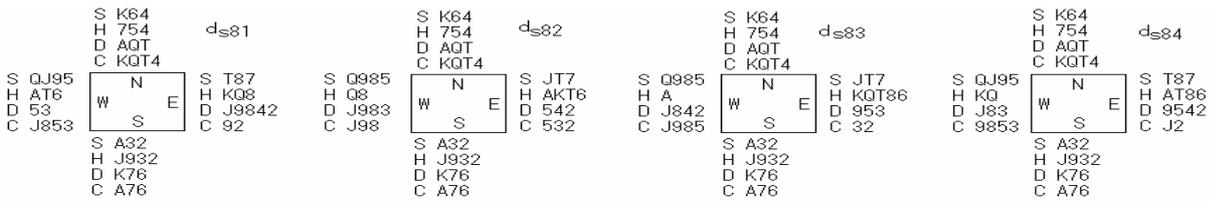


Fig. 8 Sets of deals generated from standpoint of South (South's hand is the same as that in the deal d_1)
 図 8 Southから見たディールの集合 (a) Westがクラブ8を出した後 (b) Westがクラブ2を出した後

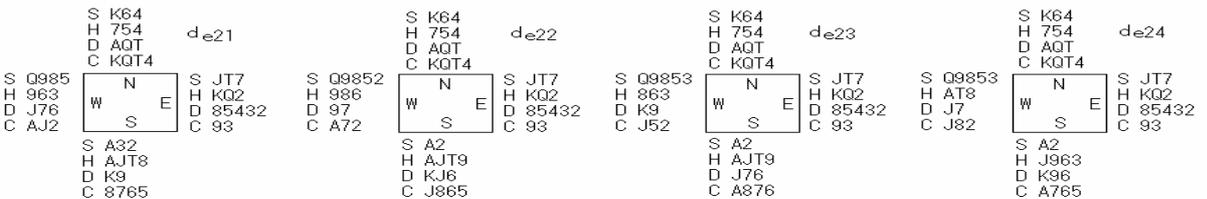
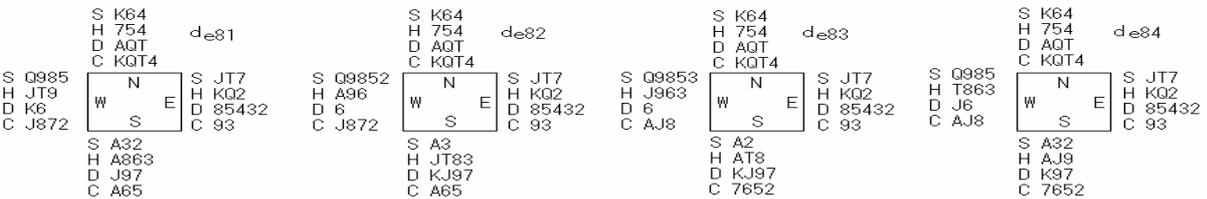


Fig. 9 Sets of deals generated from standpoint of East (East's hand is the same as that in the deal d_1)
 図 9 Eastから見たディールの集合 (a) Westがクラブ8を出した後 (b) Westがクラブ2を出した後

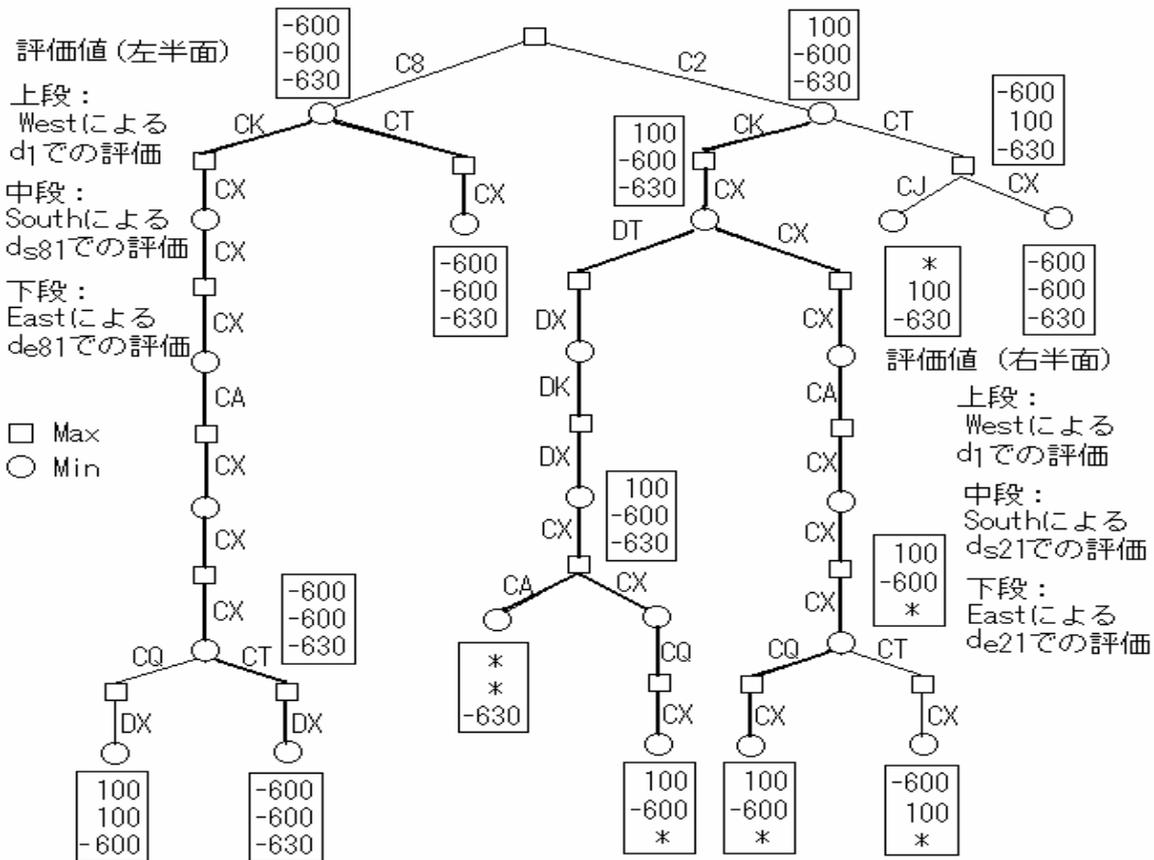


Fig.10 An example of evaluation
図 10 ゲーム木探索における評価

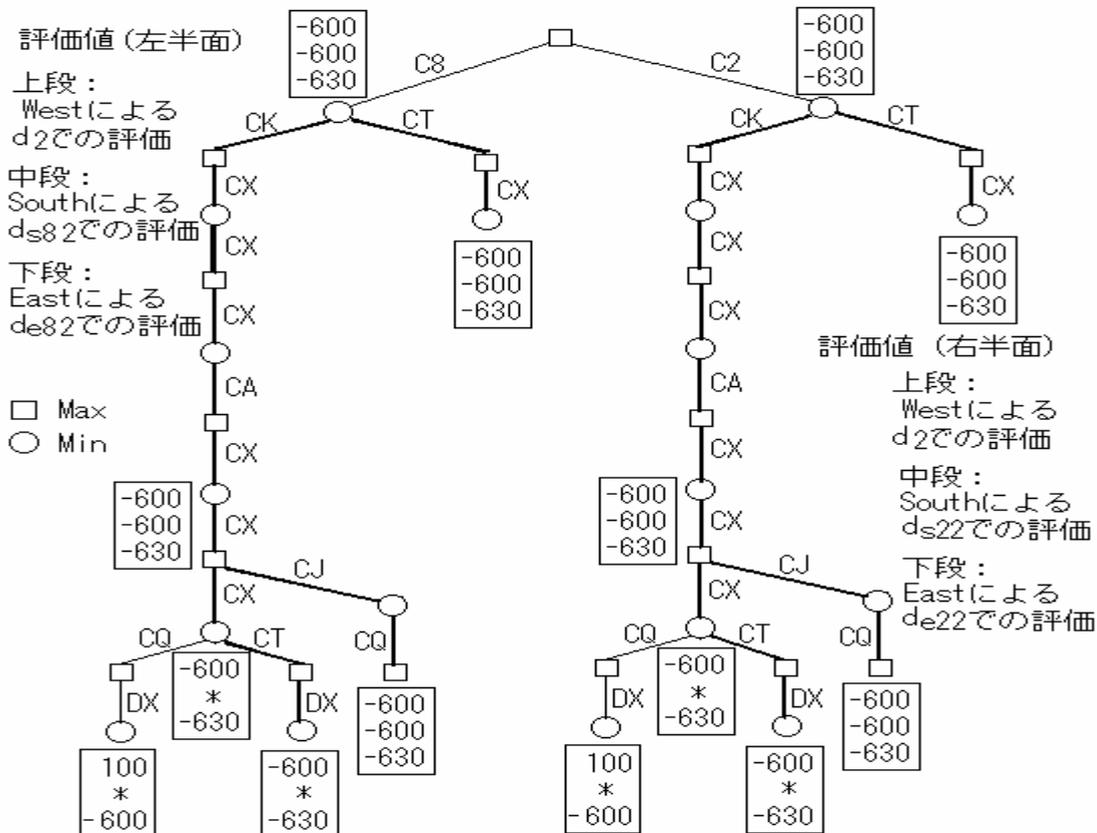


Fig.11 Another example of evaluation
図 11 ゲーム木探索における評価の例