

琵琶・三味線のさわり機構について

- 支持端形状を変えたときの弦振動の時間領域シミュレーション

On the 'sawari' mechanism in the Biwa and Shamisen

—Time-domain simulations of string vibration affected by the boundary geometry

藤瀬 明子[†], 吉川 茂[‡]

FUJISE Akiko and YOSHIKAWA Shigeru

[†]j99441@edu.kyushu-id.ac.jp [‡]shig@kyushu-id.ac.jp

〒 815-8540 福岡市南区塩原 4 丁目 9-1

九州芸術工科大学 音響設計学科

Dept. of Acoustic Design, Kyushu Institute of Design

4-9-1 Shiobaru, Minami-ward, Fukuoka 〒 815-8540, Japan

概要

さわり部分での完全非弾性条件（衝突後はね返り無し）を前提として、差分方程式による時間領域シミュレーションを行った。拘束条件として、3種類のさわりモデルを用意した。得られた結果は、さわりの形状が楽器音の立ち上がりと減衰に大きな影響を与えることを示唆した。計算法としては既存の手法と比べて効率が悪く、また物理的な厳密さにも欠けるが、さわり形状と初期条件に着目した比較が可能である。今後改良を重ねることによって拘束条件による弦振動の非線形性を調べるための手がかりとしたい。

1 はじめに

1.1 さわり機構について

琵琶や三味線などの楽器は、弦の片端あるいは途中に波の伝搬を妨げる機構（さわり）を持ち、独特の音色を生み出す。似た原理の機構は、世界各地の民族楽器に多く見られる。

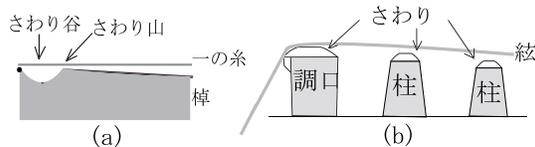


図.1 さわり機構 (a):三味線,(b):筑前琵琶

1.2 これまでのアプローチ

過去に、さわり音の音響分析や、限られた条件での数学的な解析解の導出、物理モデル由来のデジタルフィルタによる楽音合成、などのアプローチがされている [1, 2, 3, 4, 5, 6]。

2 今回用いた手法

2.1 位置づけ

本研究のシミュレーションは (1) 理想的な弦、(2) 変位は鉛直方向のみ、(3) さわりと反対側の片端での完全反射（片端固定）、(4) さわり部分での完全非弾性条件（衝突後はね返り無し）

を前提とする差分方程式による時間領域シミュレーションである。より条件を広げた時間領域シミュレーションは既に行われているが、ここではさわり形状に特化して、その他の条件を単純にしている。

2.2 計算方法

図.2のように、初めから離散化された質点系を考えることにする。質点の間は理想的な弦でつながっているものとする。

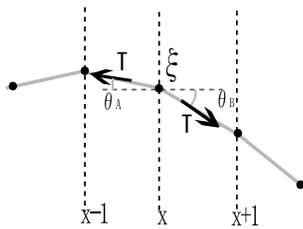


図.2

x 軸を水平方向、 y 軸を鉛直方向に置く。張力 T は変位によって変わらず弦の方向に沿って一定とする。 θ_A, θ_B はそれぞれ質点の両側で弦方向と水平方向のなす角度とする。

弦上の x 番目の点に両側から働く張力の y 方向成分は、上向きを正の向きとして $T \sin \theta_A, -T \sin \theta_B$ となる。弦の加速度を a とするとニュートンの運動方程式より

$$T \sin \theta_A - T \sin \theta_B = \mu a \quad (\mu: \text{弦の線密度}) \quad (1)$$

である。

y 軸方向変位を ξ とおき、時刻 $t+1$ での変位 $\xi(x, t+1)$ を過去の変位で表すことを考える。計算の際、張力と線密度は無次元化する。すなわち、位相速度 $c = \sqrt{T/\mu} = 1$ とし、横波の伝搬において $(x+1) - x = c[(t+1) - t]$ が成り立つとする。

位置 x 、時刻 t での変位、速度、加速度をそれぞれ $\xi(x, t), v(t), a(x, t)$ とおくと

$$\begin{aligned} \xi(x, t+1) &= \xi(x, t) + v(x, t+1) \\ &= \xi(x, t) + v(x, t) + a(x, t+1) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで $v(x, t)$ には時間平均差分 $\xi(x, t) - \xi(x, t-1)$ を用い、加速度 $a(x, t+1)$ には時刻 t での式 (1) を用いることにすれば (時刻 $t+1$ で適用するとこのまま解くことができないため) 式 (2) より

$$\begin{aligned} \xi(x, t+1) &= \xi(x, t) + \xi(x, t) - \xi(x, t-1) \\ &\quad + \sin \theta_A(t) - \sin \theta_B(t), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\sin \theta_A(t) = \frac{\xi(x-1, t) - \xi(x, t)}{\sqrt{1 + \xi(x-1, t) - \xi(x, t)^2}}$$

$$\sin \theta_B(t) = -\frac{\xi(x+1, t) - \xi(x, t)}{\sqrt{1 + \xi(x+1, t) - \xi(x, t)^2}}$$

と表せる。

さわりの物理的性質を、ここでは完全非弾性としている。そこで、時刻 t から $t+1$ の間でさわりに衝突した場合の変位には

$$\xi(x, t+1) = f(x) \quad (f(x): \text{さわりの表面の } y \text{ 方向位置}) \quad (4)$$

を用いる。

2.3 利点と問題点

2.3.1 物理モデルとの対応

さわりの形状と初期変位を任意に設定できる。式 (3), (4) をいじることによって、先行研究と同様に空気摩擦や弦の熱損失による減衰項も入れることができる。また、張力 T を変位 ξ の関数として設定すれば大きな変位にも対応し、和楽器の激しい奏法とさわりの関係も今後考えることができる。

2.3.2 計算上の問題

膨大な計算量を必要とし、楽音合成には向かない。物理モデル上も、変位が小さく両端が固定されている場合は非効率である。また、 x 方向の離散化点数によって適用周波数範囲が限られる。

3 結果

3.1 プログラミング環境と条件

3.1.1 環境

プログラムの作成、実行は MATLAB 環境で行った。計算の際、 x 方向の要素点は 401 点で、時間点数は 96001 点まで行った。データの保存の際、 x 方向の要素点は 101 点、時間点数は 19201 点に減らした。

3.1.2 条件

さわりモデルは (A) 無し、(B) 1点での接触 (三味線のさわり山) (C) 傾斜面 (三味線の調口、一部の琵琶の柱) (D) 放物面 (琵琶の調口や柱、シタールのブリッジ) の4種類で行った [図.3 参照]。今回与えてみた変位は中央で静止状態から放すものである。

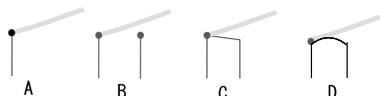


図.3 さわりモデル:(A) さわりなし,(B) 点接触,(C) 傾斜さわり,(D) 放物面さわり。

3.2 結果例

以降示す図で、さわりモデル3種についてはさわりの幅 (点接触さわりの場合、端からの位置) を弦長の 1/10 としている。

3.2.1 弦のアニメーション

初期変位を与えてから、40000 点前後の弦全体の動きを図.4 に示す。(A) の場合、理想的な固定端条件のため、初めと同じ振動が崩れずに続く。(B) の点接触では、極端な拘束条件のために乱れが大きい。(C) の傾斜さわりでは、初めは急激な波形変化と減衰が起こっているが、両側を固定端にしたため約 6000 点目以降は同じ振動が図のように繰り返される。(D) の放物面さわりで、周期を重ねるうちに右回りの1個の角が出現する。これはヴァイオリンにおけるヘルムホルツ波の折れ曲がりに対応している。減衰することがヘルムホルツ波と異なる。この点は文献 [1] に記述されている。(図.4)

3.2.2 端の加速度の時間波形

図.5 は加速度の時間波形である。基本的に x 方向の 396 点目 (弦のさわり側の終端付近) の加速度を取っているが、放物面のみさわりの中央位置の加速度を取っている。これは周期が進むにつれて波が終端まで届かなくなるためである。

(A) のさわりなしモデルでは変位波形が三角波のため加速度波形はパルス状になる。(B) の点接触では持続するノイズ波形が見られる。(C)

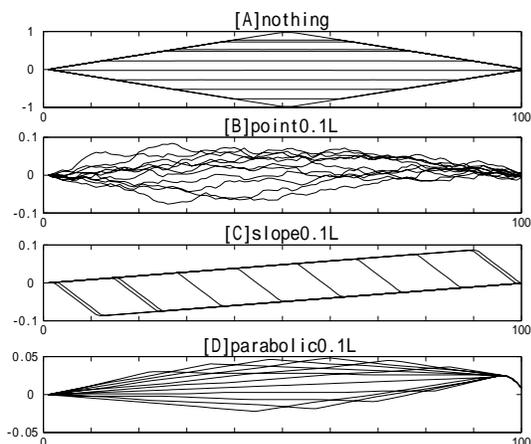


図.4 弦全体の動き:(A) さわりなし,(B) 点接触,(C) 傾斜さわり,(D) 放物面さわり。

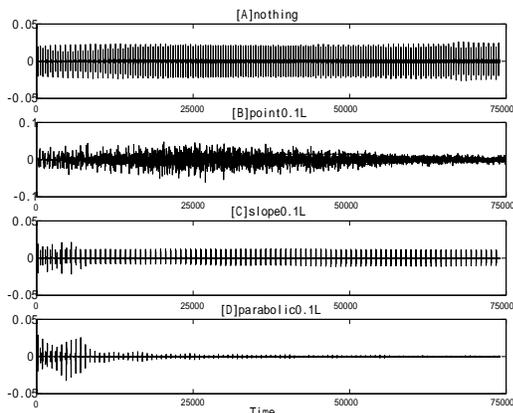


図.5 端の加速度の時間波形:(A) さわりなし,(B) 点接触,(C) 傾斜さわり,(D) 放物面さわり

の傾斜さわりではパルス状の波形になるが、初めの 6000 点前後の波形変化がグラフにも表れている。(D) の放物面さわりで同様に初期の波形変化がグラフに表れる。減衰は他のモデルより急激で大きい。

3.2.3 端の加速度のスペクトログラム

同じ取り方で、加速度のスペクトログラムを示した (図.6)。さわり無しの場合、弦の中央ではじいたため奇数次倍音成分が欠けている。傾斜さわりと放物面さわりで、立ち上がりの過渡状態とその後の準定常状態が 6000 点前後ではっきりと分かれている。放物面さわりの場合、両者の状態は文献 [1] における 1st phase、2nd phase と対応している (図.7 参照)。1st phase は

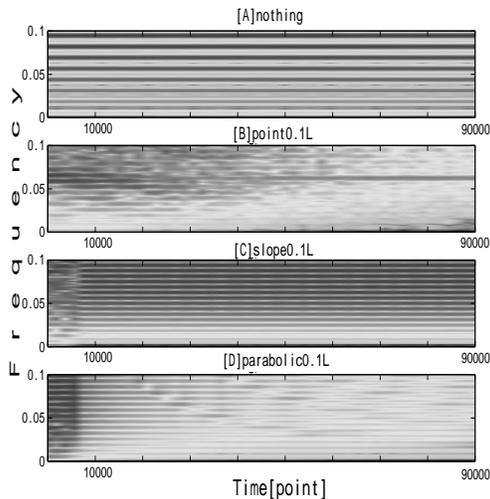


図.6 端の加速度のスペクトログラム:(A) さわりなし, (B) 点接触, (C) 傾斜さわり, (D) 放物面さわり

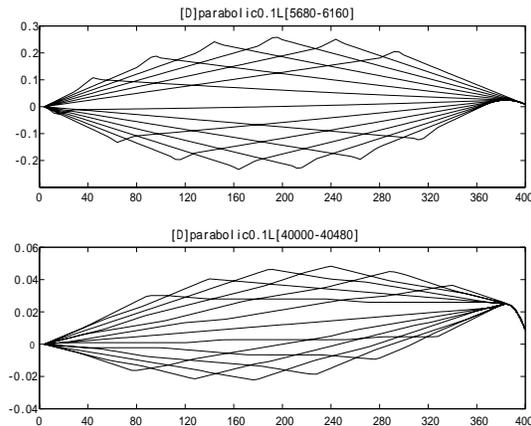


図.7 放物面さわりの弦の動き:
(上)1st phase と (下)2nd phase

さわりの終端まで波が届いている段階で、2nd phase は周期を重ねるごとに波の終端がさわり上を左に移動している段階である。

3.3 検討

3.3.1 モデルの妥当性

(B) の点接触のさわりモデルは三味線のさわり山を単純化しようと試みたモデルだが、一点だけでの接触のため極端なノイズの波形となった。さわり山のモデルには (C) の傾斜さわりを左右に張り合わせたモデルが適当であると思われる。

「さわり無し」と「曲面さわり」で、ほぼ解

析解の通りの変位波形を得たが、数百周期後に差が出た。これは張力の与え方の違いによるものと考えられる。一方、端の加速度を音信号として出力しても、現実の楽器音らしさを感じることは難しかった。楽器胴部での共振を経てからでなければ、さわりと音色との関連付けは難しい。

3.3.2 過渡状態と準定常状態の観察

傾斜面さわりと放物面さわりで、波形やスペクトログラムに急激な境目が見える。この境目の位置はさわりの幅によって異なった。境目より前を過渡状態、後を準定常状態とみる事ができる。これらはそれぞれ、楽音の立ち上がりと余韻に対応している可能性がある。

3.4 今後の可能性

3.4.1 さわりや弦の材質特性への対応

今回はさわりを变形無しでエネルギーを完全に吸収する拘束端として扱った。実際はさわりが变形・反発することで胴部にエネルギーが伝わって発音がおこり、また弦の振動も変化している。そこでさわりに弾性係数を導入して、さわり自身の表面の変位を調べたい。

また弦の剛性もここでは考えていない。導入することで、より実際の弦の振る舞いに近づけられるだろう。

3.4.2 張力の偏りへの対応

弦上の張力がどこでも一定という一般的な前提に本研究もなった。しかし弦の剛性を導入すれば、大きな初期変位を与えたときの張力は変位によって無視できないほど変わるだろう。

また天然繊維弦では位置による張力のばらつきが音色に影響を与えている可能性もある。そこで張力を変位や位置の関数として扱ったときの影響も調べたい。

3.4.3 3次元への対応

和楽器弦の糸の「撚り」は、3次元で互に影響しあう弦振動を作っていると考えられる。また、奏法を考える上でも3次元の振動シミュレーションは有効である。

4 まとめ

弦振動シミュレーションにおいて、大振幅の振動や複雑な拘束条件に対応するモデル化を試みた。

さわりの形状が、楽器音の立ち上がりと減衰に大きな影響をあたえることが、計算上示唆された。

現時点では小振幅のシミュレーションしか行っていないので、今回の手法は既存の手法と比べて回り道でしかない。

今後は初期条件を変えた計算を十分に行い、さらに弦・さわりの材質特性、張力の偏りなどを導入して、非線型な弦振動への応用の可能性を吟味したい。

参考文献

- [1] Robert Burridge, Jay Kappraf and Christine Morshedi, "The sitar string, a vibrating string with a one-sided inelastic constraint," *SIAM J.Appl.Math* **42**,1231-1249,1982.
- [2] Cumhur Erkut, Matti Karjalainen, Patty Huang, and Vesa Välimäki, "Acoustical analysis and model-based sound synthesis of the kantele," *J.Acoust.Soc.Am.* **112**,1681-1691,2002.
- [3] Giuseppe Cuzzucoli and Vincenzo Lombardo, "A physical model of the classical guitar, including the player's touch," *Computer Music Journal* **16**,52-69,1992.
- [4] 安藤繁雄、山口公典, "三味線音の音響的性質について," *日本音響学会誌* **39** 433-443, 1983.
- [5] 田口友康、藤内祥正(鶴了), "筑前琵琶のさわりの音響解析," *音楽音響研究会資料* MA 99-59,pp7-14,1999.
- [6] 田口友康, "部分的に片側変位拘束を受ける弦の振動" *音楽音響研究会資料* MA 00-8,pp15-20 ,2000.
- [7] Edward.C.Carterrette,Kathryn Vaughn, and Nazir A.Jayrabhoy, "Perceptual,Acoustical,and Musical Aspects of the Tambura Drone," *Music Perception* , **7**,75-108,1989.
- [8] N.H.Fletcher and T.D.Rossing, *The Physics of Musical Instruments* 2nd ed., Springer,New York,1998.
- [9] 吉川茂、藤田肇, *基礎音響学—振動,波動,音波* (講談社サイエンティフィック,2002)
- [10] Julius Orion Smith III Home Page, <http://www-ccrma.stanford.edu/jos/>