コンピュータと教育　10－23
(1990. 4. 26)

教授方略に基づく学習課題系列化法 [1]

Task Sequencing Method based on Teaching Strategy

コヒーレンスとポテンシャル概念の導入

Introduction of Coherence and Potential Concepts

竹谷　誠
Makoto Takeya
拓殖大学工学部
Faculty of Engineering, Takushoku University

あらまし　二次元の教材構造から一次元的に学習課題を系列化するには、生徒が学習していく過程で、混乱や負荷をできる限り軽減できるようにとくに配慮しなければならない。そのためには、構成した系列が論理的な流れ、脈絡の通った流れでなければならない。本稿では、その点を考慮して、コヒーレンス (脈絡性 :Coherence) という概念を提案する。また、その指標として合前提性と合目標性という指標を導入する。また、既存の基礎性と下位性の指標を総称してポテンシャル (潜在性 :Potential) と命名し、これら 4 つの指標間の関係を考察し、その結果を手がかりにした系列化法を提案する。さらにその方法の特徴、利用効果にも言及する。

1.はじめに

構造化された教材をもとにして、授業展開のために一次元的に学習課題を配列するための方法は、学習課題の系列化法と呼ばれている。この系列化法として、沼野のコースアウトライン (指導順序) 決定法 [1] がよく知られており、最近では赤堀・清水が学習課題の系列化シミュレーション [2][3] を提案し注目されている。

本稿で提案する方法は、新しい教授方略に基づく学習課題の系列化法に関するものである。先行研究の系列化法の問題点を考察し、新しい概念に基づく系列化法を提案するのが本稿の目的であり、戦略的課題系列化法 (Strategic Task Sequencing Method)、略して STS 法と命名する。学習課題の系列化においては、生徒が学習していく過程で、混乱や負荷をできる限り軽減できるようにとくに配慮しなければならない。そのためには、構成した系列が論理的な流れ、脈絡・筋道の通った流れ、系統的な配列でなければならない。本稿では、その点を考慮して、新たにコヒーレンス (脈絡性 :Coherence) という概念を導入する。また、コヒーレンスを高める教授方略を進めるための基準として、合前提性と合目標性という系列化の指標を提案する。前者は既に学習した脈絡を重視した系列化の指標であり、後者はこれから学習する脈絡を重視した系列化の指標である。さらに、既存の基礎性と下位性の指標を総称してポテンシャル (潜在性 :Potential) と命名する。本稿では、コヒーレンスとポテンシャルの概念をもとに、教授方略を組み立てる方法を提案する。すなわち、これら 4 つの指標間の関係を考察し、その結果を手がかりにした系列化法を提案する。さらにその方法の特徴、利用効果にも言及する。

2.教材構造と教授方略

(1) 教材構造の定式化

まず、教材構造から学習課題を系列化するときに用いる記号をまとめておく。

・教材 M: たとえば、ひとつの単元のように、対象とする特定の教材を M で表わす。M は次に示す学習課題の集合 T と学習課題間の順序関係 E で定義される。

M=(T,E)

・学習課題 T: 教材 M が、N 個の学習課題 (また

は学習目標)$T=\{T_1, T_2, \ldots, T_n\}$ によって構成されるものとする。

・学習課題の順序関係 E: 学習課題 T_i から T_j へ順序が成り立つ。$T_i \Rightarrow T_j$ ここで、順序とは論理的、あるいは経験的に決められる学習課題間の前後関係や前提目標関係を意味する。ここで、T_i は T_j の下位課題、T_j は T_i の上位課題という。従って、系列化においては、その順序を保存して配列しなければならない。すなわち、$T_i \Rightarrow T_j$ が成り立つ場合には、系列上 T_i を先に配置して、しかる後に T_j を配置しなければならない。

また、どの学習課題とも順序が成り立たない学習課題は存在しないものとする。すなわち、どの課題とも独立な課題は存在しない。換言すると、いずれの学習課題も他の学習課題と少なくともひとつ以上順序関係がある。なお、強連結が成り立つ順序関係はないものとする。現実には、$T_i \Rightarrow T_j$ かつ $T_j \Rightarrow T_i$、あるいは $T_i \Rightarrow T_j$、$T_j \Rightarrow T_k$、$T_k \Rightarrow T_i$ ように強連結関係も想定できうるが、教授順序という観点からはいずれかの関係を予め一方向に決定することにより排除することができる。従って、以下の議論では、強連結となる順序関係はないものととして議論を進める。

・教材 M のグラフ表記 (学習課題間の順序関係のグラフ表記)G:

$G=(T,E)$

教材は学習課題 T をノード、順序関係 E を有向枝 (アーク) で表現する有向グラフで表現される。

・教材 M のマトリクス表記 (学習課題間の順序関係のマトリクス表記)X:

$X=[x_{ij}]$ $(i,j=1,2,\ldots,N)$

ここで、$x_{ij} = 1$ $T_i \Rightarrow T_j$ が成り立つ

0 $T_i \Rightarrow T_j$ が成り立たない

通常、X は隣接マトリクスと呼ばれている。一般に、正方マトリクス W を、

$W=[w_{ij}]$ $(i,j=1,2,\ldots,N)$

と表わしたとき、W の転置マトリクスを W^T と表記する。特に、W の対角マトリクスを W_D と表記することとする。すなわち、対角要素は W のそれらに一致し、それ以外の要素は 0 である。

また、W の各要素の平方根からなるマトリクスを $W^{\frac{1}{2}}$ で表わす。

$W^{\frac{1}{2}}=[w_{ij}^{\frac{1}{2}}]$

さらに、全要素が 1 の正方マトリクスを J、単位マトリクスを $I(=J_D)$ でそれぞれ表わす。全要素が 1 の列ベクトルを 1 で表わす。

・学習課題間の順序に関する可到達関係のマトリクス表記 R:

$R= (X+I)^k=(X+I)^{k+1}$

ここで k はべき数を表わす。

$R=[r_{ij}]$

ここで、$r_{ij}=$ 1 $T_i \rightarrow T_j$ が成り立つ

0 $T_i \rightarrow T_j$ が成り立たない

$T_i \rightarrow T_j$ は、T_i から T_j へ可到達であるという。すなわち、グラフ G 上でいくつかの有向枝を経由 T_i から T_j へ到達可能であることを意味する。このとき、T_i から T_j へ到達するまでに経由した有向枝の最小数を T_i から T_j への距離という。なお、R は可到達マトリクスと呼ばれている。

・前提課題と目標課題 : 当該の学習課題に対して、その課題と直接的ないし間接的に順序関係にある下位の課題を当該課題の前提課題という。T において、任意の $j(\neq i)$ に対して $T_j \rightarrow T_i$ が成り立つとき、T_j を T_i の前提課題という。逆に、その課題と直接的ないし間接的に順序関係にある上位の課題を当該課題の目標課題という。T_i において、任意の $j(\neq i)$ に対して $T_i \rightarrow T_j$ が成り立つとき、T_j を T_i の目標課題という。T_i の前提課題の集合を $Sp(T_i)$、T_i の目標課題の集合を $So(T_i)$ と表わす。また、$Sp(T_i)$、$So(T_i)$ の要素数 (課題数) を $N[Sp(T_i)]$、$N[So(T_i)]$ と表わす。

・初期前提課題と最終目標課題 : 当該教材 M の学習課題の内、その教材の教授前に既に学習を終了し、生徒が到達しているとみなされる課題を初期前提課題という。下位に順序関係のある課題をもたない課題である。また、当該教材の最終の目標行動を学習する課題を最終目標課題という。最終目標課題はひとつのことが多いが、複数個あってもよい。

(2) 学習課題系列と教授方略の定式化

つぎに一次元に配列した学習課題の系列を表記しよう。

・学習課題系列の表記 T:

$T=(T_1,T_2,\ldots,T_n)$

指導案は $T_1,T_2,\ldots,T_n$ の順に配列され、授業もこの順に時系列化されるものとする。系列 T において、$i<j$ のとき、$Ti<Tj$ と表わすこととする。系列 T は、次の条件を満足するように系列化しなければな

らない。

$Ti \rightarrow Tj$ ならば $Ti<Tj$ が成り立つ

$Ti<Tj$ ならば $Tj \rightarrow Ti$ が成り立たない

・ステップ：課題系列において、学習課題から次の学習課題への推移をステップという。ステップは (T_i, T_{i+1}) (i=1,2,…,N) と表記される。

二次元に配列されている教材構造から一次元系列を構成するためには、学習が円滑に進められるようにある方策が必要であり、これを教授方略と呼ぶ。Fを教授方略とすると、系列化は次のように定式化できる。

$T=F(\mathrm{M})$

この方略を組み立てる際の指標として、先行研究では、基礎性 [1]、下位性 [2]、連続性 [1]、応用性 [1]、関連性 [2] などが提案されている。

3.コヒーレンスとポテンシャルの概念

(1) 先行研究の考察

①沼野の研究は、論理分析という教材構造から系列化をはかるための方法をはじめて提案したという点で画期的である。しかし、学習課題間の脈絡性には着目していなっかた。

②一方、赤堀らの研究は2つの課題間の関連性を導入している点注目に値する。しかしながら、著者自ら述べているように、基礎性、下位性、関連性のうち、系列化に関連性が強く影響している。この帰結は、定義から明らかなように、これら3者を同等に扱っていないことにある。関連性の中に基礎性、下位性の特性が混在していることによる。また、基礎性、下位性と関連性との関係が充分考察されていない。

③関連性は、可到達な課題間のみ定義されている。現実には、可到達でない課題間にもなんらかの関連性があると考えるのが自然である。

④さらに、赤堀らの特性ベクトル、特に関連性を考慮した特性ベクトルの物理的意味が不明瞭である。

⑤最後に、赤堀らの提案する特定の系列から教授方略を推定する方法は教材全体に対する推定である。指導案作成や具体的な指導に役立てるためには、個々のステップがどのような方略のもとになされたかを推定する方がより重要である。

(2) コヒーレンスとポテンシャルの考え方

本論で提案する方法の特徴は、生徒が学習していく上での混乱や負荷をできる限り軽減できるような学習課題の系列化をはかることを実現している点と系列におけるステップ間のギャップの要因を明らかにし、系列や個々のステップの吟味や考察を可能としている点である。

系列化の段階では、構成した系列が論理的な流れ、筋道の通った流れ、系統的な配列でなければならない。すなわち、論理的な飛躍や系統からの逸脱がなるべく少ない系列を構築しなければならない。そこで、新たにコヒーレンスの意義がある。理路整然とした一貫性のある学習系列であること、必然的なつながりをもった学習系列であることを志向するという意味を表わすために、コヒーレンスと命名したわけである。

また、コヒーレンスを高める教授方略を進めるための基準として、合前提性と合目標性という系列化の指標を提案する。

一方、先人の教授方略に関する基本的原則を整理すると以下のように整理できる [1]。

- 易しい内容から難しい内容に
- 簡単な内容から複雑な内容に
- 基本的な内容から応用的な内容に
- 具体的な内容から抽象的な内容に

これらの原則には、いずれも教材構造の中での相対的な位置によって決定するもので、しかもその学習課題特有の特性である。著者は、これらの概念を総称して、ポテンシャルと命名したわけである。すなわち、ポテンシャルは当該の学習課題がもっている固有の潜在的位置を意味する。本論文では、ポテンシャルの指標の代表として、基礎性 [1] と下位性 [2] を採用する。

以上の内容を整理すると、以下のようにまとめられる。

・コヒーレンス ─── 合目標性
（脈絡性） └── 合前提性
・ポテンシャル ─── 基礎性
（潜在性） └── 下位性

4.教授方略の指標の定式化

(1) コヒーレンスに基づく教授方略の指標

・合前提性：先述のように、系列内の各ステップに着目したとき、なんらかの脈絡・つながりをもっていることが望ましい。まずはじめに提案

する合前提性の概念は、そのふたつの課題が共通にもっている前提課題が多い程、両者のつながりが深いと解釈する考えに基づいている。前提課題を共有していればいるほど、系列において近接すべきであり、そのための指標である。そこで、ふたつの課題へ共通して可到達な課題の数をもって、次式で合前提性(前提共有性)を定式化しよう。

$$Y=R^{T}R \qquad [1]$$

$Y(=[y_{ij}])$を合前提性(前提共有性)マトリクスと命名する。ここで、y_{ij}は学習課題TiとTjへ可到達な学習課題のうち共通する課題の数である。また、Yを正規化して合前提性指数マトリクスΠとPを定義する。Πは教材全体のなかでの定量化であるのに対してPは二つの課題という局所化されたなかでの正規化である。

$$\Pi=\frac{1}{N}\cdot Y \qquad [2]$$

$\Pi=[\pi_{ij}]$とすると

$$\pi_{ij}=\frac{1}{N}\cdot(N[Sp(T_i)\cap Sp(T_j)])$$

一方

$$P=Y_D^{-\frac{1}{2}}YY_D^{-\frac{1}{2}} \qquad [3]$$

$P=[\rho_{ij}]$とすると、

$$\rho_{ij}=\frac{N[Sp(T_i)\cap Sp(T_j)]}{\sqrt{N[Sp(T_i)]\cdot N[Sp(T_j)]}} \qquad [4]$$

ここで

$$N[Sp(T_i)\cap Sp(T_j)]=\sum_k r_{ki}r_{kj}$$
$$N[Sp(T_i)]=r_{\cdot i}$$
$$N[Sp(T_j)]=r_{\cdot j}$$

である。

なお、もともと初期前提課題であった課題間の合前提性指数については、定義からは0となる。これに関しては、次のような別の対処の方法がある。ひとつは、初期前提課題間の指数値を設定する方法で、たとえば利用者に値の設定を委ねる方法である。それぞれの初期前提課題間のつながり程度から総合的に判定するアプローチである。あるいは、次のように設定する。すなわち、ふたつの初期前提課題間の指数ρ_{ij}を

$$\rho_{ij}=\underset{j,k}{\mathrm{Max.}}(\rho_{ik},\rho_{ji})$$

これは、初期前提課題をまず最初に系列化することに該当する。もうひとつの方法は、初期前提課題を除いた部分で系列化を行ない、しかる後その初期課題を前提課題とする課題が最初に現われた直前に挿入する方法である。本論文の事例では0の値で処理している。

[性質1](合前提性指数の基本的性質)

① $0\leqq\rho_{ij}\leqq 1(0\leqq\pi_{ij}<1)$

$\rho_{ij}=\rho_{ji}(\pi_{ij}=\pi_{ji})$

$\rho_{ii}=1(i=1,2,\dots,N)$

が成り立つ。とくに、

② $\rho_{ij}=0\ (\pi_{ij}=0)\Leftrightarrow$ $T_k\rightarrow T_i$かつ$T_k\rightarrow T_j$であるT_kが存在しない。

③ $\rho_{ij}=1\Leftrightarrow$ $T_k\rightarrow T_i$かつ$T_k\rightarrow T_j$である$T_k(i,j\neq k)$が存在し、しかも$T_k\rightarrow T_i$または$T_k\rightarrow T_j$の一方のみが成り立つT_kが存在しない。

(証明)略

・合目標性:合目標性は、ふたつの課題が共通にもっている目標課題が多い程、両者の脈絡が深くつながっていると解釈する考えに基づいている。前提共通性が下位に着目しているのに対して、合目標性は上位に着目している。目標課題を共有していればいるほど、系列において近接すべきである、という観点にたつ指標である。そこで、ふたつの課題から共通して可到達な課題の数をもって、合目標性を定式化する。すなわち、合目標性(目標共有性)を次式で定義する。

$$Z=RR^{T} \qquad [5]$$

Zを合目標性(目標共有性)マトリクスと命名する。z_{ij}は学習課題TiとT_jから可到達な学習課題のうち共通する課題の数である。合前提性と同様に、Zを正規化して合目標性指数マトリクスΦとOを定義する。

$$\Phi=\frac{1}{N}\cdot Z \qquad [6]$$

$\Phi=[\phi_{ij}]$とすると

$$\phi_{ij}=\frac{1}{N}\cdot(N[So(T_i)\cap So(T_j)])$$

一方

$$O=Z_D^{-\frac{1}{2}}ZZ_D^{-\frac{1}{2}} \qquad [7]$$

$O=[o_{ij}]$とすると、

$$o_{ij}=\frac{N[So(T_i)\cap So(T_j)]}{\sqrt{N[So(T_i)]\cdot N[So(T_j)]}} \qquad [8]$$

ここで

$$N[So(T_i)\ So(T_j)]=\sum_k r_{ik}r_{jk}$$
$$N[So(T_i)]=r_{\cdot i}$$
$$N[So(T_j)]=r_{\cdot j}$$

である。

[性質2](合目標性指数の基本的性質)

① $0\leqq o_{ij}\leqq 1(0\leqq\phi_{ij}<1)$

$o_{ij}=o_{ji}(\phi_{ij}=\phi_{ji})$

$o_{ii}=1(i=1,2,\ldots,N)$
が成り立つ。

② $o_{ij}=0(\phi_{ij}=0)$ ⇔ $T_i \to T_k$ かつ $T_j \to T_k$ である T_k が存在しない。③ $o_{ij}=1$ ⇔ $T_i \to T_k$ かつ $T_j \to T_k$ である $T_k (i,j \neq k)$ が存在し、しかも $T_i \to T_k$ または $T_j \to T_k$ の一方のみが成り立つ T_k が存在しない。

(証明)略

・コヒーレンス性(脈絡性): 合前提性と合目標性はそれぞれ2課題間の下位共有性と上位共有性の程度を定量化している。最後にこの両者を包含した概念としてコヒーレンス性(脈絡性)を提案する。まず、次式をもって、コヒーレンス性(脈絡性)を定式化しよう。

$$V=R^TR+RR^T \quad [9]$$

$V(=[v_{ij}])$ をコヒーレンス性(脈絡性)マトリクスと命名する。ここで、v_{ij} は学習課題 Ti と Tj へ可到達かもしくは Ti と Tj から可到達な学習課題のうち共通する課題の数である。また、Vを正規化してコヒーレンス性指数マトリクスΓとCを定義する。Γは教材全体のなかでの定量化であるのに対してCは二つの課題という局所化されたなかでの正規化である。

$$\Gamma=\frac{1}{N}\cdot V \quad [10]$$

$\Gamma=[\gamma_{ij}]$ とすると

$$\gamma_{ij}=\frac{1}{N}\cdot\{(N[Sp(T_i)\cap Sp(T_j))\cup(N[So(T_i)\cap So(T_j)])\}$$

一方

$$C=V_D^{-\frac{1}{2}}VV_D^{-\frac{1}{2}} \quad [11]$$

$V=[v_{ij}]$ とすると、

$$v_{ij}=\frac{N[Sp(T_i)\cap Sp(T_j)]\cup(N[So(T_i)\cap So(T_j)])}{\sqrt{N[Sp(T_i)\cup(N[So(T_i)]\cdot N[Sp(T_j)\cup So(T_j)]}} \quad [12]$$

Vは赤堀らの関連性 [2] に一致する。

[性質 3](コヒーレンス指数の基本的性質)

① $0 \leqq v_{ij} \leqq 1 (0 \leqq \gamma_{ij} <1)$

$v_{ij}=v_{ji}(\gamma_{ij}=\gamma_{ji})$

$v_{ii}=1(i=1,2,\ldots,N)$

が成り立つ。

(2) ポテンシャルに基づく教授方略の指標

・基礎性: 基礎的な課題から応用的な課題の順に系列化するのがよい、という教授方略の原則として導入された指標である [1]。当該の課題から可到達な課題の数の大小でその指標の程度を定量化している [2]。基礎性指数ベクトルAを以下のように定義する。

$A=[\alpha_i]$

$$\alpha_i=\frac{N[So(T_i)]}{\underset{j}{Max.}N[So(T_j)]} \quad [13]$$

ところで、学習課題 T_i から可到達な学習課題数は、マトリクス $Z(=RR^T)$ の対角要素 z_{ii} である。すなわち、$z_{ii}=r_{i\cdot}$ である。そこで

$$N_M=\underset{j}{Max.}N[So(Tj)]$$

$$(=Max.z_{jj})$$

としたとき、基礎性指数を次のように対角マトリクス $C(=[c_{ij}])$ で表わすことができる。

$$C=Z_D/N_M \quad [14]$$

すなわち、$C1=A(c_{ii}=\alpha_i)$ である。

[性質 4](基礎性指数の範囲)

$$\frac{1}{n}\cdot 1 \leqq A \leqq 1 \quad [15]$$

(証明)仮定より独立課題は存在しないから、$x_{i\cdot} \geqq 1$ かつ、$Max.r_{i\cdot} \leqq N$ であるから、与式を得る。

[性質 4']

①初期前提課題の内、少なくともひとつの基礎性指数値は1である。

②すべての課題から唯一の最終目標課題に可到達であるときのみ、当該の最終目標課題の基礎性指数値は 1/N である。

(証明)略

・下位性: 下位性は、下位の課題から上位の課題の順に系列化すれば、学習が円滑に進められる、との原則に則っている。下位性は、当該の課題へ可到達な課題の大小でその指標の程度を定量化している [3]。学習課題 T_i へ可到達な課題数により、下位性指数を以下のように定義する。ここで注意を要するのは、当該の課題数が増加すれば下位性は低くなり、逆に減少すれば下位性は高くなる。そこで、下位性指数ベクトルBを以下のように定義する。

$B=[\beta_j]$(ベクトル)

$$\beta_j=\frac{Min.N[Sp(Tj)]}{N[Sp(Tj)]}=\frac{Min.x_{\cdot j}}{x_{\cdot j}} \quad [16]$$

ところで、学習課題 Tj へ可到達な学習課題数は、マトリクス $Y(=R^TR)$ の対角要素 yjj である。すなわち、$Y(=[y_{ij}])$ の対角要素 $y_{jj}=x_{\cdot j}$ である。そこで

$$N_m=Min.\,y_{ij}$$

としたとき、下位性指数を次のように対角マトリクス $D(=[d_{ij}])$ で表わすことができる。

$$D = N_m Y_D^{-1} \quad [17]$$

すなわち、$D1=B(d_{ij}=\beta_j)$である。

[性質 5](下位性指数の範囲)

$$\frac{1}{N}\cdot 1 \leqq B \leqq 1 \quad [18]$$

(証明)略

[性質 5']

①初期前提課題の下位性指数値は1である。

②唯一の初期前提課題からすべての課題に可到達であるときのみ、当該の最終目標課題の下位性指数値は1/Nである。

(証明)略

5.教授方略の指標間の関係解析

(1) 基礎性と下位性の関係

[性質 6](基礎性と下位性の関係)

① $\beta_i=1$ のとき、 $\frac{1}{N-1} \leqq \alpha_i \leqq 1$

② $\frac{1}{N} < \beta_i < 1$ のとき、

$$\frac{1}{N-1} \leqq \alpha_i \leqq \frac{N\beta_i - 1}{(N+1)\beta_i - 1} \quad [19]$$

③ $\beta_i = \frac{1}{N}$ のとき、 $\frac{1}{N} \leqq \alpha_i \leqq \frac{1}{2}$

(証明)略

本性質より、α_iとβ_iとの関係を図1に示す。本図はN=10の場合である。また、図中に典型例を同時に示す。

最も基礎性も高く、かつ上位性も最も高い課題は、一次元に課題が配列されたときの最終目標課題である。逆に、最も基礎性も低く、かつ上位性も最も低い課題は、一次元にもしくは多次元に課題が配列されたときの、最終目標課題までの距離が最も長い初期目標課題である。

他方、基礎性が極端に高く、かつ上位性が極端に高い課題は存在しない。しかし、その条件に近い課題は、図1の右下に示す課題である。逆に、基礎性が極端に低く、かつ下位性が極端に高い課題も存在しない。その条件に近い課題は、図1の左上に示す課題である。

なお、性質からも明らかなように、課題数Nを増加すると基礎性指数と下位性指数の取り得る範囲は増大する。すなわち、Nの増加にともなって、β_iは限りなく0に近づくし、α_iの最大値は1に限りなく近づくし、最小値は限りなく0に近づく。

(2) 合前提性と基礎性との関係

次に、合前提性、合目標性と基礎性、下位性との関係を考察しよう。まず、次の性質を得る。

[性質 7](合前提性と基礎性との関係)

$$P \leqq \mathrm{Min.}(C^{-\frac{1}{2}}JC^{\frac{1}{2}}, C^{\frac{1}{2}}JC^{-\frac{1}{2}})(\leqq J) \quad [20]$$

(証明)合前提性指数マトリクス $Y(=R^TR)$ は、次の不等式を満足する。

$$Y \leqq \mathrm{Min.}(Y_DJ, JY_D)$$

従って、合前提性指数マトリクスPは、次式で示される。

$$P = Y_D^{-\frac{1}{2}}Y_DY_D^{-\frac{1}{2}}$$

$$\leqq \mathrm{Min.}(Y_D^{-\frac{1}{2}}Y_DJY_D^{-\frac{1}{2}}, Y_D^{-\frac{1}{2}}JY_DY_D^{-\frac{1}{2}})$$

$$= \mathrm{Min.}(Y_D^{\frac{1}{2}}JY_D^{-\frac{1}{2}}, Y_D^{-\frac{1}{2}}JY_D^{\frac{1}{2}})$$

ところで、$Y_D^{\frac{1}{2}}$は、式[]($C=N_mY_D^{-1}$)より

$$Y_D^{\frac{1}{2}} = N_m^{\frac{1}{2}}C^{-\frac{1}{2}}$$

であるから、

$$Y_D^{\frac{1}{2}}JY_D^{-\frac{1}{2}} = C^{-\frac{1}{2}}JC^{\frac{1}{2}}$$

$$Y_D^{-\frac{1}{2}}JY_D^{\frac{1}{2}} = C^{\frac{1}{2}}JC^{-\frac{1}{2}}$$

よって、

$$P \leqq \mathrm{Min.}(C^{-\frac{1}{2}}JC^{\frac{1}{2}}, C^{\frac{1}{2}}JC^{-\frac{1}{2}})$$

$(C^{-\frac{1}{2}}JC^{\frac{1}{2}})$と$(C^{\frac{1}{2}}JC^{-\frac{1}{2}})$とは逆数の関係にある。

従って、

$$\mathrm{Min.}(C^{-\frac{1}{2}}JC^{\frac{1}{2}}, C^{\frac{1}{2}}JC^{-\frac{1}{2}}) \leqq J$$

(証明終)

この性質は、合前提性が基礎性と密接な関係があることを示している。2つの課題T_iとT_jの合前提性指数ρ_{ij}の上限値が、当該課題の基礎性指数の比の平方根であると解釈することができる。すなわち、T_iとT_jの基礎性指数をそれぞれα_iとα_jとしたとき、

$\alpha_i > \alpha_j$ のとき、$\rho_{ij} \leqq \sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_i}}$

$\alpha_i \leqq \alpha_j$ のとき、$\rho_{ij} \leqq \sqrt{\frac{\alpha_i}{\alpha_j}}$

2つの課題TiとTjの基礎性の程度が近接すればするほど、合前提性の程度は高くなりうる。逆に、両者の基礎性の程度が隔たれば隔たるほど、合前提性の程度は高くなりえない。ポテンシャル(基礎性)がかけ離れた課題間を系列のステップとしたときには、脈絡性は低く抑えられることを意味している。

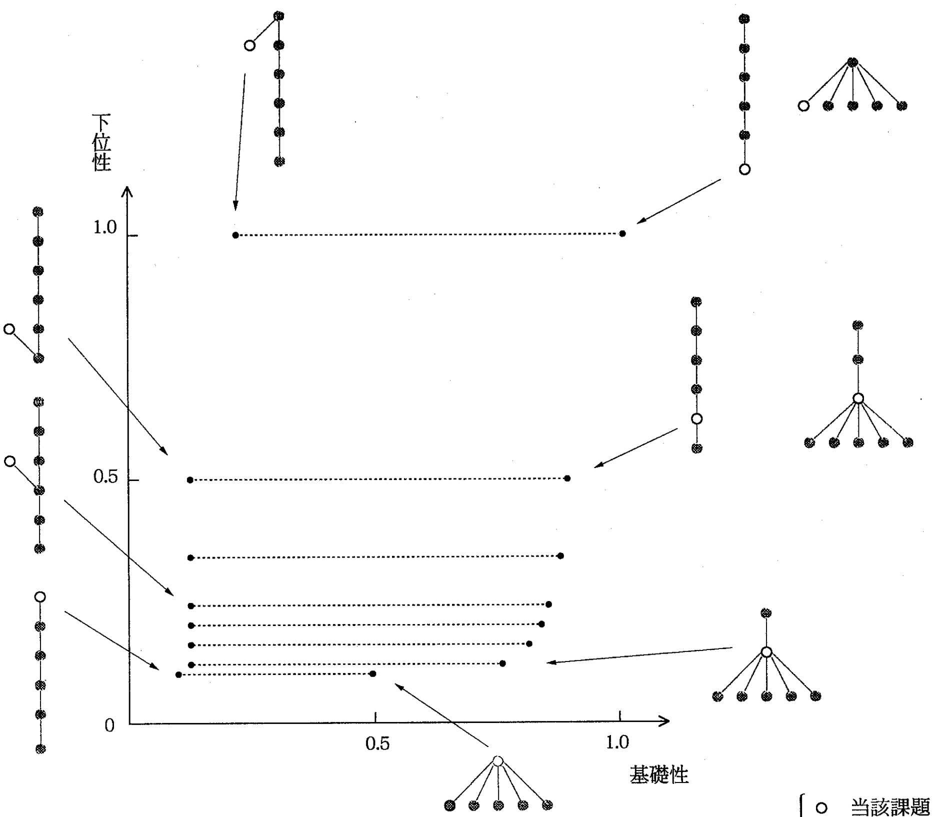

図1 基礎性指数と下位性指数との関係 （N=10, N_m=1）

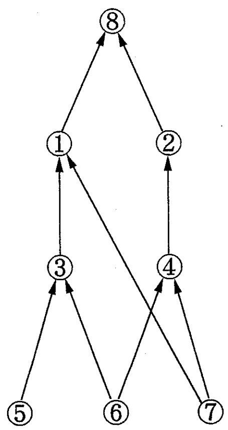

図2 教材構造グラフの事例

表1 構成された系列の比較

指標	系列	赤堀の方法による対応
下位性	（5 6 7）（3 4）2 1 8	4、5、7、8、9
基礎性	6 7 5（3 4）2 1 8	3、4、5、6
合前提性	（5 7）6 4 2 3 1 8	
	（5 7）6 3 1 4 2 8	
	（5 6）3 1 7 4 2 8	
	（6 7）4 2 5 3 1 8	1
合目標性	（6 7）4 2 5 3 1 8	1
	5 6 3 7 1 4 2 8	

(3) 合目標性と下位性の関係

[性質 8](合目標性と下位性の関係)

$$O \leqq \mathrm{Min.}(D^{-\frac{1}{2}} J D^{\frac{1}{2}}, D^{\frac{1}{2}} J D^{-\frac{1}{2}})(\leqq J) \qquad [21]$$

(証明)性質 6 の証明と同様であるので割愛する。この性質は、合目標性が下位性と密接な関係があることを示している。2つの課題 T_i と T_j の合目標性指数 o_{ij} の上限値が、当該課題の下位性指数の比の平方根であると解釈することができる。すなわち、Ti と Tj の下位性指数をそれぞれ β_i と β_j としたとき、

$\beta_i > \beta_j$ のとき、$o_{ij} \leqq \sqrt{\dfrac{\beta_j}{\beta_i}}$

$\beta_i \leqq \beta_j$ のとき、$o_{ij} \leqq \sqrt{\dfrac{\beta_i}{\beta_j}}$

2つの課題 T_i と T_j Ti と Tj の下位性の程度が近接すればするほど、合目標性の程度は高くなりうる。逆に、両者の下位性の程度が隔たれば隔たるほど、合目標性の程度は高くなりえない。ポテンシャル(下位性)がかけ離れた課題間を系列のステップとしたときには、脈絡性は低く抑えられることを意味している。

(4) 脈絡性と合前提性・合目標性の関係

コヒーレンス性(脈絡性)と合前提性・合目標性との関係を考察する。次の性質を得る。

[性質 9](合目標性と下位性の関係)

① $\Gamma = \Pi + \Phi$

② $C \leqq \mathrm{Min.}(P+O,1)$

6.事例とまとめ

最後に、以上提案した課題系列化法の特徴を図 2([1][2]) の事例で示そう。なお紙面の都合でアルゴリズムは稿を改めて詳述する。

本例の合前提性、合目標性、基礎性、及び下位性それぞれの指標に基づく系列を構成したのが表 1 である。括弧内の課題は任意の順であることを意味する。

本方法の特徴は、基本的な教授方略として、コヒーレンスとポテンシャルの概念を導入するところにある。これらを中心に、本発表を整理すると以下のようにまとめることができる。

①コヒーレンス(脈絡性)を高める教授方略の基準量として、合前提性と合目標性という系列化の指標を新提案した。特に、合目標性指数は、可到達でない2つの課題間でもこの指数の値が大きいときには、それら課題を連続させることの意義があることを主張するものである。すなわち、同じ目標をもっている課題は互いが可到達でなくても系列上近くに配置すべきであるとの論拠による。

②ポテンシャル(潜在性)の低い順に学習系列を構成した方が理解を高めるのを助けるという、原則に従った考えである。ポテンシャルを表現する指数として、既発表の2つの指数、基礎性指数と下位性指数を選定し、それら2つの関係を定量的に考察している。

③コヒーレンスで用いる指数とポテンシャルで用いる指数間の関係を解析し明らかにした。これら指数を同一の平面上で議論している。これら指標間に特定の重みを付けずに解釈することが重要であるとの主張に基づいている。

④指導案や教科書の並びに関する分析への応用:③の結果は、任意の系列において、そのように配置した根拠が何によっているかを、ステップ単位に考察することができる。教師が、指導案や教科書の並びを観察して、各ステップがどのような意思決定で配列していったかを推定するのに本提案の方法を活用することができる。

⑤指導案作成時の意思決定支援:各ステップごとの指導方略を反映した学習課題系列を求めることができる。教授方策を構築する際に有益な情報を提供することができる。たとえば、意図通りの教授方略に則れなかったステップを発見し、それに対する教授方策を立案・検討することができる。

本報告では、コヒーレンスとポテンシャルの基本的な考え方を中心に、脈絡性を考慮した課題系列化法の指標を提案した。次回は、具体的な系列化法を提案する。

参考文献

[1] 沼野一男 (1976):「授業の設計入門」, 国土社.

[2] 赤堀侃司・清水康敬 (1989):「教授方略モデルによる学習課題の系列化シミュレーション」, 信学技報, ET89-70, pp.19-24.

[3] 赤堀侃司・清水康敬 (1989):「学習課題の系列からの教授方略モデルの推定」, 教育工学研資 JET89-5, pp.35-42.