

SPIDER開発を通して見たディジタル 画像処理アルゴリズムの現状 (3)

——エッジと線の検出——

坂根 茂幸 田村 秀行

(電子技術総合研究所)

1. はじめに

エッジや線の検出は、画像処理研究の中でも最も基本的かつ重要なテーマの一つであり、これまでに数多くのアルゴリズムが提案されている。我々の開発したサフルーナン・パッケージSPIDER^[1]には、このうちのいくつか代表的なものが収録されているが、本稿ではこの開発経験をもとにエッジと線の検出方法全般を概観してみる。

この分野のサーベイとしては既に、長尾・金出による優れた解説^[2]があり、これは1972年頃までの文献を扱っている。文献[3]では、'76年頃までについてカラーエッジ検出や拘束条件の利用の観点からエッジ検出手法を整理している。この他に[4]があり、'74年までの主要な手法の解説があるが、引用されている文献数は少ない。

本稿では、文献整理に主眼をおいて'79年末までに発表されたものを対象とした。尚、[2]以降だけでもかなりの数になるので、古いものは代表的なものだけにし、応用や総合的処理の一部としてエッジ・線の検出法に触れているものは極力省いた。また、領域法による境界抽出やテクスチャー・エッジの検出は、本シリーズの別稿で扱うので、本稿の文献リストに入っていない。

2. エッジ・線検出法の最近の動向

エッジまたは線の定義やその検出の意義については、一般的な教科書^{[5]~[7]}の解説に譲るが、数多くの検出法は次のように大別できるであろう。

(1) 局所的なオペレータで、エッジ

または線を構成すると考えられる候補点、即ちエッジor線要素(以下単に要素と呼ぶ)を検出するもの。

(2) こうして得られた要素マップは、ノイズ成分を含んでいるので、これを除き滑らかな線出力を得るための方法。

エッジ検出結果は線として表現されるので、(2)はエッジについても線についても同じである。(2)はさらに、

(a) ノイズ成分を除き、強い要素や長い線を構成する要素のみを強調するようなフィルタリング操作。

(b) さらに長く滑らかな線出力を得るために要素を結合させる処理。

に分けられる。

微妙なエッジ・線の検出とノイズに対する強さはトレードオフであり、可能な方法を求めるより、上のように要素の検出と後処理による整形に分けて考える傾向にある。また、(2)だけを扱う論文も多くなっている。

この他に文献[2]以降の目立った動向としては、以下のような点があげられる。

- ・ 違いに着目するエッジ法と均一性に着目する領域法に分けて考えることが多くなった。意味情報を必要とするようなobjectの境界抽出は領域法が盛んで、エッジ法はsignalレベルのsimpleなものが良く使われる。
- ・ 目立った新しいエッジ検出法のアイデアは少なく、これまでの有効な手法の拡張や一般化が多い。(例えば Hueckelオペレータ, Hough変換, heuristic searchによる追跡等。)

- ・一方、simpleな差分オペレータもどれなりの利用価値が見直され、新しいマスクの提案等の多様化の反面、整理や意味づけも活発である。
- ・いくつかの比較研究が行なわれ、定量的評価もされたが、評価基準・対象画像の一般性などで問題が多い。

3. 各種アルゴリズムの分類

2.で述べたような目的による大別に加え、手法の点からも各種アルゴリズムを分類してみる。

3.1. 要素の検出

ここでは要素の検出をどのような問題として設定するかという観点で、(1)最も基本的な空間微分的考えに基づく差分型オペレータ、(2)局所領域内にエッジモデルを仮定してこのパラメータを求めるモデルフィット法、そして(3)ノイズを含めて統計理論的あるいは信号理論的な取り扱いをするアプローチ、の3つに分ける。

3.1.1. 差分型オペレータ

局所領域内の画素間の明るさの差を測るという基本的考え方で計算の容易さから最も広く使われている。一次微分ではRoberts^[8]、Prewitt^[12]、Sobel^[13] (図1)、二次微分のLaplacianなどが良く知られる。差分マスクの重みづけには、ガウス分布を使うもの^[9]などもあるが、Brooks^[34]は例えば3×3の窓で平面を理想エッジにあてはめて、距離を最小にする評価から既述オペレータの重みを説明している。

8個の差分型マスクを用意して最大出力値からエッジ値・方向を得るいわゆるテンプレート型オペレータには、Prewitt^[12]、Kirsch^[14]、Robinson^[30]がある。

空間微分の一つの問題はノイズに敏感な点であるが、局所領域内の平均値の差分を使うもの^{[11][15][17][19]}や近傍の2次微分の分布をみるもの^[10]がある。

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

S_x

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

S_y

図1.

Sobelオペレータ^[13]
gradient mask

またramp状エッジの検出性能を改善するために、gradientとLaplacianを併用したもの^[21]や、 $\pm$ 方向の2次微分の最大値を使うpseudo Laplacian^[36]が提案されている。

Frei and Chenのアプローチ^[29]では9個の直交する特徴基底ベクトルを使用し、エッジサグ空間への射影角を求めてしきい値処理を行っている。実験結果によれば微妙なエッジの検出などの効果があったとしている。

この他にRangeフィルタ^{[18][33]}領域内の明るさ分布を評価するもの^[20]、近接したステップエッジを扱ったもの^[23]、いろいろな演算子^[31]、マスク^[25]を使うもの、一次元データの特徴抽出として考えるもの^[28]、異なる方向差分の乗算平均をヒるもの^[35]、局所領域データのテイラー展開係数を求めるもの^[37]、Sobelオペレータの角度誤差改善を行うもの^[39]、領域法との関係を考慮したもの^[32]、その他^[24]、多数の方法がある。

線要素検出の基本はテンプレート型オペレータで、3×3、5×5^[27]、9×9^[32,40]サイズのものがあり、出力値の評価方法にはlinear, non-linear, semilinear^[22]の各方法がある。

3.1.2. モデルフィット法

エッジモデルを仮定してこのパラメータを求める方法で、Hueckelオペレータが代表的である。この方法が与えた影響は大きく、以後簡易版が作られたり理論的問題点の議論などが最近まで行われたりしている。

[41]ではエッジのみであるが、[42]では線要素の検出もできるように拡張されている。エッジモデルのパラメータは極座標フーリエ型マスクの使用で

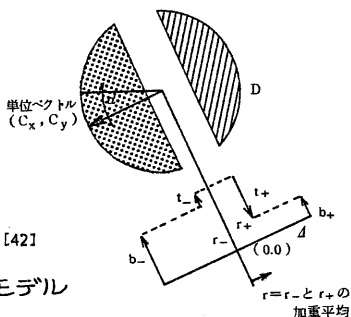


図 2.
Hueckel^[42]
のエッジモデル

解析的に求めるが、計算コストは差分型オペレータなどに比べかなり大きい。図 2 にこのエッジモデルを示す。

Mero & Vassy^{[43][44]} は 2 個の基底マスクによる簡易版を提案したが、Nevatia^[45] はこの打ち切りによるパフォーマンスの低下を指摘している。

また基底マスクに加減算だけで済む Walsh 関数を使った方法^[46]もある。

一方 Hueckel の方法の理論的な問題として、(1)連続関数のモデルに基づいていること、(2)複素解がでたときに誤差最小が保証されないこと、(3)8~9 個の基底マスクで打切った影響、などが Shaw^[111] や Abdou^[109] により議論されている。彼ら自身もディスクリートモデルに基づいた方法を新たに提案し、一定の比較実験も行っているが、あらゆる点で Hueckel の方法より優位であるかは疑問であろう。

この他にも、必要とする特徴抽出に適した基底マスクの求め方^[49]や、PSF を考慮したステップエッジモデルに基づく方法^[47]などがある。

3.1.3. 統計・信号理論的アプローチ

最も単純には周波数領域で high pass フィルタをかけることによるエッジ検出もここに入るが、ここであげる方法の多くはノイズのモデル化を含めて、統計的あるいは信号理論的なアプローチでエッジ検出を行うものである。

Griffiths^{[49][50]} は統計的決定の立場でエッジのある確率を求めたが、これに

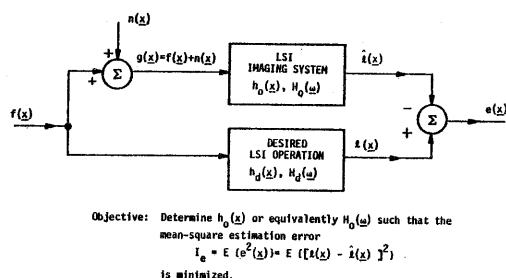


図 3. Modestino, Fries^[54] のフィルタリングモデル

ついで Davis^[41] の解説が詳しい。

Modestino & Fries^[54] は、図 3 のように原画像 $f(x)$ にノイズが加算されているモデルに基づき、全体のオペレーション H_d が Laplacian になるようなシステム H_o を求めた。これは最小二乗誤差の評価からウィナーフィルタとなり最終的には 2 次元再帰フィルタで実現している。

この他にも、推定問題として扱ったもの^{[51][52]}、仮説検定を行うもの^[55]、周波数領域フィルタ^[55] などがある。

この種の方法では理論的側面を重視するより実用的でない場合が多く、実用にたえる方法の開発が課題であろう。

3.2. 線分の強調

2. でも述べたように要素検出の結果は良好でない場合が多く、ノイズ成分を除き、強い要素や長い線分を構成する要素を強調するようなフィルタリング操作が必要である。ここでは画像空間における要素の接続関係を基にした強調と、普通 transform method などと呼ばれる線分のパラメータ空間における強調とに分ける。

3.2.1. 画像空間での強調

iterative な処理として強調しつつエッジ検出を行う方法として [57] [58] がある。エッジ方向に対して垂直な方向に隣接する要素の大小関係を調べて小さい方を除く non-maximum suppression (例えば [15]) は、最も簡

単な強調である。小さいサイズの要素検出オペレータの限界をカバーするために、ある程度大きい領域に対して線検出オペレータをかける方法^[56]もある。

さらに iterative な処理で、画像の global な状況を反映させる relaxation による方法^{[59][60][61][62]}があるが、これについては [63] のサーベイがある。

また、Hueckel 等 3.1 で述べた方法のあるものは、この強調プロセスを独立させず、やや大きい目のオペレータを用いて、ノイズ抑制や長い線の強調を implicit に実現しているといえる。

3.2.2. パラメータ空間での強調

検出したい線があらかじめ限定されていれば、その線のパラメータ空間に要素を写像してこの空間でクラスタリングを行い、強調することができる。Hough変換^[64]がルーツである。Duda & Hart^[66]は直線を θ, ρ のパラメータで表わせ、 $\theta - \rho$ 平面にカウントを行って直線を定め、O'Gorman & Clowes^[71]はさらにエッジの方向を利用すると共に、カウント値にエッジの強度を使った。

Perkins & Binford^[67]は積木のシーンの解析に、Dudani & Luk^[75]は屋外シーンに適用している。

直線以外にも円検出^{[65][69]}、放物線^[72]、楕円^[73]の検出などが行われた。曲線の場合にはパラメータの数も増加するため、例えば [69] では円がパラメータ空間でも円に写像されるので gradient の方向を利用してカウントの効率化をはかっている。

この他、テンプレート・マッチングとの関係^{[68][74][80]}やノイズの問題を含めた解析^{[70][73][77][78][81][82][83]}が数多く行われている。[84] では gradient 方向の分布からエッジ算の特徴抽出を行っている。また、transform method のサーベイとして [76] がある。パラメータ空間におけるクラスタリングの方法について、一般性のあるものはまだない。

3.3. 要素の結合

要素の結合は普通 edge linking, following, tracing, tracking などと呼ばれる。以下ではグラフサーチ問題として考える方法と、それ以外の結合方法とに分けて概観する。

3.3.1. グラフサーチによる結合

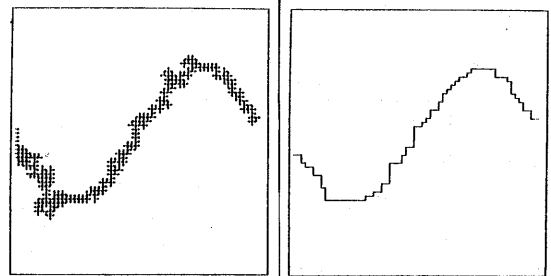
検出したい要素のシーケンスに関する知識・拘束条件を一定の評価関数としてうめ込み、グラフサーチの問題として考える方法で、heuristic search を中心として数多くの改良が行われた。

Montanari^[85]は dynamic programming で最適 path を求めたが計算コストが大きい欠点があった。Chen & Fu^[87]は depth first search を行い×線写真の境界線抽出に適用した。

Martelli^{[86][90]}は DP と graph search の等価を論じ heuristic search を使って計算コストの改善を行った。

Ramer^{[88][89]}は Montanari や Martelli が明るさの画像データ内で直接エッジを search しているのに対して、あらかじめエッジ要素検出オペレータをかけ、その出力結果に対して heuristic search を行っている。

Ashker & Modestino^[94]はエッジアルゴリズムを使い評価関数には明るさの差分や path の曲率と共にあらかじめ求めたプロトタイプの線との一致度を導入した。



(a) search の対象となった候補点 (b) 検出された線

図 4. Martelli の方法 (SPIDER ルーチン実験例より)

Elliot & Cooper^{[92][95][96]} はエッジをエッジをマルコフ過程でモデル化し、pathの評価に maximum likelihood を使用した。

また谷内田他^[97] は線セグメントに対して Locus search を行うと共に、拘束条件の記述が容易なシステムを作った。この他にも [93][98] がある。

graph search では、search の効率化と評価関数の決め方が課題であろう。図 4 に SPIDER で作成した Martelli の方法のルーチンの実験例を示す。

3.3.2. その他の結合方法

graph search 以外の方法には様々な種類のものがある。

Nakagawa & Rosenfeld^[104] は、しきい値処理で領域境界を求め、差分型オペレータで検出されたエッジ要素の中で、ほぼこの境界と一致するものについて結合を行った。

Milgram^[105] は 'convergent evidence' の考えに基づき、エッジ要素に対していくつかのしきい値処理を行い、生成される path の集合の中で出現頻度が最も高い点（頻度が等しい場合は連結性の評価が高いもの）を結合していく方法をとっている。

Nevatia & Babu^[106] は、要素の検出、強調、結合までの一通りの処理を提案した。5×5 のサイズで 30° きざみ 6 方向のテンプレートマスクでエッジ要素を検出し、non-maximum suppression による細線化としきい値処理を行い、8 隣接点の連結を調べる簡単な方法を結合を行っている。

この他にも、あらかじめエッジの方向についてグループ分けをしてから結合する方法^[102] や、検出された線要素の pair について merge コストを計算し、画面中で最小コストの pair を毎回とりだして結合する方法^[103] などがある。

また、3 次元シーンアナリシスでもエッジ追跡が使われており^{[99][100][101]}

[100] では high level な知識を活用してあるべき線の位置を予測してエッジ線を抽出する方法が行われた。

3.4. その他の話題

いわゆる画像のピラミッド構造化によるアプローチも普及した。これは、始めから最高 resolution の画像に対して処理せず、粗い画像に対する処理を併用しながら全体の効率を上げる方法である。古くは Kelly^[114] が顔写真の輪郭抽出に荒い画像による plan を用いた。Tanimoto^[115] は 2ⁿ で小さい画像を作り、ピラミッド構造の効果を解析した。この他に [116][117] がある。

カラー画像に対するエッジ検出も久く行なわれた。^{[118][119][120]} これに関しては [3] の解説に詳しい。Nevatia^[121] は Hueckel オペレータを、Robinson^[122] は compass gradient^[123] をそれぞれカラー画像に拡張している。

また、医用画像処理では CT の普及などから 3 次元エッジ検出も行われつつある。差分型オペレータを使ったもの^[123]、stereo pair から立体像の境界追跡をしたもの^[124]、最適な平面を求めるもの^[125] などがある。

この他にも、差分型オペレータなどの比較的簡単なアルゴリズムを中心にハードウェア化が進行しつつある。

4. 比較研究

種々のエッジ検出オペレータが開発されるのに伴い、使う立場からはどのオペレータの性能が良いのかということが当然問題となろう。エッジ要素の検出に関しては、70 年代後半にいくつかの比較研究が行われているのでここで紹介する。（表 1 参照。）

オペレータの比較すべき性能については、Fram & Deutsch^[107] がつぎの点をあげている。

(1) エッジ方向のバイアス

- (2) ノイズのあるときの検出
- (3) 検出できる明るさの範囲
- (4) ボケたエッジの検出
- (5) 曲ったエッジの検出
- (6) 別のエッジが近くにあるときの検出
- (7) 計算速度
- (8) 必要とする記憶容量

このうち彼らの研究でとりあげているのは(2)の性能である。対象としたのは、Hueckel, Macleod, Rosenfeld のオペレータで、垂直なる3つの領域で構成されるエッジモデルにガウス分布ノイズを加えて、両側2領域のコントラストを変えて比較を行った。評価基準にはノイズの分も加わった出力に対する信号分の割合を示すパラメータ P_1 と、正しいエッジの長さに対する出力エッジの割合を示すパラメータ P_2 をエッジマップから求めた。この結果によれば、 P_1, P_2 ともに Hueckel は余り良くない。 P_1 ではコントラスト 6~18 で①Macleod (サイズ13×13) ②Rosenfeld (NMS*なし)

*注) non-maximum suppression

③Rosenfeld (NMS付き) ④Macleod (7×7) ⑤Hueckel の順に良く、18以上では③と④が入替る。このうちHueckelの結果については[108]で述べているように、オペレータのかける密度が疎だったことや、パラメータCONF, DIFFの設定値の妥当性を考え合えると余り信頼できない。

[108]では P_1, P_2 による比較をさらに拡張して、エッジ方向を傾けた場合について比較を行った。この結果では、Macleod の方が Rosenfeld の方法より方向バイアスがあるとしているが、これに対して Macleod の反論^[113]がでている。

Abdou & Pratt^[114]は7種類のオペレータについて3つの面から比較を行った。第1はエッジモデルに基づく感度解析で、実際のエッジ方向に対する出力エッジ値では、Prewitt と Sobel の square root 型およびテンプレート型が一樣な応答をする。出力エッジ方向では、Sobel が最も線形に近い応答をする。

表 1. エッジ検出オペレータの比較研究.

	Fram, Deutsch [107]	Fram, Deutsch [108]	Abdou, Pratt [110]	Shaw [111]	Bryant, Bouldin [112]
比較したオペレータ	Hueckel, Macleod, Rosenfeld	Hueckel, Macleod, Rosenfeld	Roberts, Prewitt, Sobel, Kirsch, Compass Grad., 3-level, 5-level	Hueckel, Sobel, Mero and Vassy, Hummel, Shaw	Sobel, Roberts, Gradient, Range, Frei and Chen
比較した性能	・ノイズによる検出性能の低下 ・計算コスト	・エッジ方向バイアス ・ノイズによる検出性能の低下	・エッジ方向・位置に関する感度 ・ノイズの影響	・ノイズ, ボケ, ramp 関数の重ね合せによる劣化の影響	・検出の信頼性 (総合性能) ・特定エッジの検出性能
評価基準	P_1 : 出力に対する信号分の割合. P_2 : 正しいエッジ長に対する出力エッジの割合	傾いたエッジが垂直エッジになるように rotate back し左と同様の P_1, P_2 を求める	・エッジモデルに基づく出力. ・正しい検出確率と誤検出確率 ・Pratt [7, p.497] の figure of merit	・劣化していない画像のエッジ出力に対する劣化した画像のエッジ出力比. ・エッジモデルに対する出力値の誤差	・全オペレータによる 'no edge' 決定に対する他のオペレータが同決定をしている割合. ・特定エッジとの相関
データ	vertical edge をコントラストを変え	エッジ方向を 0°, 15°, 30°, 45°, 60° と変える	vertical, diagonal edge にノイズを加える	合成した多角形画像 顔写真	航空写真の画像

第2はエッジ検出を統計的決定の立場からみた比較で、垂直および斜方向のエッジモデルにノイズを加えたときの正しく検出する確率と誤って検出する確率とを求めて比較している。この結果では、Sobel と Prewitt の3×3 オペレータが Roberts 2×2 より良い。垂直エッジでは Prewitt の方が Sobel より良く、斜方向エッジではその逆になる。3-level, 5-level オペレータはほぼ同等で Kirsch, Compass gradient より良い。Sobel, Prewitt は3-level, 5-level より良い。第3の比較は Pratt [7, p.497] の提案している簡単な figure of merit によるものである。この結果では、Prewitt, Sobel は Roberts より良い。垂直エッジについては Sobel より Prewitt の方が良く、斜方向エッジは同等である。3-level, Kirsch は Compass gradient より良い。などの評価をしている。

[109]ではマスクサイズを大きくした場合の比較、マスク中心からの距離とともに減少する重みづけの効果、そして Abdou のオペレータと Hueckel の方法との比較なども行っている。

Shaw^[111]は 'local operator' として、Sobel, Mero & Vassy, Hummel の方法、'regional operator' として Hueckel, Shaw の方法を対象に、ノイズ、ボケさらに ramp 関数の重ね合せによる劣化の影響について比較を行った。評価基準には劣化した画像のエッジ出力と原画像のエッジ出力の SN 比を用いた。比較結果では総じて regional operator が優位である、Shaw の方法は ramp の劣化に強い、などの評価をしている。

また、Bryant & Bouldin^[112]は Pratt の measure ではノイズに汚れた画像で意味はあるがエッジ検出の信頼性を評価してこれがないという見解から exclusive voting による比較を行っている。これは、対象とした6種のオペレータによる 'no-edge' の決定に対して、そのオ

ペレータが同じ決定をしている割合をみるものである。比較結果では Sobel が相対的に良い評価となった。

これらの比較研究では、それぞれ異なる評価基準・実験対象を使っており、まだ十分信頼できる比較とはなっていない。評価基準はオペレータの選択と共に新しい手法を開発していく上の指標ともなるわけで、今後の研究が必要であろう。

4. エッジ・線検出法の利用上の注意

画像は常にノイズ・ボケ等の劣化や Shading, 対象自身の構造を反映しており、既存のエッジ・線検出のアルゴリズムには、どのような状況でも完璧に目的を果たしてくれるものはない。使う側では目的に応じて取捨選択し、有機的に組合せて使うことが必要である。

図5に本稿の分類に沿ったエッジ・線検出の流れを示す。要素の検出だけで目的を果たす場合、強調により一定のフィルタリングを行う場合、結合まで行う場合、要素を検出して直ちに結合処理をする場合など、いろいろな場合が考えられる。この各 part には既存のアルゴリズムから様々なものが選択できる。また、検出から結合までの一通りの処理として扱った手法から、部分的に必要なところを取り出して使うこともできよう。

各種の手法を適用する上で問題となるのは各 part の間の interface である。

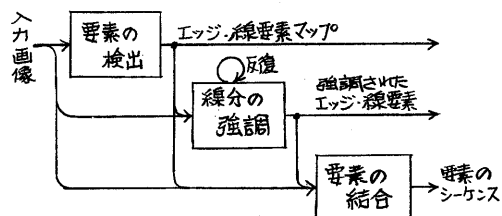


図5. エッジ・線検出処理の流れ

例えば、要素の検出オペレータのサイズはどの程度にすべきか、エッジの角度は必要な、その精度はどの程度あればよいのか、というような点は後に続く処理の requirements を含めて決められる必要がある。さらに、しきい値処理などの decision などの段階でどの様にして行うかで、結果が drastic に変わる点にも注意する必要がある。

ここで今回の SPIDER で作成したルーチンを中心に、利用する上でのいくつかの注意点をあげておく。

差分型のオペレータでは、テンプレート型の場合は、Prewitt, Sobel の x, y 方向の gradient を使うものと違ってエッジ方向が 8 方向に正規化されて出力される。また後者のオペレータでは計算を簡単にするために各方向差分の絶対値和をエッジ値にすると、当然ながら傾いたエッジで誤差を生じる。

Hueckel の方法では計算コストが大きい、オペレータをかける領域の動かし方により多少改善ができる。

表 2. SPIDER のエッジ線検出ルーチン

SPIDER SUBROUTINES	
name	function
EGRB	: Roberts operator
EGPW	: Prewitt operator
EGSB	: Sobel operator
EGKS	: Kirsch operator
EGRS	: Robinson operator
EGLP	: Laplacian operator
EGFC	: Frei & Chen operator
EGHU	: Hueckel operator
EGMV	: Mero & Vassy operator
EIKV	: iterative edge/line detection (Kasvand)
ETDH	: Hough transform (Duda & Hart)
ETOC	: Hough transform (O'Gorman & Clowes)
EFMA	: heuristic search method (Martelli)

Hough 変換では 2 次元ヒストグラムをとるので、計算コストが大きい。また θ - ρ の分割数はクラス形成に大きく影響を及ぼす。

Martelli の方法では、明るさのデータに直接 search を行い、search の開始点とゴールの点の指定が必要である。さらに評価関数の各項係数を始め多くのパラメータ指定があり、この値は結果に大きく影響する。

この他にも、様々な注意事項があるうが紙面の都合上割愛する。

6. むすび

エッジと線の検出方法について概観した。画像処理アルゴリズムの集積は 70 年代を通じて膨大なものになりつつあり、エッジ・線検出も例外ではない。本稿で触れていない手法も数多いと思われる。全体としてみると、簡単な要素検出オペレータは飽和した感があるが、より性能の良いオペレータ、強調や結合の手法は今後とも研究が望まれる。

最後に今回のルーチン作成に協力された方々に感謝すると共に、未収録のアルゴリズム、新しい方法を SPIDER に積極的に登録されることを期待したい。

〔参考文献〕

- Abbreviations —
- CGIP : Computer Graphics and Image Processing
 - PR : Pattern Recognition
 - PRIP : IEEE Computer Society Conference on Pattern Recognition and Image Processing
 - IJCFR : International Joint Conference on Pattern Recognition
 - IJCAI : International Joint Conference on Artificial Intelligence
- [1] 田村他, "SPIDER—ポータブルな画像処理サブルーチンパッケージ," 情報会研資 CV 3-1, 1979.
 - [2] 長尾, 金出, "パターン認識における線・線の抽出," 信学誌, 55, 12, pp.1618-1627, 1972.
 - [3] 金出, "ディジタル画像における線の扱い," テレビジョン, 31, 5, pp.385-392, 1977.
 - [4] L.S.Davis, "A survey of edge detection techniques," CGIP 4, pp.248-270, 1975.
 - [5] A.Rosenfeld, A.Kak, "Digital Picture Processing," Academic Press, 1977.
邦訳: 長尾他, "ディジタル画像処理," 近代科学社.

- [6] R.C.Gonzalez and P.Wintz, "Digital Image Processing," Addison-Wesley, 1977.
 [7] W.K.Pratt, "Digital Image Processing," Wiley, 1978.

---[Differential operators]---

- [8] L.C.Roberts, "Machine perception of three-dimensional solids," in Optical Electro-optical Processing of Information, MIT Press, pp.159-197, 1965.
 [9] I.D.C.Macleod, "On finding structure in pictures," in Picture Language Machines, Academic Press, pp.231-256, 1970.
 [10] A.Herskovits and T.O.Binford, "On boundary detection," M.I.T., AI Memo No.183, 1970.
 [11] A.Rosenfeld, "A nonlinear edge detection technique," Proc. IEEE 58, pp.814-816, 1970.
 [12] J.M.S.Prewitt, "Object enhancement and extraction," in Picture Processing and Psychopictorics, Academic Press, pp.75-149, 1970.
 [13] R.O.Duda and P.E.Hart, "Pattern Classification and Scene Analysis," Wiley, pp.267-272, 1971.
 [14] R.Kirsch, "Computer determination of the constituent structure of biological images," Comput. Biomed. Res. 4, pp.315-328, 1971.
 [15] A.Rosenfeld and M.Thurston, "Edge and curve detection for visual scene analysis," IEEE Trans. C-20, pp.562-569, 1971.
 [16] I.D.C.Macleod, "Comments on 'Techniques for edge detection'," Proc. IEEE 60, p.344, 1972.
 [17] A.Rosenfeld, M.Thurston and Y.Lee, "Edge and curve detection: Further experiments," IEEE Trans. C-21, pp.677-715, 1973.
 [18] 永永, 島脇, 福村, "濃淡図形処理のためのRangeフィルタとその応用," 信学論(D), 57-D, 1, pp.23-30, 1974.

- [19] 永永, 島脇, 福村, "濃淡図形処理のための差分型線形フィルタについて," 信学論(D), 57-D, 3, pp.119-126, 1974.
 [20] M.W.Smith and W.A.Davis, "A new algorithm for edge detection," CGIP 4, pp.55-62, 1975.
 [21] R.B.Eberlein and J.S.Weszka, "Mixture of derivative operators as edge detection," ibid., pp.180-183, 1975.
 [22] G.VanderBrug, "Semilinear line detector," ibid., pp.287-293, 1975.
 [23] L.S.Davis and A.Rosenfeld, "Detection of step edges in noisy one-dimensional data," IEEE Trans. C-24, pp.1006-1010, 1975.
 [24] R.T.Chien and C.Jacobus, "Directional derivatives in computer image processing," Proc. 31JCP, pp.684-688, 1976.
 [25] C.Mohrwickel, "Computer processing and enhancement by localized operator," CGIP 5, pp.491-424, 1976.
 [26] E.Persoon, "A new edge detection algorithm and its applications in picture processing," ibid., pp.425-446, 1976.
 [27] G.J.VanderBrug, "Line detection in satellite imagery," IEEE Trans. CE-14, pp.37-44, 1976.
 [28] J.A.G.Hale, "Detection of elementary feature in a picture by nonlinear local numerical processing," Proc. 31JCP, pp.764-768, 1976.
 [29] W.Frei and C.C.Chen, "Fast boundary detection: A generalization and a new algorithm," IEEE Trans. C-26, pp.988-998, 1977.
 [30] G.S.Robinson, "Edge detection by compass gradient masks," CGIP 6, pp.492-501, 1977.
 [31] H.Wechsler and M.Kidode, "A new edge detection technique and its implementation," IEEE Trans. SMC-7, pp.827-836, 1977.
 [32] 横矢他, "濃淡画像からの対象物の抽出," 情報処理 19, 8, pp.730-737, 1978.
 [33] D.L.Davis and D.W.Bouldin, "An edge operator without directional preference," Proc. PRIP '78, pp.42-46.
 [34] H.J.Brooks, "Rationalizing edge detectors," CGIP 7, pp.277-285, 1978.
 [35] C.H.Chen, "Note on a modified gradient method for image analysis," PR 10, pp.261-264, 1978.
 [36] B.J.Schachter and A.Rosenfeld, "Some new methods of detecting step edges in digital pictures," CACM 21, pp.172-176, 1978.
 [37] P.R.Beaudet, "Rotationally invariant image operators," Proc. 41JCP, pp.579-583, 1978.
 [38] K.Paton, "Detectin of thin line segments," Proc. 41JCP, pp.704-706, 1978.
 [39] A.Iannino and S.Shapiro, "An iterative generation of the Sobel edge detection operator," Proc. PRIP '79, pp.130-137.
 [40] K.Paton, "Line detection by local methods," CGIP 9, pp.316-332, 1979.

---[Model fitting methods]---

- [41] M.H.Hueckel, "An operator which locates edges in digitized pictures," JACM 18, pp.113-125, 1971.
 [42] M.H.Hueckel, "A local visual operator which recognizes edges and lines," ibid., 20, pp.634-647, 1973; erratum in 21, p.350, 1974.
 [43] L.Hero and Z.Vassy, "A simplified and fast version of the Hueckel operator for finding optimal edges in pictures," Proc. 41JCAI, pp.650-655, 1978.
 [44] L.Hero and T.Vamos, "Real-time edge detection using local operators," Proc. 31JCP, pp.31-36, 1976.
 [45] R.Nevatia, "Evaluation of a simplified Hueckel edge-line detector," CGIP 6, pp.582-588, 1977.
 [46] F.O.Gorman, "Edge detection using Walsh function," Artificial Intelligence 10, pp.215-223, 1978.
 [47] E.E.Triendl, "How to get the edge into the map," Proc. 41JCP, pp.946-950, 1978.
 [48] R.A.Hummel, "Feature detection using basis function," CGIP 9, pp.40-55, 1979.

---[Statistical or signal processing approach]---

- [49] A.K.Griffith, "Edge detection in simple scenes using a priori information," IEEE Trans. C-22, pp.371-381, 1973.
 [50] A.K.Griffith, "Mathematical models for automatic pattern recognition," JACM 20, pp.63-80, 1973.
 [51] N.E.Nahi and M.H.Jahanshahi, "Image boundary estimation," IEEE Trans. C-26, pp.772-781, 1977.
 [52] N.E.Nahi and S.Lopez-Mora, "Estimation-detection of object boundaries in noisy images," IEEE Trans. AC-23, pp.834-846, 1978.
 [53] N.Mascarenhas and L.Prado, "Edge detection in images: A hypothesis testing approach," Proc. 41JCP, pp.707-709, 1978.
 [54] J.W.Modestino and R.W.Fries, "Edge detection in noisy images using recursive filtering," CGIP 6, pp.409-433, 1977.
 [55] K.S.Shannmugan, F.M.Dickey and J.A.Green, "An optimal domain filter for edge detection in digital pictures," IEEE Trans. PAMI-1, pp.37-49, 1979.

---[Enhancement in image space]---

- [56] F.Holdermann and H.Kazmierczak, "Preprocessing of gray-scale pictures," CGIP 1, pp.66-80, 1972.
 [57] T.Kasvand, "Iterative edge detection," ibid., 4, pp.279-286, 1975.
 [58] R.B.Eberlein, "An iterative gradient edge detection algorithm," ibid., 5, pp.245-253, 1976.
 [59] G.J.VanderBrug, "Exeriments in iterative enhancement of linear features," ibid., 6, pp.25-42, 1977.
 [60] S.W.Zucker, R.A.Hummel and A.Rosenfeld, "An application of relaxation labeling to line and curve enhancement," IEEE Trans. C-26, pp.394-403; pp.922-929, 1977.
 [61] B.J.Schachter, et al., "An application of relaxation methods to edge reinforcement," ibid., SMC-7, pp.813-816, 1977.
 [62] S.Peleg and A.Rosenfeld, "Determining compatibility coefficients for curve enhancement relaxation processes," IEEE Trans. SMC-B, pp.548-555, 1978.
 [63] 坂上, 高木, "SPIDER用素を通して観たデジタル画像処理アルゴリズムの現状 (2) - 処理方法の応用 - 情報処理学会 CV 3, 1979.

---[Enhancement in parameter space]---

- [64] P.V.C.Hough, "Method and means for recognizing complex patterns," U.S.Patent 3069654, 1962.
 [65] P.Bastine and L.Dunn, "Global transformation in pattern recognition of bubble chamber photographs," IEEE Trans. C-20, pp.995-1001, 1971.
 [66] R.O.Duda and P.E.Hart, "Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures," CACM 15, pp.11-15, 1972.
 [67] W.A.Perkins and T.O.Binford, "A corner finder for visual feedback," CGIP 2, pp.355-376, 1973.

- [68] P.M.Merlin and D.J.Farber, "A parallel mechanism for detecting curves in pictures," IEEE Trans. C-24, pp.96-98, 1975.
- [69] C.Kimme, D.Ballard and J.Sklansky, "Finding circles by an array of accumulation," CACM 18, pp.120-122, 1975.
- [70] S.D.Shapiro, "Transformations for the computer detection of curves in noisy pictures," CGIP 4, pp.328-338, 1975.
- [71] F.O'Gorman and M.Clowes, "Finding picture edges through collinearity of feature points," IEEE Trans. C-25, pp.449-456, 1976.
- [72] H.Wechsler and J.Sklansky, "Finding the rib cage in chest radiographs," PR 9, pp.21-31, 1977.
- [73] H.Cohen and G.T.Toussaint, "On the detection of structures in noisy pictures," ibid., 9, pp.95-98, 1977.
- [74] G.C.Stockman and A.K.Agrawala, "Equivalence of Hough curve detection to template matching," CACM 20, pp.820-822, 1977.
- [75] S.A.Dudani and A.Luk, "Locating straight-line edge segments on outdoor scenes," PR 10, pp.145-157, 1978.
- [76] A.Iannino and S.D.Shapiro, "A survey of the Hough transform and its extension to curve detection," Proc. PRIP'78, pp.32-38.
- [77] S.D.Shapiro, "Feature space transforms for curve detection," PR 10, pp.129-143, 1978.
- [78] S.D.Shapiro, "Transform method of curve detection for textured image data," IEEE Trans. C-27, pp.254-255, 1978.
- [79] S.Tsuiji and F.Matsumoto, "Detection of ellipses by a modified Hough transformations," IEEE Trans. C-27, pp.777-781, 1978.
- [80] J.Sklansky, "On the Hough technique for curve detection," IEEE Trans. C-27, pp.923-926, 1978.
- [81] S.D.Shapiro, "Properties of transforms for the detection of curves in noisy pictures," CGIP 8, pp.219-236, 1978.
- [82] S.D.Shapiro and A.Iannino, "Geometric for predicting Hough transform performance," IEEE Trans. PAMI-1, No.3, pp.310-317, 1979.
- [83] G.S.Zabele, J.Koplowitz, "On improving line detection in noisy images," Proc. PRIP'79, pp.146-149.
- [84] J.Birk, et al., "Image feature extraction using diameter-limited gradient direction histograms," IEEE Trans. PAMI-1, pp.228-235, 1979.

---[Linking by graph search]---

- [85] U.Montanari, "On the optimal detection of curves in noisy pictures," CACM 14, pp.335-345, 1971.
- [86] A.Martelli, "Edge detection using heuristic search methods," CGIP 1, pp.169-182, 1972.
- [87] Y.P.Chien and K.S.Fu, "A decision function method for boundary detection," CGIP 3, pp.125-140, 1974.
- [88] U.Ramer, "The transformation of photographic images into stroke arrays," IEEE Trans. CAS-22, pp.363-374, 1975.
- [89] U.Ramer, "Extraction of line structures from photographs of curved objects," CGIP 4, pp.81-103, 1975.
- [90] A.Martelli, "An application of heuristic search methods to edge and contour detection," CACM 19, pp.73-83, 1976.
- [91] R.Ehrlich, "Detection of global edges in textured images," IEEE Trans. C-26, pp.589-603, 1977.
- [92] D.B.Cooper and H.Elliott, "A maximum likelihood for estimation in noisy images," Proc. PRIP'78, pp.25-31.
- [93] D.Greer, "Use of heuristic search to find lung boundaries in conventional tomographs," ibid., pp.62-65.
- [94] G.P.Ashkar and J.W.Modestino, "The contour extraction problem with biomedical application CGIP 7, pp.331-355, 1978.
- [95] H.Elliott, D.B.Cooper and P.Symosek, "Implementation interpretation and analysis of a suboptimal boundary finding algorithm," Proc. PRIP'79, pp.122-129.
- [96] D.B.Cooper, "Maximum likelihood estimation of Markov-process blob boundaries in noisy images," IEEE Trans. PAMI-1, No.4, pp.372-384, 1979.
- [97] M.Yachida, N.Ikeda and S.Tsuiji, "A knowledge directed line finder for analysis of complex scenes," Proc. 6IJCAI, pp.984-991, 1979.
- [98] A.Salahi and T.S.Huang, "Edge smoothing," Proc. PRIP'79, pp.154-161.

---[Other linking methods]---

- [99] K.K.Pingle and J.M.Tenenbaum, "An accommodating edge follower," Proc. 2IJCAI, pp.1-7, 1971.
- [100] Y.Shirai, "A context sensitive line finder for recognition," Artificial Intelligence 4, pp.95-119, 1973.
- [101] 白井, "濃淡図形から複雑物体を認識する手法," 情報処理 17, 7, 1976.
- [102] R.Nevatia, "Locating object boundaries in textured environment," IEEE Trans. C-25, pp.1170-1175, 1976.
- [103] C.J.VanderBrug and A.Rosenfeld, "Linear feature mapping," IEEE Trans. SMC-8, pp.768-774, 1978.
- [104] Y.Nakagawa and A.Rosenfeld, "Edge/line coincidence as an aid in edge extraction," IEEE Trans. SMC-8, no.12, pp.899-901, 1978.
- [105] D.L.Milgram, "Edge point linking using convergent evidence," Proc. Image Understanding Workshop, pp.85-91, Nov. 1978.
- [106] R.Nevatia and K.R.Babu, "Linear feature extraction and dissection," Proc. 6IJCAI, pp.639-641, 1979.

---[Comparative study]---

- [107] J.R.Fram and E.S.Deutsch, "On the quantitative evaluation of edge detection schemes and their comparison with human performance," IEEE Trans. C-24, pp.616-628, 1975.
- [108] E.S.Deutsch and J.R.Fram, "A quantitative study of the orientation basis of some edge detector schemes," IEEE Trans. C-27, pp.205-213, 1978.
- [109] I.E.Abdou, "Quantitative methods of edge detection," Image Processing Institute, Univ. Southern Calif. Rep., USCIP 830, 1973.
- [110] I.E.Abdou and W.K.Pratt, "Quantitative design and evaluation of enhancement/thresholding edge detectors," Proc. IEEE 67, No.5, pp.753-763, 1979.
- [111] G.B.Shaw, "Local and regional edge detectors: some comparisons," CGIP 9, pp.135-149, 1979.
- [112] D.J.Bryant and D.W.Bouldin, "Evaluation of edge operators using relative and absolute grading," Proc. of PRIP'79, pp.138-145.
- [113] I.D.G.Macleod, "Comments on 'A quantitative study of the orientation bias of some edge detector schemes'," IEEE Trans. PAMI-1, pp.408-409, 1979.

---[Pyramidal approach]---

- [114] M.D.Kelly, "Edge detection in pictures by computer using planning," Machine Intelligence 6, Edinburgh Univ. Press, pp.397-409, 1971.
- [115] S.Tanimoto and T.Pavlidis, "A hierarchical data structure for picture processing," CGIP 4, pp.104-119, 1975.
- [116] J.K.Bowker, "Edge vector image analysis," Proc. 2IJCFR, pp.520-524, 1974.
- [117] R.M.Hord and N.Gramenopoulos, "Edge detection and regionalized terrain classification from satellite photography," CGIP 4, pp.184-199, 1975.

---[Color edge detection]---

- [118] M.Yachida and S.Tsuiji, "Application of color information to visual perception," PR 3, pp.307-323, 1971.
- [119] 坂井, 金久保, "計算機による色彩画像処理," 第4回画像工学コンファレンス予稿集, pp.13-16, 1973.
- [120] 伊藤, "コンピュータによる色彩画像処理," 日経エレクトロニクス, No.124, pp.76-103, 1975.
- [121] R.Nevatia, "A color edge detector and its use in scene segmentation," IEEE Trans. SMC-7, pp.820-826, 1977.
- [122] G.S.Robinson, "Color edge detection," Optical Engineering 16, pp.479-484, 1977.

---[Three-dimensional edge detection]---

- [123] H.K.Liu, "Two- and three-dimensional boundary detection," CGIP 6, pp.123-134, 1977.
- [124] 大久保, "立体像の境界線追跡," 情報学会誌, 19, pp.563-564, 1978.
- [125] S.W.Zucker and R.A.Hummel, "An optimal three-dimensional edge operator," Proc. PRIP'79, pp.162-168.