

# 磁界解析における三次元有限要素解析結果の立体視表現法

中前 栄八郎    山下 英生    板野 次郎  
( 広 島 大 学 工 学 部 )

## 1. はじめに

近年、電子計算機の性能の向上とともに、各所で有限要素法による電界または磁界の解析が行なわれ、電気機器の設計面でその効果を発揮している。電界または磁界を2次元場あるいは軸対称3次元場として解析し、その結果(磁束線、磁束密度ベクトルなど)を2次元表示することは容易であり、解析者は、この表示法により解析結果を容易に把握、理解することができる。しかし、解析したい場が、2次元場あるいは軸対称であることは稀であり、より厳密な解析を行なうために、3次元場解析を行なう必要が暫々生じる。このような場合、その結果を解析者に判りやすく表示する有効な手段は現在まで開発されておらず、立面・平面などのある指定された断面における磁束線、あるいはその断面に投影された磁束密度ベクトルを表示する方法が用いられている。しかし、いくつかの断面に対する表示結果から、人間が3次元空間における電磁界の振舞いを想像することは極めて難つかしく、切角の解析結果を十分活用できないのが現状である。

3次元空間における電磁界の振舞いを容易に把握するために、電磁場を発生するソース(巻線)、それに影響を与える鉄体などと共に磁束線あるいは電束線等を立体画像として表示することは、極めて有効な手段である。

本報告は、3次元磁界解析により得られた3次元磁束密度ベクトルあるいは3次元空間における磁束線を二眼式立体視法に適用したものであり、すでに開発している多面体の隠線消去プログラム<sup>1)</sup>を用いて、隠線消去処理された機器と共に、磁束の分布状況を立体的に表示するプログラムを開発したものである。この結果、3次元空間における磁束分布状態を直視的に観察でき、良好な結果が得られた。

なお、本論文では、立体視法として、(1)X-Yプロッタにより出力された画をステレオビュアを用いて見る方法、(2)カラーCRT画面に出力された画をステレオメガネで見る方法の二種を採用し、任意に選べるようになっている。

## 2. 3次元表示法

3次元有限要素解析から求めた解析結果(磁束密度ベクトルあるいは磁束線)を立体視し、その状況を観察するためには、磁束を発生する電流を流す巻線、およびその振舞いに影響を与える鉄体(機器の構成部品)などの3次元物体も同様に表示し、立体視する必要がある。この場合、人間の理解を容易にするため隠れて見えない線は描かない、いわゆる隠線消去処理をほどこす必要がある。本プログラムでは、著者らの一人がすでに開発した凸多面体の隠線消去法<sup>1)</sup>を用いる。本プログラムのために、次の改良を行なっている。(1)互いに干渉する凸物体および虚物体の取扱いを可能にした。(2)立体視用透視図のための座標変換式を追加した。

### (1) 互いに干渉する凸物体および虚物体の取扱い

機器の構成部品を、隠線消去プログラムに入力する場合、文献1)のプログラムは機器を凸多面体の集合に分ける必要がある。しかし、たとえば、磁界解析で取扱う変圧器の鉄体と巻線のように互いにトラス状の物体が鎖交しているような

場合、これらを凸多面体の集合に分割してデータを作成することは、かなりの労力を要する。このような場合、凸物体と凸虚物体の干渉を許せば、図1に示すようにトラス状の物体のデータ作成が容易になる。

本プログラムでは、この様に物体同士が干渉することを許し、データ作成の労力の軽減を図っている。もちろん、干渉させる物体は実物体同士でも処理ができ、変圧器の鉄体の構築も容易に行なえる。また虚物体を干渉させることにより、機器のカッティングモデルを容易に作画することができる。図2に実験用三相変圧器の作画例を示す。鉄体部分は実物体の干渉により、また巻線部は虚物体でくりぬくことにより、データを作成している。なお、左端の相については、巻線の一部をカッティングした状態を示している。

## (2) 立体視用透視図のための座標変換

3次元物体を2次元平面にディスプレイするには、視点と見ようとする点（注視点）によって決まる透視面（注視点を含み、視点と注視点を結ぶ視線に垂直な平面）に投影した画を表示する必要がある。ところで、3次元物体を立体視するには、左右両眼による2枚の透視図を作成し、この2枚の画を何らかの装置を用いて、各々左右両眼により見ることになる。したがって、2枚の透視図は同一透視面上に投影する必要がある。本論文では、左右両眼に対して1つの注視点を設定し、左右両眼の中点と注視点を結ぶ直線に垂直で、注視点を含む面を透視面とする。図3にその座標系を示す。 $R(x_L, y_L, z_L)$ と $R(x_R, y_R, z_R)$ は左右両眼の位置であり、 $P_f$ を注視点とする。 $P_{fL}$ 、 $P_{fR}$ はそれぞれ両眼 $R_L$ 、 $R_R$ から透視面へ下ろした垂線との交点である。直線 $\overline{R_L P_{fL}}$ または $\overline{R_R P_{fR}}$ が $xz$ 平面となす角を $\theta$ 、 $xy$ 平面となす角を $\varphi$ とする。視点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ （ $R_L$ または $R_R$ ）から注視点 $P_f$ を見ているときの3次元物体の一点 $P(x, y, z)$ の透視面上での位置 $P'(x', y', z')$ （ $R_L$ または $R_R$ ）は次式で表わされる。

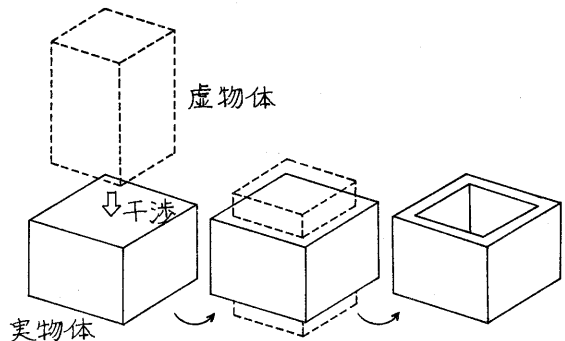


図1 凸実物体と凸虚物体との干渉

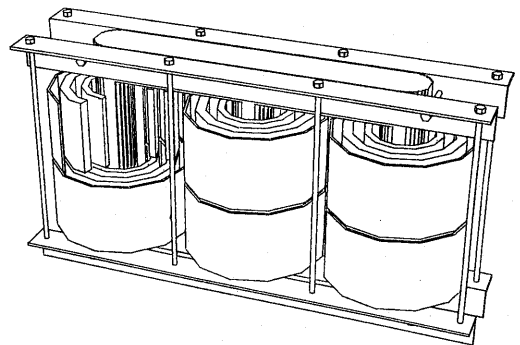


図2 実験用三相変圧器

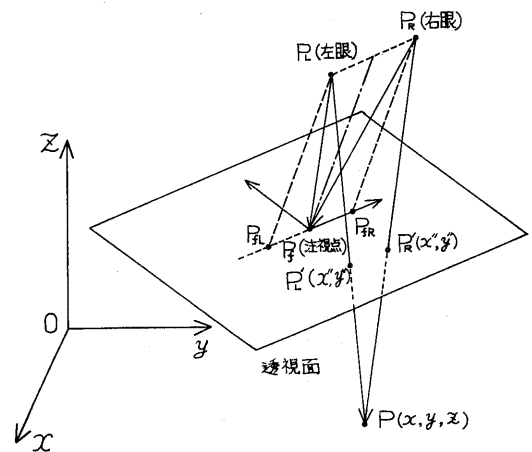


図3 座標系

$$\begin{aligned} [x' \ y' \ z']^T &= 1 / (x x_0 + y y_0 + z z_0 - R^2) \\ &\cdot \begin{bmatrix} -(y_0^2 + z_0^2) & x_0 y_0 & z_0 x_0 \\ x_0 y_0 & -(x_0^2 + z_0^2) & z_0 y_0 \\ x_0 z_0 & y_0 z_0 & -(x_0^2 + y_0^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x - x_f \\ y - y_f \\ z - z_f \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

これを透視面が“y”平面となるように回転すると

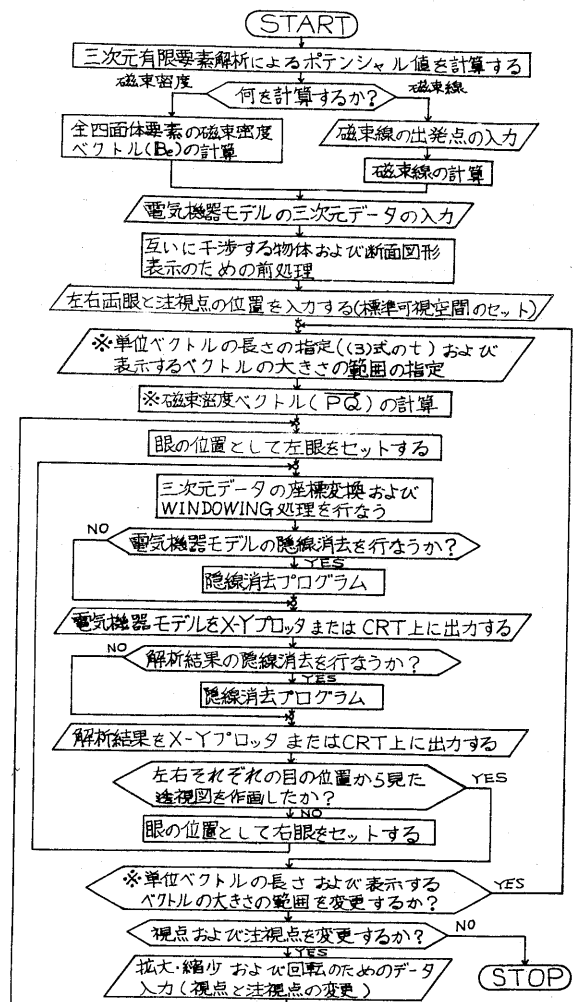
$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -\cos \theta \cdot \sin \varphi & -\sin \theta \cdot \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s \cdot d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

となる。ただし、 $R$ は目と透視面との距離であり、両眼の間隔を $2d$ とする。また、左眼による投影の場合 $P_0 = P_L$ ,  $P_f(x_f, y_f, z_f) = P_{fL}$ ,  $S = -1$ , 右眼による投影の場合 $P_0 = P_R$ ,  $P_f(x_f, y_f, z_f) = P_{fR}$ ,  $S = +1$ となる。

以上2点の改良を加えた隠線消去プログラムを用いて、立体視のための電気機器および有限要素解析結果の透視図を作成する。その処理手順を図4に示す。

一般に機器には隠線消去処理をほどこし、磁束密度ベクトルあるいは磁束線にはその処理を行わない方が、磁界の振舞いをよりよく理解することができるが、入力データの指定により後者に対しても隠線消去処理を行なうことができる。また後でも述べるように、立体視法として二つの方法を採用しており、そのため透視図の出力装置として、X-YプロッタあるいはカラーCRTを任意に選択できる。図4に示す手順により磁界の振舞いを3次元的に直感的に把握することができるが、その大きさを数量的に認識することは難かしい。そのため本方法では、必要に応じて三次元スケールを透視図に重ね書きすることもできる。その他、隠線消去処理プログラムは次の特徴を持つ。

- 1) 3次元物体のデータ作成が容易である。すなわち、使用頻度の高い直方体や角柱、円柱は最少限のデータで自動作成される。また、入力した物体同士が干渉してもよい。
- 2) 虚物体の取扱いが可能で、3



(※は磁束密度ベクトルを表示する場合のみ処理を行なう)

図4 流れ図

次元物体の構成が容易となり、またカッティングモデルの作成も簡単にできる。

- 3) 透視図法を用い、3次元物体をあらゆる角度から投影することができる。すなわち、視点と注視点を与えればよく、拡大・縮小・回転が自由に行なえる。
- 4) 物体が視野からはみ出る場合にはWINDOWING処理を行ない、可視空間のみを描写することができる。また視野の大きさも任意に指定できる。
- 5) 凸多面体の性質を用いて、作画の高速化を図っている。
- 6) 隠線消去を行なうかどうかの選択ができる。

### 3. 3次元有限要素解析結果の表示

有限要素法では、解析領域を有限要素と呼ばれる小領域に分割する必要がある。本論文では、図5に示すような四面体要素で3次元空間を分割し、各四面体要素内ではポテンシャル分布が1次式で表現できると仮定した場合の有限要素解析プログラムを用いている。すなわち、四面体の4節点のポテンシャル値が求められる。要素内の磁束密度は、このポテンシャル値から計算される。本論文においては1次四面体要素を用いているので、磁束密度 $B_e$ は定数となり $B_e(B_x, B_y, B_z)$ で表わされる。

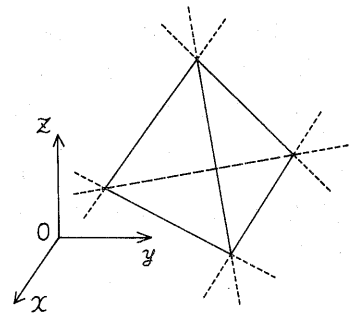


図5 四面体要素

一般に、磁界解析者が解析結果について検討する場合、ある部分の磁束密度や磁束線の状況について知りたい場合が多い。ここでは、これらを立体視するため次の方法により表示する。

#### 3-1 磁束密度ベクトルの表示法

前述のように四面体要素内では磁束密度が一定となるため、その値を四面体要素の重心の位置におけるベクトルで表現し、大きさをベクトルの長さで、またその向きをベクトルの方向で表わす。すなわち、ある四面体要素の重心を $P(x, y, z)$ とし、その要素における磁束密度を $B_e(B_x, B_y, B_z)$ とした場合、磁束密度ベクトルの終点 $Q(x, y, z)$ は次式で計算される。

$$\vec{Q} = \alpha \cdot \vec{B}_e + \vec{P} \quad (3)$$

ただし、 $\alpha$ は単位ベクトルの長さを指定する定数。

(3)式により解析領域の全ての四面体要素における磁束密度ベクトルを求め、2節で述べた透視面上に投影すればよい。なお、全ての四面体要素の磁束密度ベクトルを表示した場合、かえって繁雑になる恐れがあり、このために表示する領域を指定したり、ベクトルの単位の長さ((3)式の $\alpha$ )を調節できる。また、ある大きさの範囲のベクトルだけを表示することができ、解析領域内の磁束密度分布を認識することができる。一方、磁束の方向のみを認知するためにベクトルの大きさは無視し、一定の長さのベクトルを表示することも可能である。

#### 3-2 磁束線の表示

まず、磁束線の求め方について述べる。3次元空間における磁束線の方程式は

次式で表わされる。

$$\frac{dx}{H_x} = \frac{dy}{H_y} = \frac{dz}{H_z} \quad (4)$$

ただし,  $H_x, H_y, H_z$  は磁界の3方向成分を表わす。

透磁率  $\mu$  が方向性を持たない場合, (4) 式は磁束密度  $B$  ( $B_x, B_y, B_z$ ) を用いて次式で表わされる。

$$\frac{dx}{B_x} = \frac{dy}{B_y} = \frac{dz}{B_z} \quad (5)$$

前にも述べたように, 1 次四面体要素内の磁束密度は, 4 節点のポテンシャルを用いて計算され定数となるから, もし 1 つの要素において磁束線の出発点  $P_s(x_s, y_s, z_s)$  が与えられれば, 磁束線は(5)式より次式で表わされる。

$$\frac{x-x_s}{B_x} = \frac{y-y_s}{B_y} = \frac{z-z_s}{B_z} \quad (6)$$

(6) 式は直線の方程式であり, 一般に四面体要素の面上で他の一点  $P_r$  と交わる。この場合, 図 6 に示す 3 つの場合が存在する。

図 6(a) に示すように,  $P_r$  が四面体要素の 1 つの三角形平面上に求まる場合は, この三角形平面に隣接する四面体要素において,  $P_r$  を新たな出発点として順次磁束線を求める。図 6(b) あるいは

(c) に示すように  $P_r$  が, ある 1 つの稜あるいは頂点上に求まる場合は, 各々その稜あるいはその頂点を含む全ての四面体要素について,  $P_r$  を出発点とする磁束線方程式(6)を求める。これらの四面体要素において, 新しい  $P_r$  が四面体要素内に存在する要素は一般に 1 つ求まり, その四面体要素を用いて順次磁束線を求める。この磁束線は電流に鎖交し必ず閉路を構成するので, 初めの出発点にもどってくる。しかし, 一般には数値計算上の誤差が生ずるため初めの出発点と一致することはない。本プログラムでは 3 次元空間上の距離がある値  $\epsilon$  以内になる。たとき, 初めの出発点と一致したとみなしている。

図 7 に 3 次元空間における磁束線の点列を求める流れ図を示す。

以上の手順により求めた点列を線分で結び, 各線分を磁束密度ベクトルと同様透視面上に投影することにより立体視

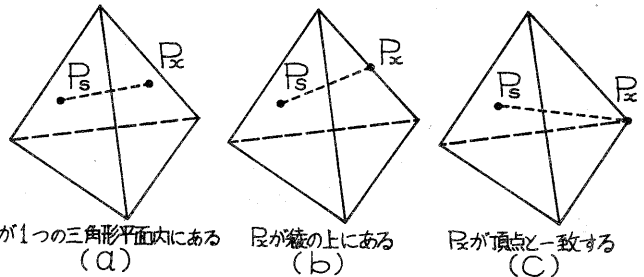
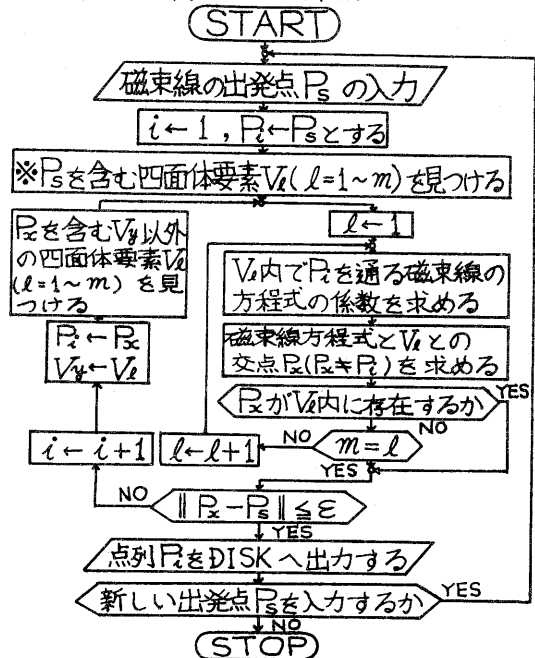


図 6 四面体要素内の磁束線



(※  $P_s$  が四面体要素内のとき  $m=1$ , その他面, 稜, 頂点上のとき  $m \geq 2$  となる。)

図 7 磁束線の点列を求める流れ図

表1 各種の立体視法

|                            |                     |                                                              |
|----------------------------|---------------------|--------------------------------------------------------------|
| A)<br>X-Yプロッタに<br>出力された透視図 | A-1                 | 直接, 人間の両眼により立体視する方法                                          |
|                            | A-2                 | 市販のステレオビューアを用いる方法                                            |
| B)<br>CRT画面に<br>出力された透視図   | B-1                 | 左右両眼の透視図を各々赤および青色で表示しステレオメガネ(レンズの色は左右それぞれ赤青)で見る方法            |
|                            | B-2 <sup>2)</sup>   | CRT画面上に左右両眼の透視図を一定周期で交互に表示し, その周期に同期して左右が交互に見えなくなるメガネを利用する方法 |
|                            | B-3 <sup>2)3)</sup> | CRT画面の左右半分の領域に各々2枚の透視図を表示し特殊なステレオスコープ装置を用いる方法                |

することができる。

#### 4. 立体視法

上述の方法により得られた左右両眼の位置からの2枚の透視図を立体視する方法には, 従来からいくつかの方法が提案されている。表1に代表的な方法を示す。A-1の方法は, 左眼および右眼で見た透視図を各々左および右側に並べ, それぞれの図を左右の眼で見る方法であり, 透視図の大きさに制限があり若干の熟練を要する。A-2の方法は比較的安価なステレオビューアにより正確で鮮明な立体像を得ることができるが, ステレオビューア用のスライドを作成する手間が必要となる。一方CRTを用いる方法では, B-1の方法は, CRT画面の背景を黒にすることにより鮮明な立体像が得られ, 使用するメガネが安価であり複数の研究者が同時に観察できる。また, 左右の眼による透視図を各々CRT画面全面に重ねて表示できるため, 画像の分解能が後述のB-3の方法よりすぐれている。ただし, カラーCRTを用いなければならぬ。B-2の方法は特殊な装置が必要で高価であり, かつ一人づつしか観察できない。B-3の方法は, B-1に比べ画像の分解能が下り, ステレオスコープ装置を用いるため複数の人が同時に観察できない。

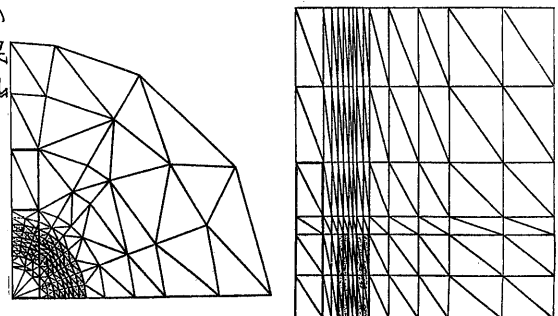
本論文では, A-2およびB-1の方法を採用している。また解析者は出力装置としてX-YプロッタあるいはカラーCRTを任意に選ぶことができる。前述したように, A-2の方法は立体像の結像が容易で, は, きりした立体像を得ることができる, 透視図の保存ができる。一方, B-1の方法は, CRT装置の前で複数の研究者が同時に解析結果について観察, 討論

することができる, しかも処理速度が速いため, 視点の位置を変えながら解析結果の縮小, 拡大, 回転等をオンラインで処理でき, 有用である。

#### 5. 適用例

##### 5-1 磁束密度ベクトルの表示

単相三脚変圧器の漏れ磁束の解析を行った。有限要素解析における四面体要素の分割状況を図8に示す。図8より明



(a) 三角形による平面の分割図 (b) X-Z平面の分割図

図8 分割図

らかなように、有限要素解析における計算時間と記憶容量の点から解析は1/4平面断面の上部ヨークを含む1/2領域について解析を行った。四面体要素数は3744、節点数は874である。図9～図11に変圧器全体の漏れ磁束密度ベクトルの透視図を示す。各図とも左右2枚の図を立体視することにより、漏れ磁束密度分布を立体的に直感的に把握することができる。

図9は全磁束密度ベクトルを0.4 mm/Gaussで表示したものであり、図10は20～100 Gaussの磁束密度ベクトルのみを0.5 mm/Gaussで表示したものである。各図とも磁束が1次巻線と2次巻線の間に集中している様子がよく表わされている。図11は鉄心および上部ヨーク付近を拡大した全磁束密度ベクトル図(0.2 mm/Gauss)であり、巻線上端部から鉄心、ヨークに磁束密度ベクトルが向っている様子が示されている。

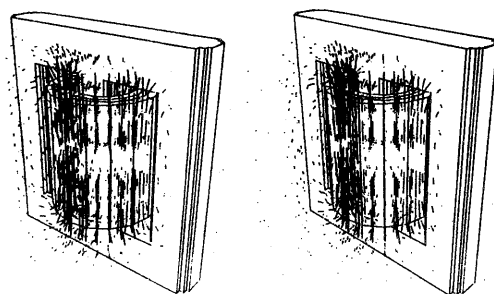


図9 全磁束密度ベクトル (0.4 mm/Gauss)

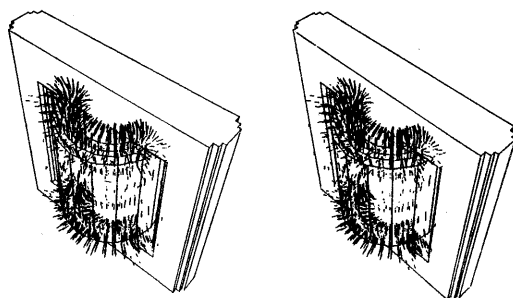


図10 20～100 Gaussの磁束密度ベクトル (0.5 mm/Gauss)

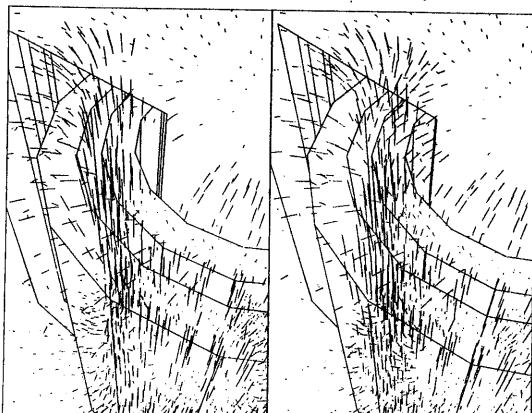


図11 全磁束密度ベクトル (0.2 mm/Gauss)

## 5-2 磁束線の表示

矩形ソレノイドに7A(巻数: 378回)の電流を流した場合の磁束線の振舞いについて検討した。(四面体要素数: 2736, 節点数: 648)

図12の×印で示す点を通る磁束線を表示したのが図13である。矩形ソレノイドの四隅を通る磁束線は、その通過距離が短くなっていることが判る。図14には、この例をCRT画面上に描写した一例を示す。実際は、左眼および右眼による透視図はそれぞれ赤および青で表示されるが、図14ではそれぞれ太線と細線で示されている。この図から明らかなように、CRT画面全体にそれぞれの透視図を重ねて表示すればよいので、画像の解像度は低下しない。また、図15には、3次元スケールと共に表示した一例を示す。磁束線が作る閉路の大きさなどを把握することができる。図16に、図12の○印で示す点を通る磁束線を示す。立体視することにより、磁束線の振舞いを明確に握ることができる。

図13～16は有限要素解析が1次近似のため磁束線がスムーズに表現されていないが、全体の磁界

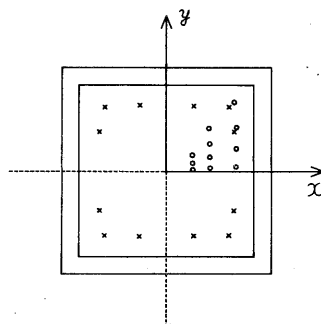


図12 磁束線の出発点

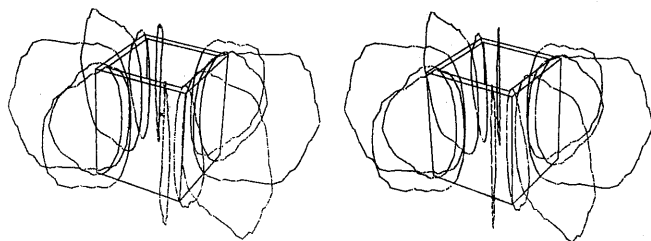
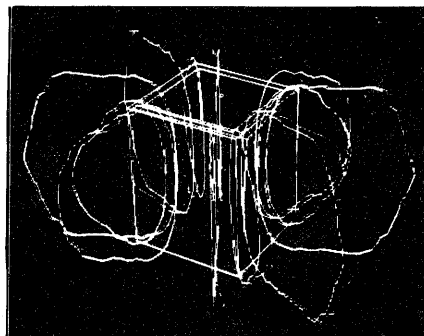


図13 磁束線

の振舞いを把握するには十分であると思われる。



太線：青，細線：赤

図14 CRT画面上での磁束線

## 6. むすび

電子計算機の性能向上とともに，有限要素解析法も発展し，さらに，より厳密な解析を行なうために3次元解析も行われようとしているが，その結果を表示する有効な手段がなく，また，3次元空間的広がりをもつ電磁界の様子を2次元的に表示しても，人間の把握能力が乏しく，切角の解析結果を十分活用することが難しい。その打開策として，3次元空間の様子を立体視する方法を提案し，その有用性を示した。

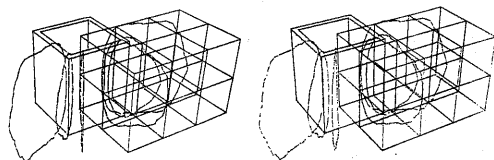
本方法は，有限要素解析結果ばかりでなく，機器周囲のいくつかの点において測定した3方向の磁束密度データ等にも適用でき，機器周囲の電磁界の振舞いを3次元的に視覚にうつたえて観察理解することができる。

今後の問題点として，磁束線をよりスムーズに表示することが上げられ，点列のスモーキング技術の導入あるいは2次四面体要素への拡張などについて検討したい。

謝辞 本研究を進めるに当り，計算機処理などで協力頂いた本学4年生山口和敏君に感謝致します。

## 参考文献

- 1) 中前, 西田: "多面体の隠線消去の一手法", 情報処理, Vol. 13, No. 4, p. 239~246 (1972)
- 2) 吉川 弘光: "コンピュータグラフィックス論", 日科技連 (1977)
- 3) 和田 稲苗: "設計情報の処理", 丸毛 (1971)



磁束線 (三次元スケール, 100mm/目盛)

図15

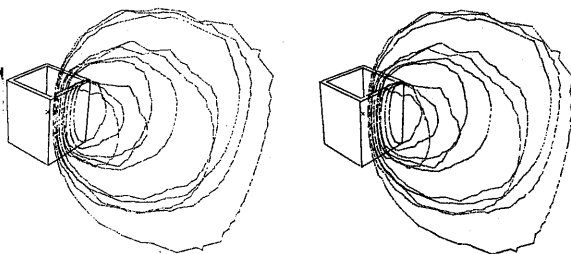


図16 磁束線