

# 円柱座標系による立体表示と頭部 CT 像の 3次元表示への応用

萬淳一<sup>†</sup>, 横井茂樹<sup>†</sup>, 鶴岡信治<sup>†</sup>, 三宅康二<sup>†</sup>, 長谷川純一<sup>‡</sup>  
(† 三重大学 工学部 ‡ 名古屋大学 工学部)

## 1. まえがき

最近, CT, 超音波等の手法により  
3次元的に分布した情報を直接入力す  
ることが可能となってきている。

これらの3次元情報は, 2次元的なもの  
とは異なり, 人間に判別しやすくす  
る表示技術の開発も一つの重要な問題  
となる。これらに対して種々の試みが  
なされているが<sup>(1)(2)</sup>本文では線画表示に  
よる3次元物体表示法について考察す  
る。一般的に立体の線画表示法には、  
直交座標系を用いたものの<sup>(3)</sup>曲面のパラ  
メータ表示によるもの<sup>(4)</sup>等、種々の方  
法が考えられているが、対象物の形状  
によっては、円柱座標系を用いた方が  
都合のよい場合も多い。そこで本研究  
では図形の定義に円柱座標系を用いた  
立体の表示として、まず平面上に定義  
された曲線の回転により生成される曲  
面を計算機により構成させ、回転体の  
表示を行なった。さらにこれらを立体  
を計算機によって変換させた応用図形  
の発生を行ない、これらの表示アルゴリ  
ズムについて述べる。また前述のよう  
にCT技術の進歩に伴い、2次元データ  
である断層像からの臓器の立体再構  
成も行なわれているが<sup>(5)(6)</sup>、ここでは上記  
手法を応用した円柱座標系データ構造  
が、頭部CT像の3次元表示に適してお  
り、その表示技術としては有効なもの  
と考えられるので、本文でその表示の  
詳細を述べ、いくつかの表示例を示す。

## 2. 回転体とその応用図形の表示

本章では、1変数1価関数として定  
義された曲線を軸のまわりに回転させ  
ることにより作られる回転体、及びそれ  
を変形させた応用図形を線画表示す

るアルゴリズムについて述べる。

### 2.1 データ

回転軸を z 軸にシリ回転を行なう曲  
線 C には回転軸を含む平面上に z を独立  
変数とした関数形として次のように定  
義する

$$\left\{ \begin{array}{l} r = f(z) \\ z_{min} \leq z \leq z_{max} \end{array} \right. \quad (1)$$

なお、この時定義域内の一一定間隔( $\Delta z$ )ごと  
の標本点  $z_i$  に対する関数値  $f(z_i)$  として離  
散的にデータが与えられるものとする。  
(図1)

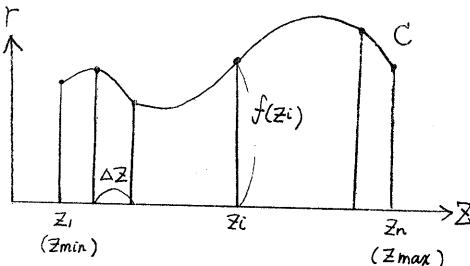


図1. 回転軸と曲線 C の定義

### 2.2 表示形式

回転体の表面は曲線 C を構成する点  
群の軌跡(回転軸に直交する平面で回転  
体を切断した時の断面境界線)と、一定角  
度  $\Delta\theta$  ずつ回転角を増加させた時、それ  
ぞれの回転角における曲線 C (子午線)を  
描くことにより線画表示される。(図2)  
なお、これらの曲線群の表示式は次のよ  
うになる。

高度が  $z_i$  である C 上の点の軌跡は

$$x^2 + y^2 = [f(z_i)]^2 \quad (2)$$

あるいはそれをパラメータとして

$$x = f(z_i) \cos t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

$$y = f(z_i) \sin t$$

と示される。

ただし  $Z_c = Z_{\min} + (i-1) \cdot \Delta Z$   
 $i = 1, 2, \dots, n \quad n = \frac{Z_{\max} - Z_{\min}}{\Delta Z} + 1$

次に回転角  $\theta_j$  に対する子午線は

$$x = f(z) \cdot \cos \theta_j \quad (3)$$

$$y = f(z) \cdot \sin \theta_j$$

で与えられる。

ただし  $\theta_j = (\phi - 1) \cdot \Delta \theta$   
 $j = 1, 2, \dots, m \quad m = \frac{2\pi}{\Delta \theta}$

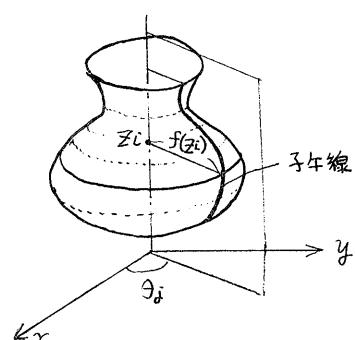


図2 回転体の表示形式

以上に示した式により構成曲線上の点の3次元座標値( $x, y, z$ )を計算し、直投影を用いて投影面上の2次元座標値( $X, Y$ )に変換するが、視線の方向余弦を( $l_1, l_2, l_3$ )とした時は次式で計算される

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{l_2}{l'} & \frac{l_1}{l'} & 0 \\ -\frac{l_1 l_3}{l'} & -\frac{l_2 l_3}{l'} & l' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (4)$$

ただし  $l' = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$

### 2.3 隠線消去

立体も、平面上に線画表示する際に、見えない部分は描かないようにする必要があるがここでは次の二つの方法により、可視点不可視点の判別を行なう。回転軸に対して垂直方向の切断平面と注視点Pの投影線の交点P<sub>c</sub>を順次求めていき、それが一度も断面境界線の内部に存在しない時、Pを可視点と見なす。(図3) 切断平面はデータを示す。

間隔 $\Delta Z$ ごとににおける断面ならびにPより微小距離 $\Delta h$ ( $\ll \Delta Z$ )だけ視点に近い場所における切削面により行なう。

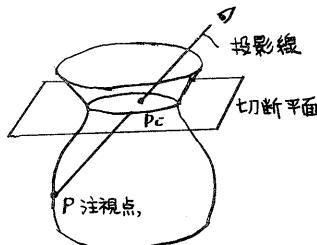


図3 隠線検出

### 2.3 回転体の応用图形

回転体を原図形として、これに変形を施した图形の発生について述べる。

変形としては中心軸の変形と断面形状変形を行なった。

#### (1) 中心軸の変形

回転体の横断面の中心は回転軸上にあるが、これを軸上の各点まで変化させた图形を発生させる。異なる高度における変形パラメータとして移動させた中心の座標( $C_{xi}, C_{yi}$ )を与えるれば、その高さの断面境界線の方程式は、

$$(x - C_{xi})^2 + (y - C_{yi})^2 = \{f(z)\}^2$$

と表現されることになる。

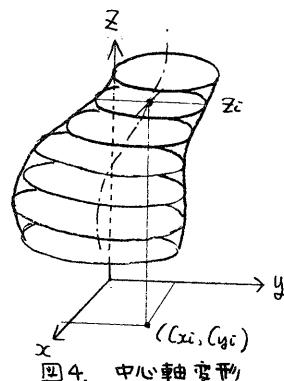


図4. 中心軸変形

#### (2) 断面形状処理

原図形では横断面の形状は円であるがこれを色々な形に変化させることにより多様な形の立体が表現される。

断面形状の変形手段として橿円化と、べき乗変換を用いた例を示す。

### (i) 断面積円化

高度 $c_i$ の断面に対し積円のパラメータ $(a_i, b_i)$ を与える。断面の表示式を次式のように変換する。

$$\left(\frac{x}{a_i}\right)^2 + \left(\frac{y}{b_i}\right)^2 = \{f(z_i)\}^2 \quad (5)$$

### (ii) ベキ乗変換による断面変形

ベキ乗変換による変形とは断面の表示式を次式のように変換することをいうものとする。

$$\begin{aligned} x &= (\cos t)^c \cdot f(z_i) \\ y &= (\sin t)^c \cdot f(z_i) \\ (0 \leq t \leq 2\pi) \end{aligned} \quad (6)$$

変形パラメータ $C$ により断面は図5のよう変形される。

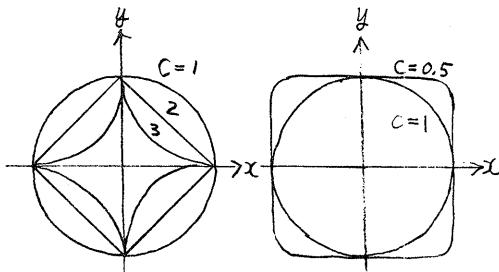


図5 ベキ乗変換による断面形状

これらの変形を適当に組み合わせることによりさらに多様な立体の表現が可能となるが、中心軸変形と断面積円化による応用例が文献(8)に利用されていく。

## 2.4 出力例の解説 (回転体)

回転体及びその応用图形の線画表示例が図11～図15である。図11(i)は球面の一部を切削した图形で同図(ii), (iii)は(i)を原图形として中心軸変形(中心軸を常ら線化), 断面積円化を行なった応用图形である。図12～14は円錐台に同様の変形を施した图形である。図15はベキ乗変換を応用して円柱から角柱へ連続的に変形した图形である。

## 3. 2変数関数 $r=f(z, \theta)$ による頭部

### CT像の立体表示

前章で述べた基本的な3次元表示を応用することにより、多断面の頭部CT像から抽出された頭骨像等の立体表示が可能である。ここでは対象成分の輪郭線データを、もとにして立体構成を行なった。

### 3.1 データ構造

3次元物体を、水平断面群の積層により表現する時に問題となるのは、断面の記述方式であるが、ここでは次の手法を用いる。まず断面境界線(輪郭線)内に適当に原点を設定し、この原点より一定角度ごとに放射状に引いた半直線群と断面境界線の交点までの距離を順次計測していく。(図6) するとこれらを計測点は円柱座標系関数  $r=f(z, \theta)$  として表現されることになり、これらを適当に結ぶことにより、立体構成を行なう。

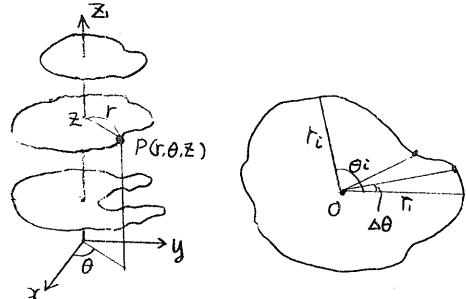


図6 データ構造

### 3.2 円柱座標系データ作成原理

入力データは、各断面ごとに骨の部分と血脛の部分が抽出された图形の輪郭線の直角座標の系列のリストとして与えられている。(図16) これから本章での円柱座標系表現されたデータ構造に変換する方法について述べる。3.1に基いてまず原点Oを設定するが、Oは各断面において一定の位置とする。輪郭線を構成する各点の直角座標値をこの原点に合うように座標変換をして

おく。次に輪郭線上の各点を極座標 $(r, \theta)$ に変換する。この $(r, \theta)$ に対し最も近いサンプル角度 $\theta_i$ による点にこの $r$ 座標値を代入する。この操作を輪郭線上の各点に施してゆく。この時、もしすでに $r$ 座標値が代入されていれば、この座標値との大小比較を行ない大きい方の $r$ 座標値を代入する。この操作により $\theta$ 方向に多価な輪郭線部分については最も外部にある点が選ばれる。(図7)

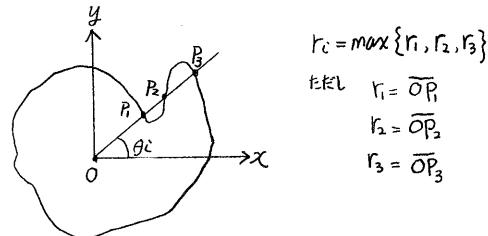


図7  $\theta$ 方向に多価となる輪郭線

輪郭線構成点すべてについて上記の操作を行なった後にも、 $r$ 座標値が代入されていないサンプル角度が存在する場合がある。例えば図8において $\theta_2 \sim \theta_3$ では、この角度に対応する輪郭線が存在しないため $r$ が計測不可能となる。

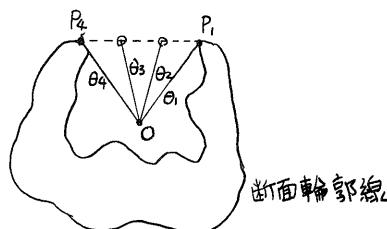


図8 計測不可能点

また、入力データに用いた輪郭線構成点の数に比べサンプル角度を細かくとったときも $r$ が代入されていないサンプル角度が存在する可能性が高くなる。このような場合は、最近接の計測された2つのサンプル角度の点 $P_1, P_4$ を結ぶ線分上の値として $r$ を計測した。

これらの処理を施すことにより原点 $O$ を適当に設定すればどのような閉曲線からも本方式のデータが作成できる。

頭骨輪郭線の構成点すべてを入力に用いて、本方式のデータ作成を行なえば、頭骨の表面が立体構成される。

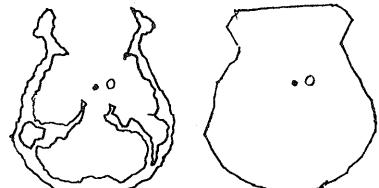


図9 入力輪郭線と立体構成輪郭線

例えば断面の番号 $i$ (最下部より数えた値)、角度サンプル番号 $j$ における測定値が $r_{ij}$ であったとするとき、この点の直角座標成分は次式により算出できる。

$$x = r_{ij} \cos((j-1)\Delta\theta) \quad (7)$$

$$y = r_{ij} \sin((j-1)\Delta\theta)$$

$$z = z_{min} + (j-1)\Delta z$$

ただし  $z_{min}$  は最下部断面の高度  
 $\Delta z$  は断面間隔

### 3.3 表示手順

3.2 の手法により作成したデータの各点の座標値を(7)式により計算し、(4)式を用いて投影面上の座標に変換する。これらの点を高さ一定方向ならびに角度一定方向に結んでいくことにより線画表示を行なうがこの場合も隠線消去を行なう。

隠点検出は、基本的には2.3と同様の方法を用いる。即ち投影線と断面との交叉の有無を調べることにより可視点であるかどうかの判定を行なう。

任意の高度の断面は一頂点を原点にもつ三角形の集合により構成されると考えられるから投影線との交叉判定は幾何学的考察によって行なうことができる。

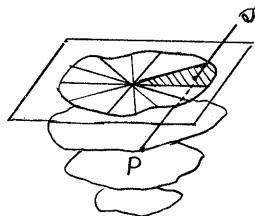


図10 隠点検出

### 3.4 表示例解説

図16は入力に用いた輪郭線データであり原画像より文献(9)の方法で抽出されたものである。

各断面の構成点の数は約300~600である。(原データではセクタ間隔2mm、スライス間隔5mmである。)

#### 〈基本立体構成図〉

本章で述べたアルゴリズムにより頭骨表面の立体構成を行なった例が図17, 18で図17では一断面あたりの構成点数を72個、図18では120としてある。

#### 〈展開表示図〉

極座標系で作成したデータ  $r = f(\theta, \phi)$  を、そのまま2変数  $\theta, \phi$  を  $X, Y$  に、関数値  $r$  を  $Z$  に対応させた直交座標系で値関数として表示する。即ち角度  $\theta_i$ 、高度  $\phi_i$  における関数値を  $r_{ij}$  とすると、次の点の座標を次式により計算する。

$$x_i = k_x \theta_i$$

$$y_i = k_y z_i$$

$$z_i = k_z r_{ij}$$

(ただし  $k_x, k_y, k_z$  は定数)

すると頭骨表面を平面上に展開したと見なされる图形が得られる(図19)

#### 〈切断面表示図〉

立体構成された图形において任意の高度における切断面を表現したものが図21である。この表示例では、切断を行なう断面を指定し、その断面より上にある部分については立体構成を行なう時に、投影面上での座標値をある一定値だけ横へずらす。切断面は対応する断面輪郭線データ(入力データ)を投影変換を加えて切断面に適合させるように変換し、表示する。

### 4. むすび

円柱座標系のデータ構造による立体表示として回転体と次の応用图形の生成、及びCT2次元データによる3次元再構成の一方法を示し、表示例を紹介した。(次頁) 本方式のデータ構造は直角座標系データ構造とともに3次元表示を行なう際に有用なもの一つである。CT像の立体表示では頭骨の表面を対象としたが、他の成分に対する適用も、もちろん可能であり、さらに一般的に3次元物体の記述の一方法として本手法を用いることができる。

また円柱座標系データ作成において各断面における原点を一定位置ではなく自由な位置に設定できるようすればさらには複雑な形状の立体の構成も可能となると考えられる。CT像については切断、変形等を行なった結果等の表示も有用であると考えられ今後検討を行なう予定である。

### 謝辞

本研究を行なうにあたり御助言頂いた名大福村教授、本多教授、鳥脇助教授、並びに本多、福村研究室の諸氏に感謝します。

### 参考文献

- (1) 田村、田中：“断層像を用いた立体視”，情報処理，Vol.20, No.12, P1066 (1979-12)
- (2) F.C.Crow：“Shaded Computer Graphics in the Entertainment industry”，Computer Graphics, Vol.11, No.2 (1977)
- (3) 西田他：“三次元物体のカラー陰影表示の一方法”，情報処理学会コンピュータ・ビジョン研究会4-1 (1980-1)
- (4) Lin,H.K.：“Two-and Three-dimensional Boundary Detection”，Computer Graphics and Image Processing, 6, P123 (1977)
- (5) 金田他：“CT像からの特定疾患部のパラーア抽出とその三次元的立体表示”，第18回日本ME学会大会 (1979)

- (6) 那須他：“メッシュデータ構造を用いた3次元  
物体の一表示法”，昭55 信学全大，1139  
 (7) J.G.Griffiths：“A surface display algorithm”，  
CAD, Vol 10, No.1, (1978-1)

- (8) 黄保他：“Biplane X線像からの左心室の立体表示”，  
信学技報 MBE79-42, 174 (1979)  
 (9) 鳥脇他：“頭部CT像における成分図形の輪  
郭線抽出”昭54 信学全大, 1375

回転人体及び応用図形の出力例

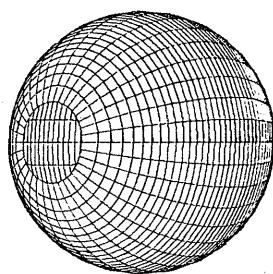


図 11 (a) 原図形

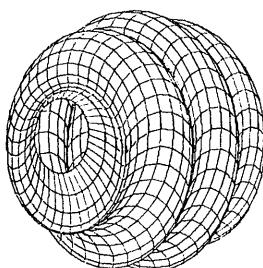


図 11 (b) 中心軸変形

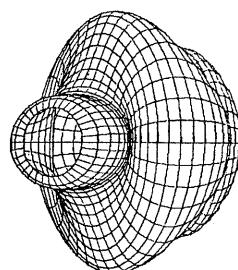


図 11 (c) 断面積円化

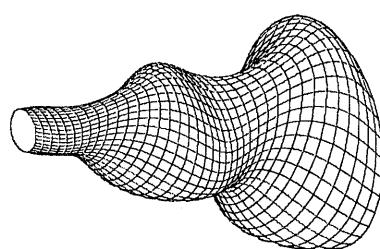


図 12

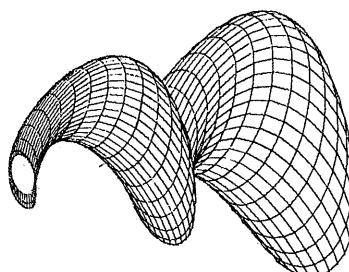


図 13

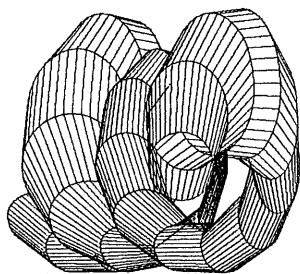


図 14

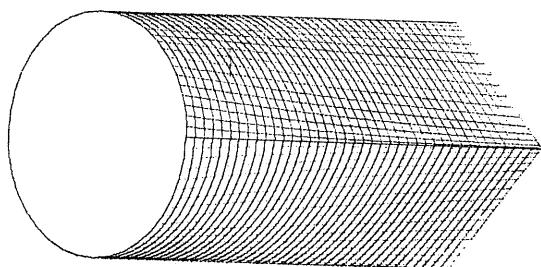


図 15

CT像立体構成出力例(入力輪郭線) - 牙

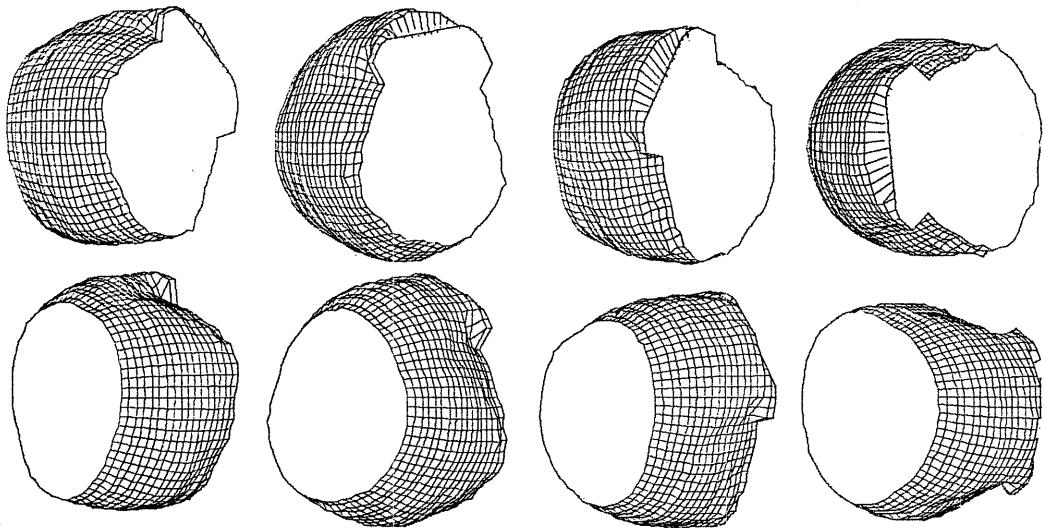


図16 入力輪郭線 - 牙

データ収集部分

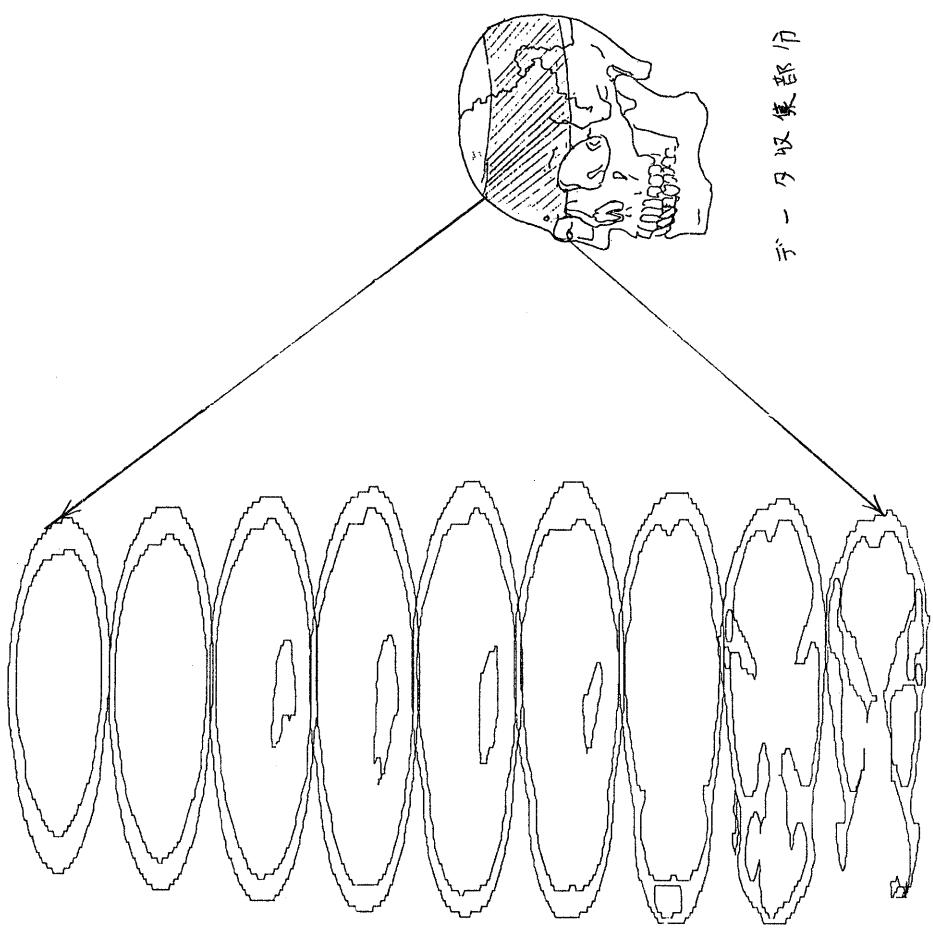
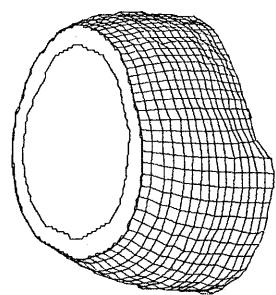
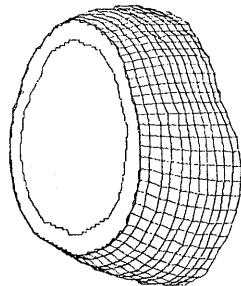
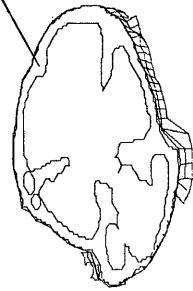


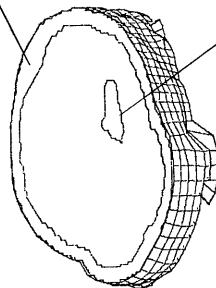
図17 基本立体構成図(1)



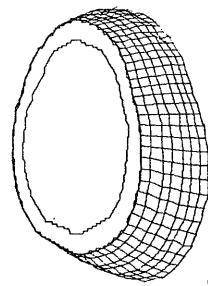
頭骨部



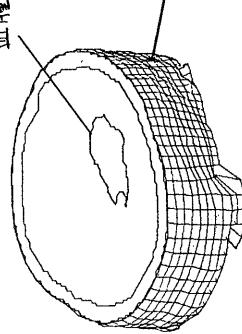
頭骨部



頭骨部



強骨表面



下図は血脛部を9断面により立体表示  
したものである。

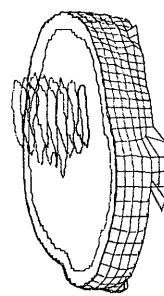


図20 血脛部連続構成

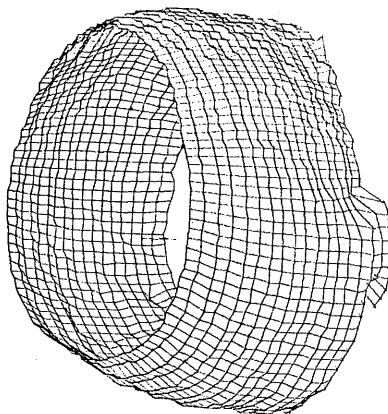


図18 基本立体構成図(2)

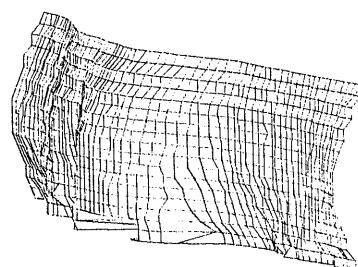


図19 展開表示図

図21 切断面表示図