

カラーディスプレイを用いた線画表示 におけるJagの除去

西田 友是

中前 栄八郎

(福山大学工学部)

(広島大学工学部)

1. まえがき

近年のCAD分野の発展に伴ない、線図形をグラフィックディスプレイ上に表示することが非常に多くなってきた。ラスタースキャン型ディスプレイを用いる場合、表示する線分が垂直または水平以外の場合には、階段状となりギザギザ(jag)を生じる。特に、カラーディスプレイの場合は、画素密度がまだ十分ではなく(例えば 512×512)、このjagの発生が画質の著しい低下の原因となっている。本論文では、中間調表示の可能なラスタースキャン型カラーディスプレイにおいて生じるjagを除去し、スムーズな線分を発生する方法について述べる。

2値表示(白黒)による線分の発生方法としては、発生すべき線分に近い格子点を光らす方法¹⁾が採用されており、この考え方を発展させたjagの除去方法に、多値変位比較法²⁾がある。一方、線分に幅を考え、線分を多角形に近似して取扱う方法としてF.C. Crow³⁾とJ. Barros等⁴⁾の論文がある。両者とも多角形のjagの除去にも適用できるような開発されたものであり、一画素内に占める多角形の面積を詳細に求めるものである。したがって、精度の高い輝度の決定を可能にするが、多角形の形状についてその任意性を許しているため、処理プログラムが複雑である。なお、これらの論文はモノカラーを対象としている。

筆者らの提案する方法は、線分を多角形に近似する方法に属するものであり、近似した多角形を上から下へと走査し、多角形と交差する画素について、一画素内に占める多角形の面積の関数により色を決定する方法であり、次の特徴をもつ。

(1) 多角形と画素との交差部分の形状により分類されたモードと、その状態遷移図を用いている。その結果、各画素中の多角形の面積の計算式の選択が容易になる。

(2) 各モードからの遷移先は2以内であり、かつ遷移先の判定に用いる変数は面積計算にも流用できる。したがって、比較的簡単なアルゴリズムにより処理できる。

(3) 任意のカラー図形上にスムーズな線分を書き込むことができる。

(4) 線分同志の接続または交差部分をスムーズに表現できる。

2. スムーズな線分の表示法

以下の議論の準備のために、次の定義と仮定を与える。

〔定義〕

(1) ディスプレイ画面の座標は左下隅を原点とする。

(2) 一画素の幅を単位長とする。

〔仮定〕

(1) 走査線は水平方向に並ぶ画素の集合と考え、単位長の幅をもつ長方形の領域と仮定する。

(2) 線分は真の線分からの距離が $\frac{1}{2}$ 以内の領域と仮定する。また、線分の両端点の近傍の円弧の部分が多角形に近似したものを線分多角形と呼ぶ。

本論文で提案する手法の概略は次の通りである。すなわち、走査線を上から下

へと走査する際に、まず走査線と線分多角形の交差部分を求め、次に左から右へ向って順次、各画素とこの線分多角形の交差部分の面積を求め、その後その面積と背景の色との面積比に従って各画素の色を決定する方法である。

以下に、これらの処理の詳細について述べる。

2.1 線分の分類と多角形近似

始点 $P_1(x_1, y_1)$ および終点 $P_2(x_2, y_2)$ を結ぶ線分を考える（但し、 $y_1 \geq y_2$ とする）。線分多角形の幅 d は、2.3 節で述べる画素と線分多角形の交差部分の形状による分類を簡単にするために $\sqrt{2}$ とする。

線分と走査線とのなす角度により、線分を次の2種類に分類する。

A種線分：水平または垂直線分、またはそれに極めて近い線分であり、以下の近似式により、水平または垂直線分として扱うことのできるもの。

$$\begin{aligned} y_1 &= y_2 \leftarrow (y_1 + y_2) / 2 & (y_1 - y_2 < 1 \text{ の場合}) \\ x_1 &= x_2 \leftarrow (x_1 + x_2) / 2 & (|x_1 - x_2| < 1 \text{ の場合}) \end{aligned} \quad (1)$$

なお、水平線分と垂直線分は、 x と y を入れ換えることにより、両者は全く同様に説明できるから、以後の議論では水平線分のみについて述べる。

B種線分：A種線分以外のもの。

したがって、B種線分に対してのみ jag に対する処理を必要とする。

前述の仮定で述べたように、線分の両端点の近傍は半径 $d/2$ の半円とするのが理想的であるが、処理を簡単にするため、以下に述べる方法により、この近傍を水平および垂直な線分で近似する。すなわち、図1に示すようにA種線分は長方形、B種線分は六角形*である。

A種線分の上下の辺を与える y 座標は

$$\begin{aligned} Y_u &= y_1 + d/2 \\ Y_b &= y_2 - d/2 \end{aligned} \quad (2)$$

とする。ここで当然ながら $y_1 = y_2$ である。また左右の辺を与える x 座標は、

$$\begin{aligned} X_l &= \lceil \min(x_1, x_2) - d/2 + 0.5 \rceil^{**} \\ X_r &= \lceil \max(x_1, x_2) + d/2 + 0.5 \rceil \end{aligned} \quad (3)$$

とする。したがって、 X_l, X_r は共に画素の境界値となる。

B種線分の y 座標の最大値および最小値はA種線分と同様に(2)式を採用する。他方、 x 成分の最小値および最大値は、後述の画素と線分多角形の交差部分の形状の分類を簡単にするために、線分の傾き $a (= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1))$ の値により以下の2通りの扱いをする。すなわち、 $|a| \geq 1$ のときは、

$$\begin{aligned} X_l &= \min(f_x(y_{su}), f_x(y_{sb})) - dx/2 \\ X_r &= \max(f_x(y_{su}), f_x(y_{sb})) + dx/2 \end{aligned} \quad (4)$$

を用い(図1(c)参照)、 $|a| < 1$ のときは(3)式および(4)式で求めた2組の X_l, X_r のうち、 X_l は大きい方を、 X_r は小さい方を採用する(図1(b)参照)。ここで

* (2) 式の Y_u, Y_b が走査線間の境界線と一致するときは五角形または四角形となる。
 ** $\lceil \rceil$ はガウス記号であり、整数化を意味する。

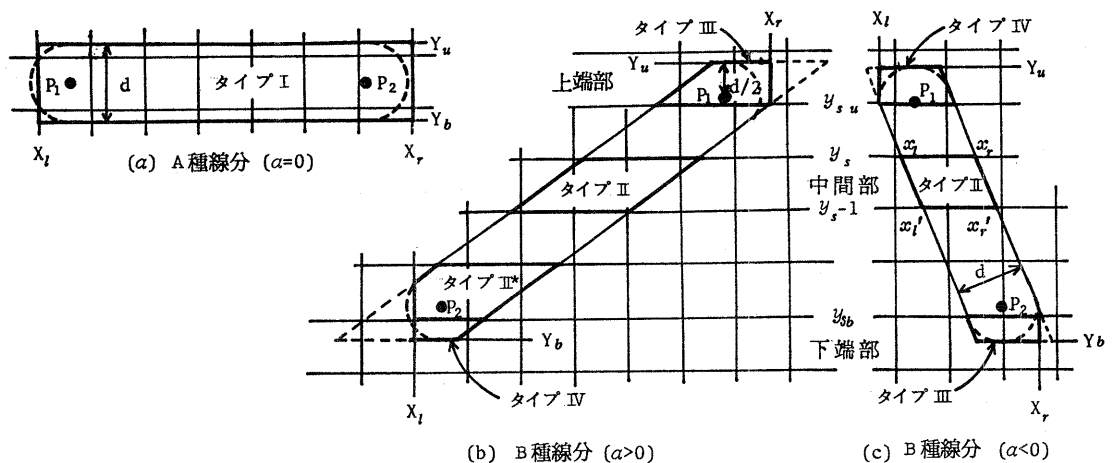


図1. 走査線と線分多角形の交差

y_{su} および y_{sb} は、それぞれ走査線間の境界線の y 座標値であり (図1(c)参照)、

$$\begin{aligned} y_{su} &= [Y_u] \\ y_{sb} &= [Y_b] + 1 \end{aligned} \quad (5)$$

で表される。また、 f_x は点 P_1, P_2 を通る直線上の y の値が与えられたとき、 x の座標値を得るための関数であり、 dx は線分多角形の x 方向の幅であり、それぞれ次の2式で示される。

$$f_x(y) = (y - y_1)/a + x_1 \quad (6)$$

$$dx = d\sqrt{1 + 1/a^2} \quad (7)$$

2.2 走査線と線分多角形の交差部分の形状

走査線と線分多角形の交差部分の形状の求め方と、その分類について述べる。

走査線と線分多角形の交差部分の形状は、図1に示すように3つの部分に分類できる。すなわち、走査線を上から下へと移動する際、最初に走査線と線分多角形が交差する上端部、両者が交差する最後の部分の下端部、および上端部と下端部の中間に存在する中間部であり、これらは次式により選別できる。

$$\begin{aligned} \text{上端部} &: y_s = [Y_u] + 1 \\ \text{中間部} &: [Y_b] + 1 < y_s \leq [Y_u] \\ \text{下端部} &: y_s = [Y_b] + 1 \end{aligned} \quad (8)$$

ここで y_s は走査しようとしている走査線の上側の境界線の座標値である。

走査線と線分多角形との交差部分の形状は、A種線分は長方形となり、B種線分は平行四辺形、または平行四辺形を $x = x_l$ または $x = x_r$ により切断したものとなる。

A種線分の交差部分の形状は、(3)式の x_l, x_r および高さ H により決まる。なお、この高さ H ($0 \leq H \leq 1$) は(5)式を用いることにより、次式で表される。

$$\text{上端部: } H = Y_u - y_{su}$$

$$\text{中間部: } H = 1$$

$$\text{下端部: } H = y_{sb} - Y_b$$

(9)

B種線分の場合、基本となる平行四辺形の形状は図2に示すように底辺の長さ dx 、高さ H 、および左辺の上下の2頂点の x 座標値、 x_l 、 x'_l により決定される。 dx および H はそれぞれ(7)式および(9)式により求まり、 x_l 、 x'_l については、線分多角形の上端部は

$$x'_l = f_x(y_{su}) - dx/2$$

$$x_l = x'_l + H/a$$

(10)

また、中間部および下端部は一つ上の平行四辺形の左下の頂点の x 座標を x''_l とすると、次式により求まる。

$$x_l = x''_l$$

$$x'_l = x_l - H/a$$

(11)

上述の dx 、 H 、 x_l 、 x'_l の各値により、基本となる平行四辺形の形状が一意に定まる。上端部および下端部については、この基本となる平行四辺形を直線 $x=x_l$ 、 $x=x_r$ により切断し、台形とする必要がある。また $|a| < 1$ の場合には、中間部の平行四辺形についてもその

表1. 走査線と線分多角形との交差部分の形状の分類

形 状	走 査 線 と の 関 係	線分の種類
タイプⅠ (長方形)	上端部, 中間部, 下端部	A 種
タイプⅡ (平行四辺形)	中間部	B 種
タイプⅢ (右辺が垂直な台形)	上端部 ($a > 0$), 下端部 ($a < 0$)	
タイプⅣ (左辺が垂直な台形)	下端部 ($a > 0$), 上端部 ($a < 0$)	

一部が切断され、五角形または六角形となることがある(図1(b)の*印)。しかし、これを平行四辺形として取り扱っても、2.3節の画素と線分多角形との交差部分の形状の分類においては何ら支障を生じないので、ここでは平行四辺形の分類に属するものとす

る。したがって、走査線と線分多角形との交差部分の形状は、表1で示すように四つのタイプに分類できる。なお、B種線分において、傾き a が正と負では形状が一見異なるが、これは単に平行四辺形の傾きが逆となるだけであり、後

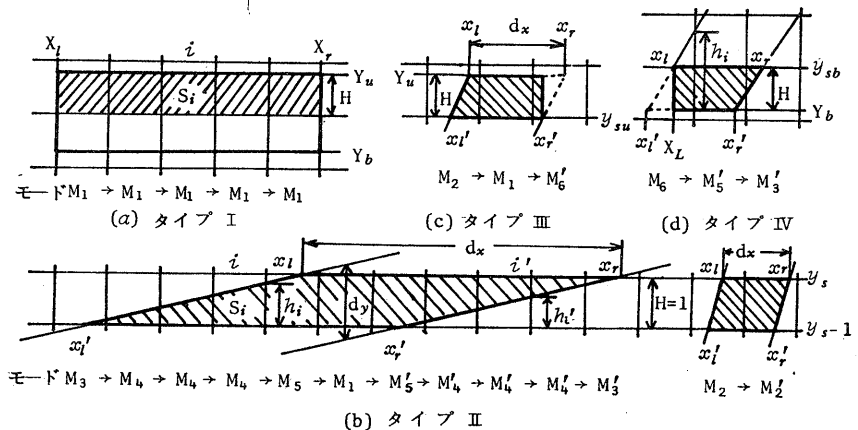


図2. 画素と線分多角形の交差部分の形状

述の画素の色を決定するための画素中に含まれる線分多角形の占める面積計算の立場からは、本質的には同一である。したがって、 α が負の場合は、 α が正の場合の x_l, x_r をそれぞれ x'_l, x'_r と置き換え、 α の絶対値を用いればよい。以後に用いる $\hat{\alpha}, \hat{x}_l$ はこの置き換えを考慮に入れた値とする。

2.3 画素と線分多角形の交差部分の形状およびその面積計算

各画素について走査線上を左から右へと走査する際、2.2節で求めた四つのタイプの多角形と各画素との交差部分の形状、ならびにその形状の遷移状態を知る必要がある。

各画素とこれらの四つのタイプの多角形との交差部分の形状は、図2に示すように、三角形(M_3, M_3')、四角形(M_4, M_4', M_4'', M_4''')、長方形(M_1, M_1', M_1'')および五角形(M_5, M_5')の11ヶのモードに分類できる。ここで同一多角形でもモードを分けたものは、その面積の計算式が異なるものである。以上の11ヶのモードに分類することにより、四つのタイプの多角形は、走査の進行に伴って図3の遷移図に従って変化する。図中 D_0 および D_1 は仮想モードであり、遷移先の判定のみに用いる。

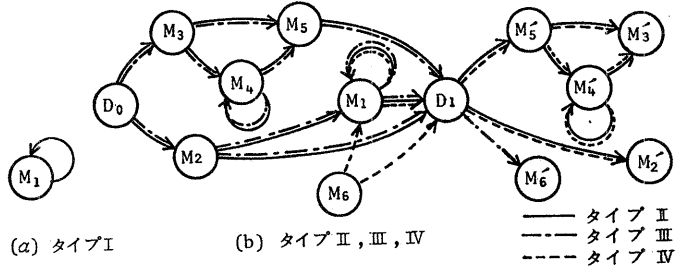


図3. 状態遷移図

各モードにおける面積の計算式、ならびに遷移判定式と遷移先との関係を表2に示す。ここで、画素番号は走査線の左端を1とする加付番とし、画素 i のモードの面積を S_i とする。なお、面積の計算において、次の点に注意する必要がある。2.2節で述べたように、タイプIIには、平行四辺形を $x=x_l$ および $x=x_r$ で切断したものも含んでいる。したがって、面積の計算は $[x_l] < i \leq [x_r]$ の範囲内のモードのみについて行い、その範囲外のモードについては遷移先の判定のみを行い、面積の計算を行う必要はない。

遷移先の判定および面積の計算式に用いる $\hat{\alpha}$ と $\hat{x}_l$ は次のように求める(図2参照)。すなわち、最も左端のモードの $\hat{\alpha}$ は

$$\hat{\alpha}_i = \hat{\alpha}(i - \hat{x}_l) \quad (12)$$

その他の $\hat{\alpha}$ は

$$\hat{\alpha}_i = \hat{\alpha}_{i-1} + \hat{\alpha} \quad (13)$$

表2. モード別面積計算式、遷移判定式および遷移先

モード	面積 S_i	遷移判定式 g	遷移先	
			$g \geq 0$	$g < 0$
D_0		$h_i - H$	M_2	M_3
D_1		$h'_{i+1} - H$	M'_2*	M'_3*
M_1	H	h'_{i+1}	D_1	M_1
M_2	$(h_i - H/2)H/\hat{\alpha}$			
M_5	$H - (H - h_{i+1})^2/(2\hat{\alpha})$			
M_6	$(h_i - H)H/\hat{\alpha}$			
M_3	$h_i^2/(2\hat{\alpha})$	$h_{i+1} - H$	M_5	M_4
M_4	$h_i - \hat{\alpha}/2$			
M'_4	$H - h'_{i+1} + \hat{\alpha}/2$	$h'_{i+1} - H$	M'_4	M'_3
M'_5	$H - h'^2_{i+1}/(2\hat{\alpha})$			
M'_2	$(H/2 - h'_{i-1})H/\hat{\alpha}$			操作終了
M'_3	$(H - h'^2_{i-1})^2/(2\hat{\alpha})$			
M'_6	$(\hat{\alpha} - h'_i)H/\hat{\alpha}$			

* タイプIIIのときは無条件に M'_6 となる

は

$$h_i = h_i - dy. \quad (14)$$

ここで dy は図 2 (b) 中に示すように線分多角形の y 方向の幅であり、次式により求まる。

$$dy = d\sqrt{1+a^2} \quad (15)$$

なお、参考のため、図 4 に B 種線分の処理の概略の流れ図を示す。ここで図中 (I), (II), (III) はそれぞれ多角形のタイプの選択、モードの選択、および次節で述べる色の計算に相当する。

2.4 画素の色の決定法

単独の線分および線分同志の交差部分の色の決定法について述べる。

単独の線分の色は各画素中の線分多角形および背景の占める面積に比例した混色により行う。各画素の色は、赤、緑、青 (R, G, B) の三原色のそれぞれの輝度レベルの色の組み合わせによって定まる。したがって、線分の色が $C_l(R_l, G_l, B_l)$ であり、ある走査線上の i 番目の画素の背景の色が $C_{bi}(R_{bi}, G_{bi}, B_{bi})$ であり、かつその画素のモードの面積が S_i とすると、その画素の色 $C_i(R_i, G_i, B_i)$ は

$$C_i = S_i \cdot C_l + (1 - S_i) \cdot C_{bi} \quad (16)$$

により求まる。

線分同志の交差部分の画素の色は、あと書き優先方式により決めるものとする。すなわち、先に書き込まれた画素の色を背景の色とみなすことにより、単独な線分の場合の処理と全く同様の方法を用いて (16) 式により交差部分の色を決めることができる。この方法は近似的な方法であり、正確には、図 5 に示すように、線分 l_1 , l_2 の可視部分の面積 S_{l_1} , S_{l_2} に比例した色を求めるべきであるが、この面積の計算は複雑なものとなる。視覚的にスムーズな線分を得る観点からは、上記の手法で十分満足な結果が得られることは後述の適用例からも明らかであり、本論文ではこの簡便法を採用する。

3. 適用例

図 6 に適用例を示す。(a) は、テストパターンに本手法を適用した場合 (輝度レベル 256 値) と適用しない場合 (2 値) を示す。本図から判かるように、本手法

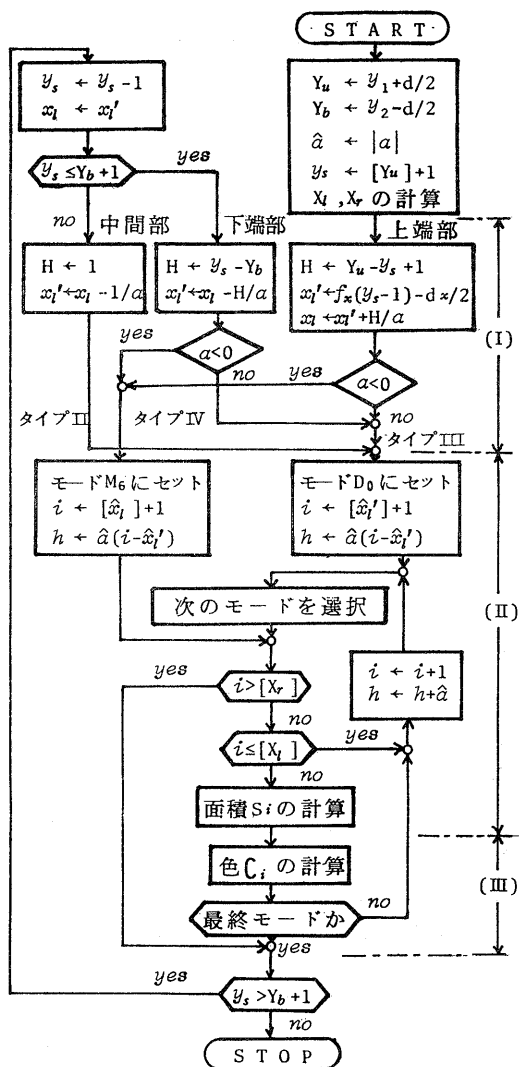


図 4. B 種線分の処理

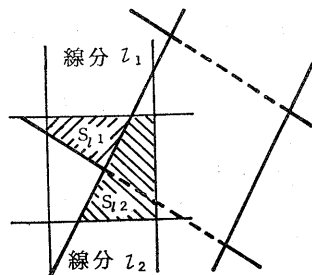
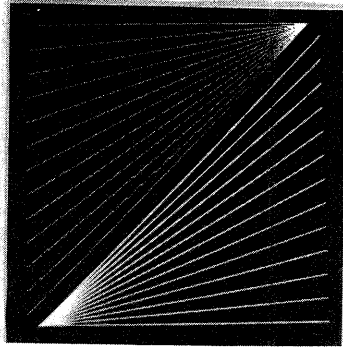
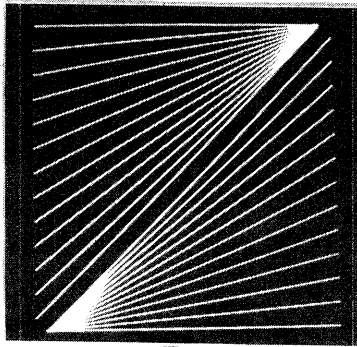


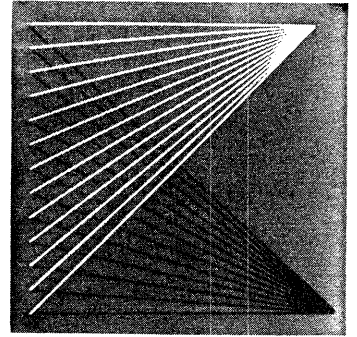
図 5. 線分同志の交差



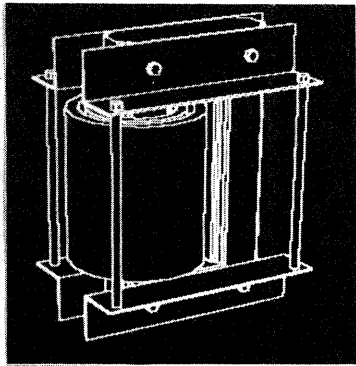
(a)



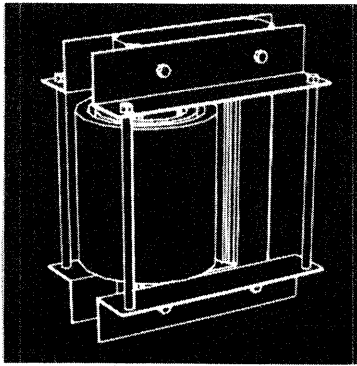
(b)



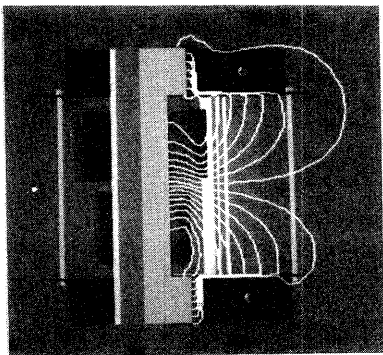
(e)



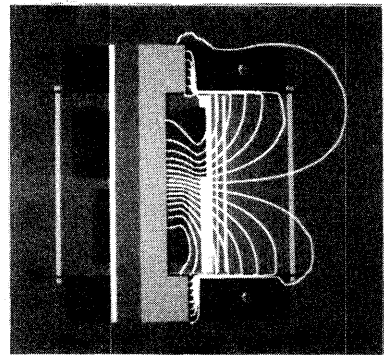
(c)



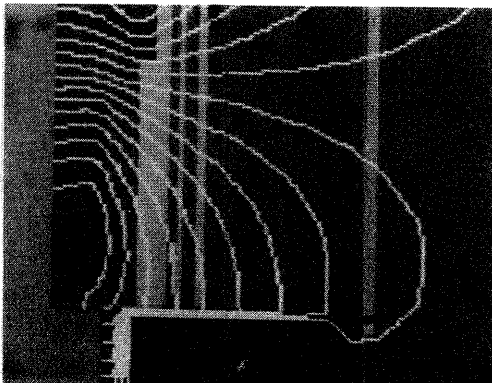
(d)



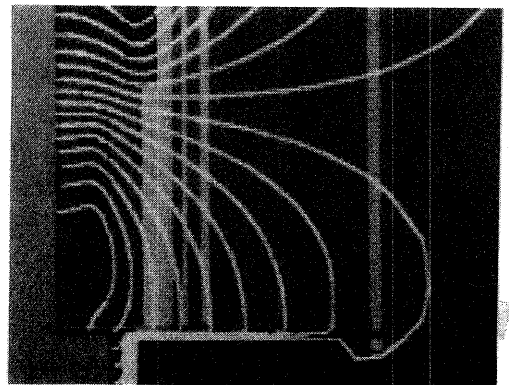
(f)



(g)



(h)



(i)

圖 6. 適用例

によりスムーズな線分が得られる。(b)は輝度レベル(階調)による差を示したものであり、図の上半が4値、下半が8値である。これから判かるように4値(2ビット)の輝度レベルでも可成り満足な結果が得られるが、8値ならば十分スムーズな線分の表示が可能である。(c),(d)は、単相変圧器の透視図に本手法を適用した場合の効果を示したものである。

(e)は、色の異なる線分同志が交差する例である。本例で示すように、あと書き優先方式に対してスムーズな線分の表示ができる。

(f),(g)は、カラー陰影表示プログラム⁵⁾により表示された変圧器のカットモデルを背景にして、その上に磁束線(有限要素法による)を表示した例である。また(h),(i)は(f),(g)の一部を拡大したものである。これらの例から明らかに、任意な図形の背景の上にスムーズな線分を表示することができる。

なお、本適用例の表示装置として、グラフィカ M 504 R (512 X 512, R, G, B 各 256 レベル)を使用した。

4. むすび

中間調表示が可能なランダムスキャン型カラーディスプレイ装置を利用してスムーズな線分を発生する方法を述べた。

本手法は、適用例から判かるように、直線のみでなく、曲線(折線近似)に対しても十分適用でき(図6(g)参照)、輝度レベルが4値以上のディスプレイならスムーズな線分が表示できることが判明した。

今後は、あと書き優先方式以外の方法例えば、先に書き込んだ線分がすけて見える感じの表現、の検討が課題となろう。

謝辞 本研究を進めるに当り、プログラム作成などで協力頂いた広島大学岩崎真一君(現在、富士通)に感謝の意を表する。

〔参考文献〕

- 1) 穂坂：コンピュータ・グラフィックス, P79, 産業図書(1974)
- 2) 岡田, 釜江：直線と円弧の多値ドット表示, 信学論 Vol.J61-D, No 7, PP.489-495 (1978)
- 3) F. C. Crow : The Aliasing Problem in Computer-Generated Shaded Images, Com. of ACM, vol.20, No.11(1977).
- 4) J. Barros, H. Fuchs : Generating Smooth 2-D Monocolor Line Drawings on Video Displays, Computer Graphics, vol.13, No.2(1979).
- 5) 西田, 中前：三次元物体のカラー陰影表示の一手法, 情報処理学会, コンピュータビジョン研究会資料 4-1(1980).