

Smoothed Local Symmetries による

2次元図形の階層的記述

A Hierarchical Shape Representation from Smoothed Local Symmetries

麻田治男 (東芝総合研究所)

Haruo Asada (Toshiba Research & Development Center)

Abstract - In this paper we present a new approach to describing planar object based on both its region and bounding contour. Significant changes in curvature along contour are interpreted in "scale space" to provide us with a set of perceptually meaningful knot points for contour segmentation at a variety of scales. Smoothed local symmetries are introduced as a representation of region, which are analytically computed from parameterized contour segments. Combination of these two descriptions in a network will increase robustness in recognizing occluded objects.

1. はじめに

現在のコンピュータビジョン研究では画像理解、ロボット視覚などを目的として物体の3次元形状の解析が主流となっている。両眼視ステレオ、Photometricステレオ、Shape from contour、Shape from motionなどが主なものである。しかし、インスペクションや自動アセンブリでの応用を考えると対象を2次元として取扱って十分な場合が多く、2次元図形の表現と同定の研究も活発である。ここでは、いくつかの平面物体が重なっている場合でも正しく個々を認識できるような2次元図形のネットワークによる表現法を提案する。

図形はそれが空間に占める領域、背景との境界(輪郭)、および背景から成っている。したがって、どのように図形を記述するかについては、どの要素に着目するかによって3種類のアプローチが考えられる。まず、図形の輪郭に着目した方法としては、Freeman Chain Coding、輪郭のFourier級数展開、区分的円弧・直線近似などがある。領域に着目したものは、Quadtrees、Symmetric Axis Transform、および2次元Generalized Cylinderがあげられる。また、背景に着目した方法は主として文字認識の分野で考えられており、Glucksmanの方法、場の効果法などがある。いずれのアプローチにも長所、短所があり、たとえば、図形の領域や背景の解析法では図形の2次元的な広がりはいくらか記述できるが、複数の図形が重なりあった場合には無力となる。一方、輪郭解析法では局所的な特徴は細

かく記述できるが、それらの2次元的な位置関係を簡潔に表現することは困難である。本論文では、3つのアプローチの特長が生かされるように、それぞれの記述をネットワークのなかに冗長な形で表現することが目的である。

また、物を見る位置によってその形が変わるように、物を見るスケールを変えることにより観測される図形の特徴も変化する。これらの特徴をスケールでランクづけし階層的な記述を得ることも目的のひとつである。従来からQuadtreeにも見られるように画像を階層的に表現しようという試みはあったが、ここではむしろ物理的なモデルをもとに特徴的な事象をScale Space [Witkin 1983] の中で解釈し、その結果から階層的な記述を得るという新しいアプローチをとっている。一般的にいて、ノイズに埋れた信号の同定と位置決めという問題は、粗い平滑化は信号の発見に強いが位置精度は悪く、逆に細かい平滑化を使うと位置精度は良いが信号の発見は不安定になるという不確定性原理に支配されている。Scale Spaceはこの点を考慮したものであり、Optimal Edge Finder [Canny 1983] やHarr-Poggioステレオの根底となっている考え方である。

第2章では輪郭上の点の接線方向と曲率の主要な不連続点が図形輪郭の分割点として重要であることを示し、Scale Spaceの中で求めたそれらの点によって輪郭をセグメント化し、円弧近似することにより輪郭のパラメトリックな記述を得るというCurvature Primal Sketch [Asada & Brady 84] を述べる。第3章では図

形領域の記述法であるSmoothed Local Symmetries(SLS)の概略を示し、セグメント化された輪郭からSLSを計算するアルゴリズムを述べる[Brady & Asada 1983]。最後に、第4章において領域と輪郭の両方を冗長な形で表現する図形記述法の例を示す。

2. Curvature Primal Sketch による輪郭の記述

図形輪郭の解析を認識のための前処理としてとらえる立場では輪郭をいくつかのセグメントに分割し各セグメントを直線あるいは円弧で近似する方法がとられることが多い。また、曲線のデータ圧縮を目的とする立場もある[名倉 1979]。これらの場合、どのようにセグメントをパラメータ化するかは要求される近似の精度や経済性で決まり、直線、円弧、Cornu spiralなどのうちから適当なものを選ばばよい。しかし、最も重要なことはセグメントへの分割点をどのように定めるかということである。Pavlidis [1974] はSplit & mergeの手法により区分的な直線近似を求めている。また、上坂 [1984] は全曲率関数の折線近似の区分点をダイナミックプログラミングもしくは逐次近似法で求めている。その他[Perkins 1978]、[Tsai 1980]では曲率の極大点を適当に閾値処理して区分点としている。これらの方法ではわずかな変形に対して安定な分割が得られるという保証はなく、閾値は対象に応じてAd hocに決めなければならない。これは分割点として物理的にどのような意味を持つ点を選ばばよいかを考察していないからと考えられる。ここではまず分割点としてどのような点を選ばばよいかということから考えてみる。

2.1 輪郭分割のアプローチ

曲線を分割するのにもっとも適した点は“角”である。“角”は曲率が極大となる点といわれているが[Rosenfeld & Kak 76]、これは曲率の値がある程度輪郭にそって平滑化されている場合のことで、本来的には無限大である。むしろ“角”では接線の方向が不連続であるといった方が正確である。つぎに重要な点は変曲点であり、この点を境にして曲率の正負が変っている。変曲点を一般化したSmooth Joinでは接線の方向は連続だが曲率が不連続であると定義できる。円弧近似の場合には角とSmooth Joinだけが曲線の分割点として意味のあるものとなる。

このように角や変曲点ではある種の不連続性があり、実はこれらを見つけるという問題は画像の中でエッジを求めることと同じ問題であることが推察できる。Marr [1974, 76] は画像理解のプログラムは画像そのものではなく画像の記号的解釈すなわち

Primal Sketch を見るべきだと主張し、数種類の明るさの変化のモデルを立てて、エッジ型とバー型のマスクと画像とのコンボリューションの中でモデルに適合した出力を捜し記号表現を得る方法を提案した。また、ノイズに対するロバスト性を向上させるため2種類の大きさのマスクを用い、2つの出力間でマッチングのとれるもののみを記号化している。ここではMarrの方法論に従い図形輪郭のプリミティブを定め、それらに対応した応答を数種類の大きさのマスクの出力の中で検出し、輪郭の記号表現を得るというアプローチをとる。

さて、信号の次元にマスクの大きさ (Scale) の次元を付け加えた表現形式はScale Space[Witkin 1983]と呼ばれている。Witkinは零交差のTree表現を考えたが、その中である事象の解釈を行なうところまではしていない。それに反して、ここでは主要な曲率変化を具体的なモデルとして、Scale Spaceをその解釈を行なう場としてとらえる点が異なる。また、Yuille & Poggio [1983a, b] は2次微分の零交差系列には元の信号を再現するのに十分な情報が保存されていることや、零交差が大きなScaleで突然発生することがないという性質を保証するマスクはGaussianだけであるなどのScale Spaceに関する重要な定理を証明している。

2.2 図形輪郭のプリミティブ

前に述べたように、輪郭の円弧近似を考える場合、主要な曲率変化は角(Corner)とSmooth Joinである。これらを基本として図形輪郭のプリミティブを選ぶと、図1に示すものが妥当である。図1にはPrimal Sketchにおける明るさの変化のプリミティブとの対応付けも含まれている。ここで、端点、クランク、バンブは複数のCornerが近接してできた複合体である。

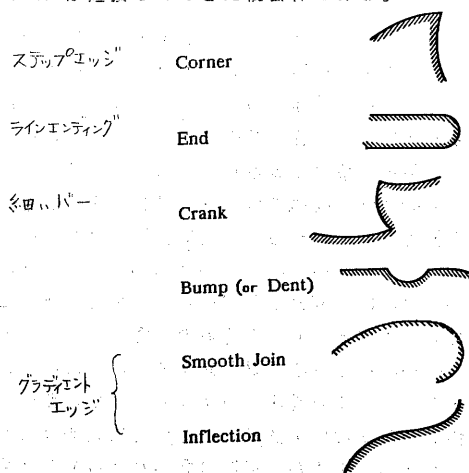


図1 図形輪郭のプリミティブ

2.2.1 Corner

まずCornerのモデル化から始める。図2(a)はふたつの円弧からできたCornerであり、その曲率を k_1, k_2 、角度変化を ϕ とする。図2(b)は周長 s と接線方向 θ の関係を示すグラフ (s - θ 空間) である。このモデル f_{corner} は、

$$f_{\text{corner}}(s) = \begin{cases} \kappa_1 s + c & \text{if } s < 0; \\ \kappa_2 s + c + \phi & \text{if } s > 0. \end{cases}$$

と書ける。これを標準偏差 σ のガウシアン $G_\sigma(t)$ とのコンボリューションの1次微分を計算すると次のようになる。

$$\sqrt{2\pi}\sigma(G_\sigma * f_{\text{corner}})'(s) = \phi \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right) + \kappa_2 \int_{-\infty}^s \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) dt + \kappa_1 \int_s^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) dt.$$

また、2次微分は

$$\sqrt{2\pi}\sigma(G_\sigma * f_{\text{corner}})''(s) = \frac{-\phi}{\sigma^2} s \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right) + (\kappa_2 - \kappa_1) \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right)$$

となる。図2(c)と(d)はこれらを図示したものであり、Cornerのガウシアン2次微分フィルタの出力は異なる符号を持つ一対のピークであることがわかる。ふたつのピーク間の距離は簡単に計算できて、

$$d_{\text{corner}} = \frac{\sigma^2}{\phi} \sqrt{(\kappa_1 - \kappa_2)^2 + \frac{4\phi^2}{\sigma^2}}$$

特に $k_1 = k_2 = 0$ の場合には、

$$d_{\text{pc}} = 2\sigma.$$

となる。つまり、ピーク間の距離は ϕ にはよらず、 σ の2倍となる。この性質は重要であり、 σ を変化させるに従って収束するようなピーク対を捜すことにより近接したCornerを分離して独立したCornerを見つけることができる。また、ピークの高さは次の式で与えられる。

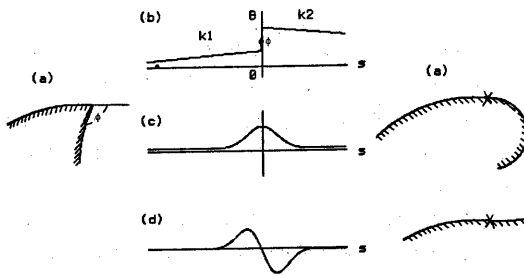


図2 Cornerのモデル

$$h_{\text{pc}} = \frac{1}{\sqrt{2e\pi}} \frac{|\phi|}{\sigma^2}.$$

2.2.2 Smooth Join

Smooth Join は接線方向は連続で曲率が不連続の点であり、そのモデルは

$$f_{\text{sj}}(s) = \begin{cases} \kappa_1 s + c & \text{if } s < 0; \\ \kappa_2 s + c & \text{if } s > 0. \end{cases}$$

のように表現できる。Cornerの場合と同様にガウシアン1, 2次微分フィルタ出力を計算すると、

$$\sqrt{2\pi}\sigma(G_\sigma * f_{\text{sj}})'(s) = \kappa_2 \int_{-\infty}^s \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) dt + \kappa_1 \int_s^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) dt.$$

$$\sqrt{2\pi}\sigma(G_\sigma * f_{\text{sj}})''(s) = (\kappa_2 - \kappa_1) \exp\left(-\frac{s^2}{2\sigma^2}\right).$$

となる。図3にこれらを図示するが、2次微分フィルタの出力に単独のピークを持つ。ピークの高さは、

$$h_{\text{sj}} = (\kappa_2 - \kappa_1) / \sqrt{2\pi} \sigma$$

であり、Cornerの場合と比べるために等価角度変化 $\phi_{\text{sj}} = (\kappa_2 - \kappa_1) \sigma \sqrt{e}$ を導入すると、

$$h_{\text{sj}} = |\phi_{\text{sj}}| / \sigma^2 \sqrt{2\pi e}.$$

となり、Cornerと同じ形式が得られる。これからわかることは、 σ と曲率変化 $(\kappa_2 - \kappa_1)$ の積が十分に大きくなければSmooth Join を安定に見つけることが困難だということである。また、ふたつのSmooth Join が近接しているような場合、例えば、図4(a)に示す丸みのある角は大きな σ では図4(b)と区別がつかない。しかし、 σ を小さくすれば前に述べたCornerのピーク対の収束性からこれらを区別することができ、このことは人間の感覚ともよく合っていると云える。

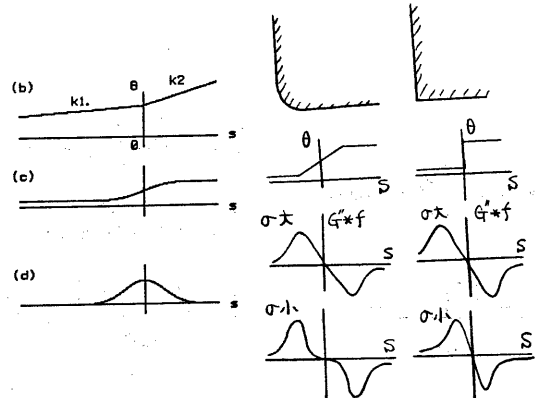


図3 Smooth Join のモデル

図4 丸みのあるCorner

2.2.3 その他のプリミティブ

端点は同符号の角度変化のCornerがふたつ近接しているもので、図5(a), (b)にそのモデルを、図5(c)に異なる σ でのガウシアン²の2次微分フィルタ出力を示す。 a は端点のエッジの長さで、 σ/a が0.5よりも大きい時は一對のピークとなりCorner出力と区別できない。しかし、 σ/a が0.5よりも小さくなると、ふたつの独立したCornerの出力が得られている。

クランクはふたつの符号の異なるCornerからなり、図6に示すように大きな σ に対するフィルタ出力はソンプレロ型であるが、 σ が小になるに従って端点と同様な変化が見られる。

パンパ（出張り）、あるいはデント（へこみ）は3つのCornerでできており、図7に示すように4つ組のピークを出力とする。

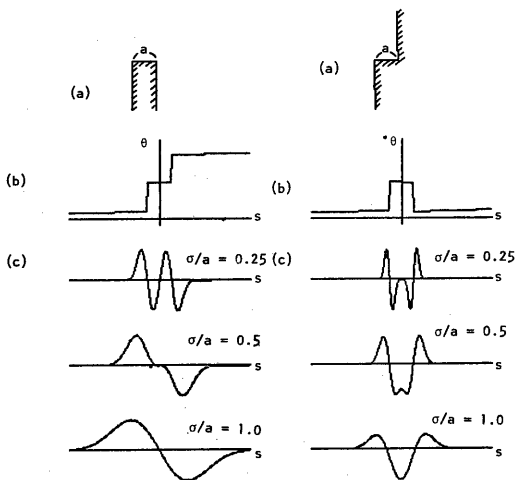


図5 端点のモデル

図6 クランクのモデル

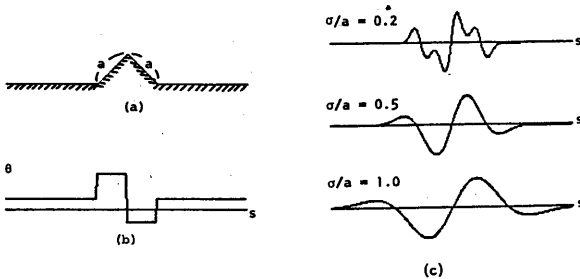


図7 パンパのモデル

2.3 Scale Space 内でのプリミティブの解釈

ここでは実際の図形を例にあげながら図形輪郭のプリミティブをScale Spaceの中で求めるアルゴリズムを説明する。

ステップ 1: ガウシアン¹の1, 2次微分フィルタとのコンボルーションを計算する。

図8(a)は工具の一種であるパンチをテレビカメラで撮像し、エッジをつないでその輪郭を求めたものである。図8(b)は点Sを始点として右回りに追跡して得られたChain Code列（8方向）をもとに計算した接線方向関数である。（上坂[1984]では全曲率関数。）これは平滑化は全くなされていず、45度の量子化誤差をそのまま残している。つぎに、この関数と $G'_\sigma(t)$ および $G''_\sigma(t)$ とのコンボルーションをいくつかの σ について計算する（図8(c), (d)）。

ステップ 2: スケール間でピークのマッチングをとる。

フィルタ出力の正の値を持つ極大点と負の値を持つ極小点を抽出し、となりあうスケール間でマッチングをとり暫定的なTreeを作る。このTreeは[Yuille & Poggio 1983]のいう“fingerprint”と同等のものである。しかし、ピークの解釈がなされるまでは完全なマッチングは得られないので、この段階でのTreeは不完全なまま残さざるをえない。むしろ次のステップでの計算量を減らすことが主な目的である。図9(a)では正のピークを+で負のピークを×で図示している。暫定的なTreeは図示されていない。

ステップ 3: 暫定Treeのパーズング

次には暫定的なTreeの中で輪郭プリミティブに対応した応答を捜す。ここでとった方法は簡単である。まず最大のスケールのピークの中で端点、クランク、パンパなど複合的なプリミティブの応答を捜す。つまり、ピーク対、ソンプレロ、4つ組である。ある応答が見つかり、Treeをスケールの小さな方へ追跡して、ピークが所定の動きをしているかをチェックする。正しい場合にはそのラベルをつけてTreeを正しく作りかえる。これを用意されたスケールが終るまで繰返し、CornerとSmooth Joinについても同じ操作を行なう。図9(a)にパーズングの様子を示す。まずふたつの端点が=22で見つかり、そのあと2つのデントとクランクが小さなスケールで求まっている。

このように、ここではRelaxationやダイナミックプログラミングなどのheuristicsは必要ではないことがわかった。それは、大きなスケールで一意に定まらない場合でも、ピークの動きをいくつかのスケールにわたって追いかけるだけで容易に分解することができるからである。

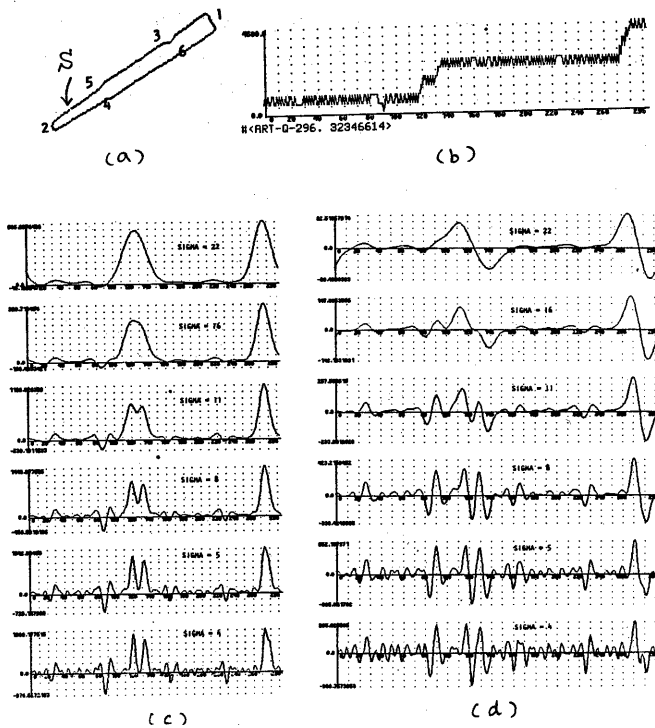


図8 パンチの (a)輪郭、(b)接線方向関数、(c,d)フィルタ出力

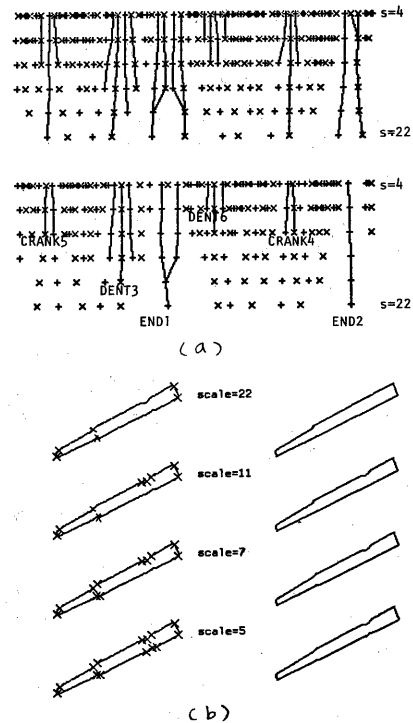


図9 プリミティブのパーシングと結果

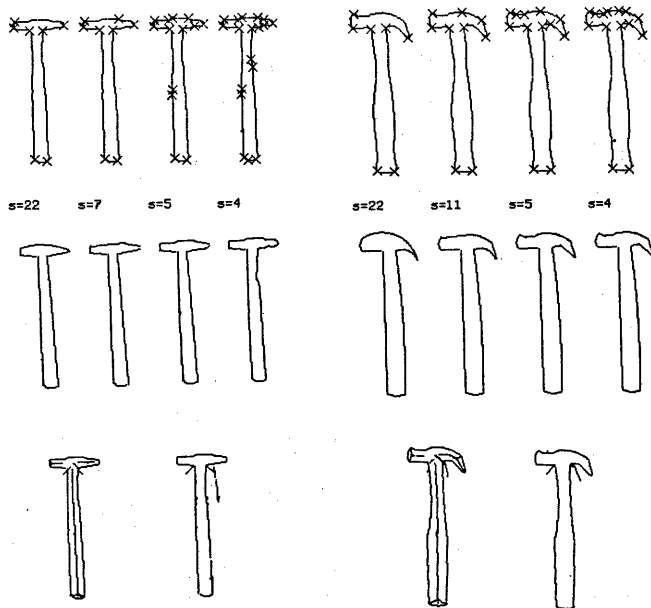


図10 Curvature Primal Sketch によって計算された分割点と区分的円弧近似およびそのSmoothed Local Symmetries (領域(左)、背景(右))

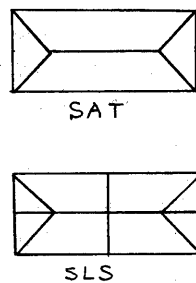


図11 長方形のSLSとSAT

ステップ 4: 分割点を求める。

Cornerの位置はピーク対の間の零交差点で、Smooth Joinの位置は2次微分フィルタのピークで与えられる。しかもより小さい σ の方がより正しい位置を与えることができる。従って、検出された輪郭プリミティブのTreeの最も小さいスケールでのピークから輪郭の分割点を計算する。図9(b)はこのようにして求めた分割点をそれが始めて見つけれられたスケールごとに表示したものである。

図9(b)では目につきやすい図形の特徴は大きなスケールで検出されており、逆に小さなスケールで見つけられたプリミティブは幾何学的に低い意味しかもたないと言える。このように、Scale Spaceの中で検出されたモデルの応答をスケールでソートし、特徴の重要さとスケールとを対応づけて階層的な輪郭の記述を実現しようとするのが本論文の目的である。図10に3種類のハンマーについての結果を示す。ハンマーは基本的には柄と頭とから成り、その構造を示す分割点が2種類とも同じスケールで求まっており、さらに2種類の個々の形を細かく規定する分割点が小さなスケールにあることは興味深い。なお、他の工具類についての結果は[Asada & Brady 1984]を参照していただきたい。

3. Smoothed Local Symmetries による図形領域の記述

図形の領域を直接記述しようという試みの代表的なものは、Symmetric Axis Transform(SAT) [Blum & Nagel 1978] とRibon とよばれている2次元Generalized Cylinder [Brooks 1979]である。これらはいずれもある軸に沿って定まった規則でディスクあるいは線分をスイープすると元の図形が再現できるという方法である。SATは距離変換画像の尾根と同等であり、スイープされたディスクの和集合が元の図形となる。しかし、輪郭点とディスクとの1対1対応を無理に付けようとするため直観的に不自然な表現になっている。特に長方形のような簡単な図形でも5個の部分図形に分れたり、輪郭にへこみをつけるなどの少しの変形で表現が大きく変わってしまうという欠点がある。一方、Ribonは本質的にほとんど全ての図形を簡潔に表現できる能力があるが、ACRONYM [Brooks 1981]では直線軸しか許されていず、自由な曲線軸やスイープの規則を実現することは困難である。

Bradyは2次元Generalized CylinderのアイデアとSATの方法論とをミックスしてSmoothed Local Symmetries (SLS) と呼ばれる記述方式を提案した[Brady

1982a, b]。これは、局所的に対称な関係にあるふたつの輪郭点の midpoint を滑らかに結んだもの(SLS)を軸として、この軸にそって図形の領域を記述しようとするものである。図11に長方形に対して計算したSLSとSATを示す。また図12にいくつかの図形のSLSの例を図示する。これらの軸は人間の知覚に基づいた、図形を簡潔に表現する座標系であるといえる。

3.1 Local Symmetry (局所対称) の定義

図13において、輪郭上の点Aが点Bと局所的に対称であるための条件は、Aにおける法線 n_A と線分BAのなす角が、Bにおける法線 n_B の逆方向($-n_B$)と線分BAのなす角に等しいことである。PをA、Bの midpoint とすると、Aを動かしたときのPの軌跡をSmoothed local Symmetries と呼ぶ。図13(b)に示すようにひとつの点Aに対してふたつの点B1、B2が対称となる場合もあるが、SATのようにこれを妨げることはしない。

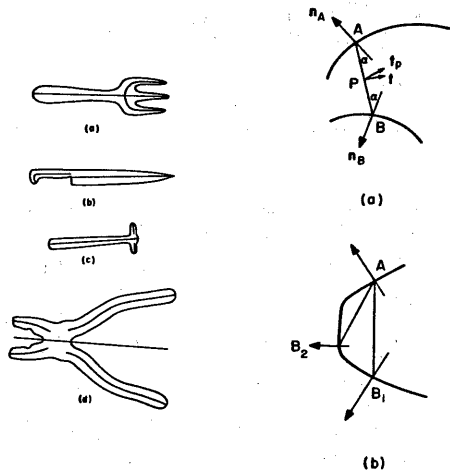


図12 SLSの例

図13 Local Symmetryの定義

		K_A			
		$n' > 0$	> 0	$= 0$	< 0
K_B	> 0				
	$= 0$				
	< 0				

図14 曲率の符号だけで定まる基本図形

3.2 パラメータ化と記号化

図形の領域はSLSにそった各種の量、たとえば h (PAの長さ)、 α 、AおよびBの曲率 K_a , K_b などをパラメータとして記述することができる。図14は K_a と K_b の符号だけで定義できる基本図形を示している。また、測定されたパラメータの値を量子化することにより領域の属性を記号的に表現することもできる。

3.3 SLSの計算

図13に示すSLSの定義に従って、輪郭上の点Aの局所対称点を全輪郭の中で求め、この操作をすべての輪郭点について行なうという $O(n^2)$ のアルゴリズムは容易にプログラム化できる。しかし、点Pの平滑化軌跡を求めることは比較的困難であるし、輪郭のわずかな変形の影響も受けやすい。従って、ここでは第2章で述べたCurvature Primal Sketch によって輪郭の区分的円弧近似を行なった後、各セグメント間でSLSを解析的に計算することにする。セグメント化により大幅にデータが圧縮されているため計算量が減るだけでなく、平滑化があらかじめなされているのでノイズの影響を軽減することができる。具体的には、

(a) 直線セグメント対直線セグメント

SLSは直線になる。

(b) 円弧セグメント対円弧セグメント

曲率の正負や円弧の位置関係によっていくつもの場合にわけられるが、図15に示すように円弧が交わっている時にはAとBの法線の交点の軌跡はRegion Iでは楕円になり、Region IIでは双曲線となる。また、片方の円が他方に含まれている場合には楕円、重なっていない場合には双曲線になる。

(c) 直線セグメント対円弧セグメント

AとBの法線の交点の軌跡は放物線になる。のようにAとBの法線の交点の軌跡の解析解を求め、これをもとにSLSを表現する。

3.4 背景の記述

図16において、sls-1は辺bとcとから作られたもので図形の領域を表わしているのに対して、sls-2は辺aとbとからでき、図形に隣接する背景の湾部を表現している。sls-1は正、sls-2は負であると呼ぶ。図10にいくつかのハンマーに対して計算したSLSを示す。

4. ネットワークによる図形の記述

これまでCurvature Primal Sketch による図形輪郭の階層的解析とSmoothed Local Symmetries による図

形領域と背景の記述について述べた。ここでは、これらを組合せた図形記述形式を述べる。本来、図形の輪郭と領域には相補的な関係があり、一方から他方は再生できる。しかし、これらを冗長なまま組合せることにより次のような効果が期待できる。

1) 輪郭上の特徴点が他の物体にさえぎられても、その特徴点の近くの領域の記述を用いて認識できる場合がある。

2) 逆に領域の大部分が他の物体にさえぎられても、輪郭特徴によって認識できる場合がある。

図17(a)はくちばしがた (beak) を例にしたそのような記述である。ここで、B点がCornerであることと、sls:beakとはふたつの弧ABとBCがB点で角を形作っているという事象を示しているが、これが冗長に記述されている。セグメントABとBCには輪郭が、BはCornerであることが、SLS:beak にはその領域がくちばしがたであって、軸がどの程度曲っているかということが記されている。そして、それらの位置関係がリンクで示されている。

また、図17(b)はハンマーの階層的なモデルの記述の一例である。ハンマーは頭と柄からなり、これらは直角に結合 (side-end join) している。柄は直線軸を持ち、長細く、軸に関して対称である。また、頭はふたつの部分からなり、それらの軸が小さな角度を持ってつながっており (end-end join)、それぞれはハンマーの種類に応じた形状をしていることが記述されている。実際のパターンを解析して図18(a)のような記述を求め、図18(b)のモデルとの記号的なマッチング (場合によっては部分的マッチング) をとって認識するわけである。

5. おわりに

輪郭の主要な曲率変化が分割点として重要であり、スケールごとに得られた分割点を用いた区分的円弧近似によって図形輪郭の階層的記述が可能であることを示した。さらに、これらの分割点は角や変曲点など物理的に意味のあるものであり、それ自体で図形を特徴づけることができる。また、輪郭の区分的円弧近似からSmoothed Local Symmetries (SLS) を計算し、図形の領域記述を得る方法と、これらを組合せたネットワークによる記号的図形表現について述べた。これを用いた実データによる認識実験を今後行なっていく予定である。また、この方法は物体認識だけでなく、文字認識にも応用できるものと思う。なお、MITにおいて、機能に基づいた物の形の学習理論 [Winston 1983] と結びつけた実験システムが構築中である。

謝辞

本研究は筆者がMIT人工知能研究所に滞在中に行なったものである。この中のアイデアの多くは共同研究者である Dr. Mike Bradyに属するものである。

参考文献

- Asada, H. & Brady, J.M. [1984] "The Curvature Primal Sketch" MIT AIM-758
- Blum, H. & Nagel, R.N. [1978], "Shape description using weighted symmetric axis features," Pattern Recognition, vol. 10, 167-180
- Brady, Michael. [1982a], "Parts description and acquisition using vision," Robot Vision, Rosenfeld, A. (ed.) SPIE, 20-28
- Brady, Michael, [1982b], "Smoothed Local Symmetries and local frame propagation," Proc. PRIP, Las Vegas, June, 629-633
- Brady, J.M. & Asada, H., [1983] "Smoothed local symmetries and their implementation," Proc. 1st ISSR, Bretton Wood
- Brooks, R.A. [1979] "Goal-directed edge linking and ribbon finding," Proc. IU Workshop, 72-78
- Brooks, R.A. [1981] "Symbolic Reasoning Among 3-D Models and 2-D Images," Artificial Intelligence vol. 17, 285-348
- Canny, J.F. [1983] "Finding lines and edges in images", MIT AI-TR-720
- Harr, D. [1974] "The low-level symbolic representation of intensity changes in an image," AIM-325
- Marr, D. [1976] "Early processing of visual information," Proc. R. Soc. Lond. B, vol. 270, 187-217
- 名倉 [1979] "手書き線図形を対象とした直線と円弧による近似法", IE79-72, 37-44
- Pavlidis, T. & Horowitz, S.L. [1974] "Segmentation of plane curves," IEEE Trans. Computer, vol. c-23, (8), 860-870
- Perkins, W.A. [1978] "A model-based vision system for industrial parts," IEEE Trans. Computer, vol. c-27, (2), 126-143
- Rosenfeld, A. & Kak, A.C. [1976] "Digital Picture Processing," Academic Press
- 上坂他 [1984]. "平面曲線の線分と円弧による近似" PRI84-3, 19-28
- Tsai, W.H. & Fu, K.S. [1980] "A syntactic-statistical approach to recognition of industrial objects," Proc. 6th ICPR, Munich, 251-259
- Winston, P.H. et al. [1982] "Learning physical descriptions from functional descriptions, example, and precedents," MIT AIM-679
- Wilkin, A. [1983] "Scale-space filtering," Proc. 7th IJCAI, Karlsruhe, 1019-1021
- Yuille, A.L. & Poggio, T. [1983a] "Fingerprints Theorems for zero-crossings," MIT AIM-730
- Yuille, A.L. & Poggio, T. [1983b] "Scaling theorems for zero-crossings," MIT AIM-722

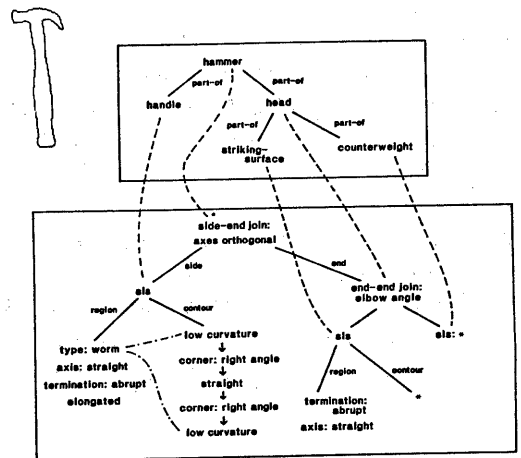
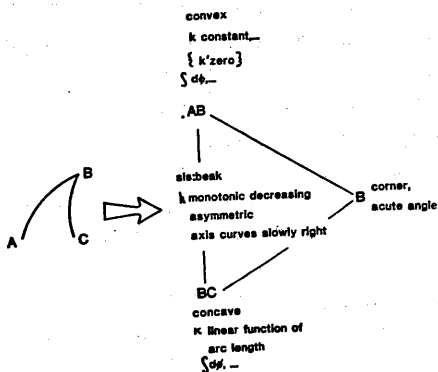
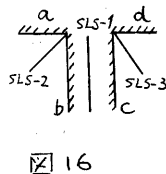
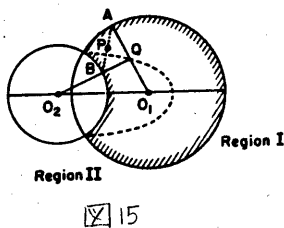


図 17 図形のネットワーク表現